

УДК 629.1.071:634.0.32

DOI:10.18324/2077-5415-2022-3-43-47

Крутильные колебания фермы тягового моста

С.Н. Орловский^{1a}, А.И. Карнаухов^{2b}, В.А. Соколова^{3c}, С.В. Алексеева^{4d},
Г.К. Парфенопуло^{4e}, С.Е. Арико^{5f}

¹ Красноярский государственный аграрный университет, пр. Мира, 90, Красноярск, Россия

² Сибирский государственный аэрокосмический университет им. М.Ф. Решетнёва,
пр. Мира, 82, Красноярск, Россия

³ Высшая школа технологии и энергетики Санкт-Петербургского государственного университета промышленных технологий и дизайна, ул. Большая Морская, 18, Санкт-Петербург, Россия

⁴ Санкт-Петербургский государственный лесотехнический университет им. С.М. Кирова,
Институтский пер., 5, Санкт-Петербург, Россия

⁵ Белорусский государственный технологический университет, ул. Свердлова, 13а, Минск, Республика Беларусь

^a orlovskiysergey@mail.ru, ^b sky_angel_33@mail.ru, ^c sokolova_vika@inbox.ru, ^d pum222@mail.ru,

^e parfenon73@mail.ru, ^f sergeyariko@mail.ru

^a <https://orcid.org/0000-0001-8904-834X>, ^b <https://orcid.org/0000-0002-7284-2050>, ^c <https://orcid.org/0000-0001-6880-445X>,

^d <https://orcid.org/0000-0002-0629-5650>, ^e <https://orcid.org/0000-0002-3701-9536>, ^f <https://orcid.org/0000-0001-6812-8842>

Статья поступила 29.08.2022, принята 16.09.2022

В статье предложена новая технология обработки почвы и ухода за растениями в лесном и сельском хозяйстве с использованием автоматизированного, управляемого компьютером тягового моста, позволяющая повысить эффективность выращивания посадочного материала, а также снизить себестоимость получаемой продукции. Предлагается изменить конструкцию тягового моста на основе применения специализированной фермы, на которой расположена тележка, передвигающаяся по ней в поперечном направлении. Рассчитаны параметры тягового моста, которые обеспечат минимальную металлоемкость и эксплуатационные затраты при обеспечении требуемых тяговых и скоростных характеристик. Учитывая особенности конструкции тягового моста, разработана схема его движения в лесном питомнике и соответствующая расчетная схема, учитывающая, в том числе, крутильные колебания, возникающие в несущей конструкции в процессе эксплуатации в результате взаимодействия системы «почва – орудие – тяговый мост». В статье приведен пример применения разработанной методики оценки крутильных колебаний фермы тягового моста.

Ключевые слова: лесные культуры; саженцы; питомник; трудоемкость; автоматизация; конструкция.

Traction axle truss torsional oscillations

S.N. Orlovskiy^{1a}, A.I. Karnaukhov^{2b}, V.A. Sokolova^{3c}, S.V. Alekseeva^{4d},
G.K. Parfenopulo^{4e}, S.E. Ariko^{5f}

¹ Krasnoyarsk State Agrarian University; 90, Mira Ave., Krasnoyarsk, Russia

² Reshetnev Siberian State Aerospace University; 82, Mira Ave., Krasnoyarsk, Russia

³ St. Petersburg State University of Industrial Technologies and Design, Higher School of Technology and Energy; 18, Bolshaya Morskaya St., St. Petersburg, Russia

⁴ St. Petersburg State Forest Technical University; 5, Institutsky Per., St. Petersburg, Russia

⁵ Belarusian State Technological University; 13a, Sverdlov St., Minsk, Republic of Belarus

^a orlovskiysergey@mail.ru, ^b sky_angel_33@mail.ru, ^c sokolova_vika@inbox.ru, ^d pum222@mail.ru,

^e parfenon73@mail.ru, ^f sergeyariko@mail.ru

^a <https://orcid.org/0000-0001-8904-834X>, ^b <https://orcid.org/0000-0002-7284-2050>, ^c <https://orcid.org/0000-0001-6880-445X>,

^d <https://orcid.org/0000-0002-0629-5650>, ^e <https://orcid.org/0000-0002-3701-9536>, ^f <https://orcid.org/0000-0001-6812-8842>

Received 29.08.2022, accepted 16.09.2022

The article proposes a new technology for tillage and plant care in forestry and agriculture using an automated, computer-controlled traction bridge, which makes it possible to increase the efficiency of growing planting material, as well as reduce the cost of the products obtained. It is proposed to change the design of the traction bridge based on the use of a specialized truss, on which a trolley is located, moving along it in the transverse direction. The parameters of the traction bridge are calculated, which will ensure the minimum metal consumption and operating costs, while ensuring the required traction and speed characteristics. Taking into account the design features

of the traction bridge, a scheme of its movement in the forest nursery and the corresponding design scheme were developed, taking into account, among other things, torsional vibrations that occur in the supporting structure of the traction bridge during operation as a result of the interaction of the system "soil - tool - traction bridge". The article gives an example of the application of the developed methodology for assessing torsional vibrations of a traction bridge truss.

Keywords: forest crops, seedlings, nursery, labor, automation, design.

Введение. В настоящее время в более 80 % лесных культур создается посадкой сеянцев и саженцев, выращивание которых организовано в лесных питомниках. Дальнейшая интенсификация питомнического хозяйства будет осуществляться в результате увеличения выхода стандартного посадочного материала с единицы площади на основе совершенствования агротехники выращивания, применения удобрений и комплексной механизации всех производственных процессов.

Применяемые в питомниках тракторы и самоходные шасси влияют на качество технологического процесса, значительно снижая биологически возможный выход посадочного материала с единицы площади: только для прохода тракторов не засеивается почти треть посевного поля. Схемы посева обусловлены в основном необходимостью маневрирования трактора в процессе выполнения различных работ при посадке, уходе и извлечении посадочного материала из почвы.

Существуют агромосты, однако они также имеют ряд недостатков. Реально действующая конструкция агромоста была изготовлена во Всесоюзном НИИ механизации лесного хозяйства (ВНИИМлесхозе) в 1976 г., что позволило создать автоматизированный лесной питомник на базе фермы подъемного крана с механизмом передвижения [1].

Объекты и методы исследования. Большие перспективы открывает использование тягового моста, движущегося по заранее заданным координатам, позволяющее улучшить схемы посева, перейти на точечный высев семян, приблизить форму и площадь питания растений к биологическо-хозяйственному оптимуму (рис. 1).

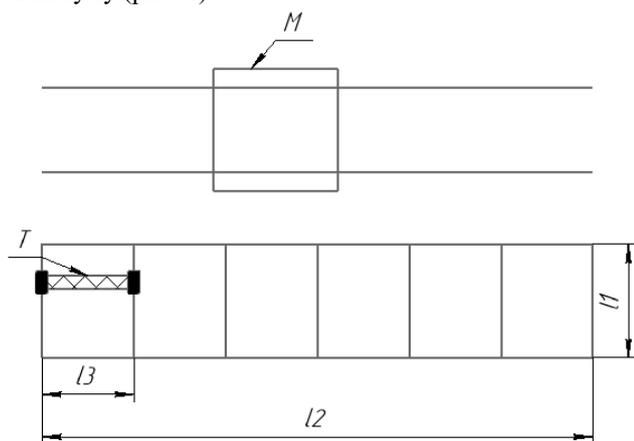


Рис. 1. Схема движения тягового моста в автоматизированном лесном питомнике: T — тяговый мост; M — механизм перемещения фермы; l_1 — длина питомника; l_2 — ширина питомника; l_3 — ширина тягового моста

По данным испытаний агромоста ВНИИМлесхоза были отмечены следующие проблемы, влияющие на качество его работы:

– при движении по рельсам не обеспечивается требуемая точность позиционирования моста относительно рядков лесных культур, что затрудняет их качественную обработку;

– при движении каретки с рабочим органом ферма испытывает колебания в вертикальной и горизонтальной плоскостях, а также крутильные, что приводит к повреждениям сеянцев.

Для расчета геометрических характеристик фермы тягового моста, используемого в качестве координатно-управляемого тягового средства при автоматизации производственных процессов в крупных лесных питомниках, особый интерес представляет исследование крутильных колебаний фермы при действии на штангу каретки нагрузки вида [2]:

$$F = F_0 + \sum_1^n F_k \cdot \cos \omega_k \cdot t, \quad (K = 1, 2, 3, \dots, n),$$

где F_0 — постоянная составляющая нагрузки, кг·м/с²; F_k — некоррелированные амплитуды переменной составляющей нагрузки, кг·м/с²; ω_k — частоты переменной составляющей нагрузки, с⁻¹.

Предполагается, что ферма представляет собой вал прямоугольного сечения с расположенной посередине кареткой, с концом штанги которой агрегатируется рабочее орудие. Относительно центра сечения фермы действует нагрузочный момент [3; 4]:

$$M = M_0 + \sum_1^n M_k \cdot \cos \omega_k \cdot \tau, \quad (K = 1, 2, 3, \dots, n),$$

где $M = F \cdot h$; $M_0 = F_0 \cdot h$; $M_k = F_k \cdot \delta h$, где h — длина штанги каретки, м.

Дифференциальное уравнение крутильных колебаний фермы составим, используя уравнения Лагранжа 2-го рода. При этом сделаем следующие допущения:

- кинетическую энергию крутильных колебаний самой фермы примем равной нулю;
- массой штанги пренебрежем;
- функцию Релея будем считать равной нулю, так как диссипация энергии из системы в режиме свободных колебаний возможна только через молекулярное трение.

В качестве прочностных и геометрических характеристик фермы примем модуль упругости 2-го рода G и момент инерции при кручении I_k . Составим выражения для кинетической T_Σ и потенциальной энергий системы Π_Σ , принимая за обобщенную координату угол отклонения штанги от вертикали φ (рис. 2).

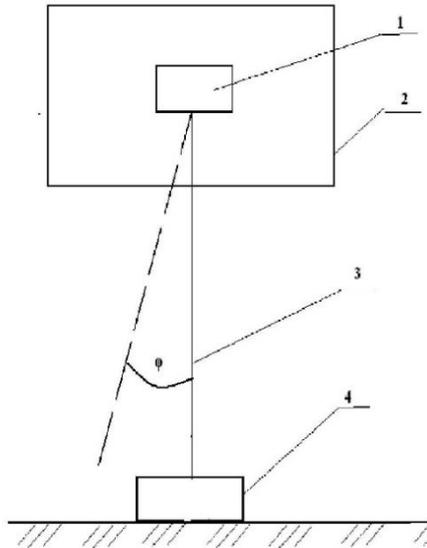


Рис. 2. Расчетная геометрическая модель фермы: 1 — каретка; 2 — контур фермы; 3 — штанга; 4 — рабочее орудие

$$T_2 = \frac{1}{2} \cdot (M_{op} \cdot l^2 + I_{кар}) \cdot \varphi^2,$$

$$\Pi_\Sigma = \left(2 \cdot \frac{G_k}{l} + \frac{1}{2} \cdot M_{op} \cdot g \cdot h \right) \cdot \varphi^2,$$

где M_{op} — масса орудия, кг; $I_{кар}$ — момент инерции каретки относительно продольной оси фермы, кг·м²; l — длина фермы, м; g — ускорение силы тяжести, м/с².

Производные Лагранжа по обобщенной координате соответственно равны [2]:

$$\frac{d}{dt} \cdot \left(\frac{d \cdot T_\Sigma}{d \varphi} \right) = (M_{op} \cdot h^2 + I_{кар}) \varphi,$$

$$\frac{d \Pi_\Sigma}{d \varphi} = \left(4 \cdot \frac{G \cdot I_k}{l} + M_{op} \cdot g \cdot h \right) \cdot \varphi.$$

С учетом правой части, т. е. момента нагрузки, дифференциальное уравнение крутильных колебаний фермы моста имеет вид:

$$(M_{op} \cdot h^2 + I_{кар}) \varphi + \left(\frac{4GI_k}{l} + M_{op} \cdot g \cdot h \right) \cdot \varphi = M_0 + \sum_{k=1}^n M_k \cdot \cos \omega_k \cdot t. \quad (1)$$

Разделим левую и правую части уравнения (1) на $I_{пр}$, которая равна:

$$I_{пр} = M_{op} \cdot h^2 + I_{кар},$$

тогда:

$$\frac{1}{I_{пр}} \cdot \left(\frac{4GI_k}{l} + M_{op} \cdot g \cdot h \right) = \omega_c^2.$$

При этом полученное выражение является квадратом собственной частоты колебаний фермы. Введя, принятые обозначения, получим:

$$\varphi'' + \omega_c^2 \cdot \varphi = \frac{M_0}{I_{пр}} + \sum_{k=1}^n \frac{M_k}{I_{пр}} \cdot \cos \omega_k \cdot t. \quad (2)$$

Для интегрирования представим уравнение (2) в лапласовых изображениях при нулевых начальных условиях и разрешим относительно обобщенной координаты [5]:

$$s^2 \varphi(s) + \omega_c^2 \varphi(s) = \frac{M_0/I_{пр}}{s} + \sum_{k=1}^n \frac{M_k}{I_{пр}} \cdot \frac{s}{(s^2 + \omega_k^2)}, \quad (3)$$

$$\varphi(s) = \frac{M_0/I_{пр}}{s \cdot (s^2 + \omega_c^2)} + \sum_{k=1}^n \frac{M_k}{I_{пр}} \cdot \frac{s}{(s^2 + \omega_c^2) \cdot (s^2 + \omega_k^2)}. \quad (4)$$

Оригинал, т. е. решение уравнения (2) имеет вид [6]:

$$\varphi(t) = \frac{2M_0}{I_{пр}\omega_c^2} \sin^2 \frac{\omega_c}{2} t + \sum_{k=1}^n \frac{M_k/I_{пр}}{\omega_c^2 - \omega_k^2} (\cos \omega_k t - \cos \omega_c t) \quad (5)$$

В случае, если $M_0 \gg M_k$ и $\omega_c \neq \omega_k$, при любом k максимальный угол отклонения штанги от вертикали φ_{max} равен:

$$\varphi_{max} = \frac{2M_0}{I_{пр}\omega_c^2} = \frac{2M_0 I_{пр}}{I_{пр} \left(\frac{4GI_k}{l} + M_{op} g h \right)} - \frac{2M_0 l}{4GI_k + M_{op} g h l}. \quad (6)$$

Результаты и их обсуждение. По условию точности выполнения технологических операций угол φ_{max} должен быть задан. Решая уравнение (6) относительно I_k , определим необходимое значение момента инерции сечения фермы при кручении как функцию постоянной составляющей нагрузки и конструктивных параметров моста:

$$I_k \geq \frac{l}{4G} \left(\frac{2M_0 l}{\varphi_{max}} - M_{op} g h \right). \quad (7)$$

Исследуем еще случай, когда среди ω_k найдется частота, равная частоте собственных колебаний фермы, т. е. будет выполнено условие $\omega_c = \omega_i$. Тогда в правой части формулы (4) появится составляющая, лапласово изображение которой равно [7]:

$$\varphi_i(s) = \frac{M_i}{I_{пр}} \frac{s}{(s^2 + \omega_c^2)^2} \quad (8)$$

Оригинал этой составляющей имеет вид:

$$\varphi_i(t) = \frac{M_i}{2I_{пр}\omega_c} t \sin \omega_c t \quad (9)$$

Это означает, что в случае выполнения указанного выше равенства ферма моста попадает в резонанс с i -й составляющей нагрузки, и амплитуда колебаний штанги будет возрастать во времени по линейному закону, что, разумеется, недопустимо. Отсутствие резонансных биений фермы выполняется при удовлетворении неравенства:

$$\omega_c > \omega_{kmax}.$$

Так как:

$$\omega_c^2 = \frac{1}{I_{пр}} \left(10 \frac{4GI_k}{l} M_{op} g h \right), \quad (10)$$

то момент инерции I_k должен удовлетворять неравенству:

$$I_k > \frac{l}{4G} (I_{пр} \omega_{kmax}^2 - M_{op} g h). \quad (11)$$

В соответствии с данными испытаний тягового моста ВНИИМлесхоза на основе решения задачи оптимизации были определены оптимальные размеры посадочных делянок и пролеты фермы. При этом для экспериментального образца тягового моста, работающего в режиме строчного высева, заданы следующие параметры: $l = 10$ м; $M_{op} = 400$ кг; $\varphi_{max} = 0,002$; $I_{пр} = 850$ кг·м²; $M_0 = 14700$ кг·м²/с²; $G = 8 \cdot 10^{10}$ кг/м·с²; $h = 1,0$ м; $\omega_{kmax} = 6,28$ рад = 1 Гц·с.

Используя формулу (7), получим:

$$I_k \geq \frac{1}{4,8 \cdot 10^{10}} \left(\frac{2 \cdot 14700 \cdot 10}{0,002} - 400 \cdot 9,8 \cdot 1,0 \cdot 10 \right) = 4,6 \cdot 10^{-4} = 46 \text{ 000 см}^4.$$

По формуле (10) найдем собственную частоту колебаний фермы (с кареткой и орудием):

$$\omega_c = \sqrt{\frac{1}{850} \left(\frac{4 \cdot 8 \cdot 10^{10} \cdot 4,6 \cdot 10^{-4}}{10} + 400 \cdot 9,8 \cdot 1,0 \right)} = 130 \text{ с}^{-1}$$

Так как $\omega_c \gg \omega_{\text{кmax}}$, то резонансные явления при выбранном значении I_k наблюдаться не будут, и производить уточняющий расчет по формуле (11) нет необходимости.

Заключение. В настоящее время актуальным вопросом является автоматизация технологического процесса выращивания посадочного материала, в первую очередь в лесных питомниках, и ухода за ним. При этом одним из технических решений является применение тягового моста, что позволяет не только

снизить эксплуатационные затраты и трудоемкость работ, но и обеспечивает более эффективное использование посадочных площадей.

Выбор параметров тягового моста следует осуществлять не только на основе сопротивлений, возникающих от орудий труда в процессе выполнения технологических операций, но следует учитывать дополнительные нагрузки, возникающие в результате действия крутильных колебаний. В связи с этим разработана методика оценки возникающих крутильных колебаний для тягового моста, которая включает расчетную схему и соответствующие выражения, позволяющие скорректировать параметры несущей системы тягового моста и могут быть использованы при создании автоматизированных лесных питомников и теплиц для выращивания различного вида посадочного материала и ухода за ним. На основе исходных данных ВНИИМлесхоза, который осуществлял испытания агромоста, приведен пример расчета параметров тягового моста.

Литература

- Орловский С.Н. Определение энергетических и динамических параметров тракторов, режимов резания активных рабочих органов машинно-тракторных агрегатов: моногр. Красноярск: КрасГАУ, 2011. 376 с.
- Дёч Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа и Z-преобразования: с прил. табл. составленных Р. Гершелем / пер. с нем. Г.А. Вольперта. М.: Наука, 1971. 288 с.
- Пановко Я.Г., Губанова И.И. Устойчивость и колебания упругих систем. М.: Наука, 1979. 381 с.
- Вибрации в технике: справ. в 6 т. / под ред. К.В. Фролова. М.: Машиностроение, 1995. Т. 6. 456 с.
- Орловский С.Н., Басканова Т.Ф., Ланкин Ю.П. Нейросетевая оптимизация динамических параметров тракторных агрегатов // Нейрокомпьютеры и их применение: сб. науч. тр. с междунар. участием VIII Всерос. конф. «НКП-2002». М.: ИПУ РАН, 2002. С. 42-47.
- Свитачёв А.И. Динамика трансмиссий гусеничных тракторов с учётом навесного оборудования. Иркутск: ИрГУПС, 2005. 189 с.
- Свитачёв А.И., Свитачёва М.П. Изменение свойств динамической нагруженности трансмиссии трактора с учётом навесного оборудования // Лесозащита: межвуз. сб. науч. тр. Красноярск: СибГТУ, 2004. Вып. 5. С. 237-244.
- Асмоловский М.К., Арико С.Е., Голякевич С.А. Механизация лесного хозяйства. Мн.: РИПО, 2020. 355 с.
- Черноустько Ф.Л., Акуленко Л.Д., Соколов Б.Н. Управление колебаниями. М.: Наука, 1980. 383 с.
- Akira I., Yoshiyuki N. Fast trajectory planning by design of initial trajectory in overhead traveling crane with considering obstacle avoidance and load vibration suppression // Journal of Physics: Conference Series. 2016. V. 744. № 1. P. 012070.
- Enin S.S., Omelchenko E.Y., Fomin N.V., Belyi A.V. Overhead Crane Computer Model. 11th International Conference on Mechanical Engineering, Automation and Control Systems (MEACS): IOP Conference Series Materials Science and Engineering, 2018. V. 327, UNSP 022028.
- Сериков С.А. Способ успокоения колебаний груза, транспортируемого мостовым краном // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2006. № 9. С. 4-8.
- Abdel-Rahman E.M., Nayfeh A.H., Masoud Z.N. Dynamics and control of cranes: A review. JVC // Journal of Vibration and Control. 2003. № 9 (7). P. 863-908.
- Qian D.Yi. Hierarchical Sliding Mode Control for Under-actuated Cranes. Design, Analysis and Simulation (Springer), 2015.
- Renuka V.S., Abraham T. Mathew 2013 Precise Modelling of a Gantry Crane System Including Friction, 3D Angular Swing and Hoisting Cable Flexibility // International Journal on Theoretical and Applied Research in Mechanical Engineering (IJTARME) 2 (1). P. 2319-3182.
- Fang Y., Dixon W.E., Dawson D.M., Zergeroglu E. 2003 Non-linear coupling control laws for an underactuated overhead crane system, Ieee-Asme Transactions on Mechatronics 8 (3) 418- 6 1234567890 MEACS 2017 IOP Publishing IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 327 (2018) 022028.
- Lee H.H. Modeling and control of a three-dimensional overhead crane // Journal of Dynamic Systems Measurement and Control-Transactions of the Asme. 1998. № 120 (4). P. 471-476.
- Almoutairi N.B., Zribi M. Sliding Mode Control of a Three-dimensional Overhead Crane // Journal of Vibration and Control. 2009. № 15 (11). P. 1679-1730.
- Smoczek J., Szpytko J. A mechatronics approach in intelligent control systems of the overhead traveling cranes prototyping. Information Technology and Control. 2008. № 37 (2). P. 154-158.
- Huang K. Dynamic analysis and tracking trajectory control of a crane. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part E // Journal of Process Mechanical Engineering. 2017. V. 231. № 5. P. 1045-1052.
- Масандилов Л.Б. Электропривод подъемных кранов. Moscow: Moscow Power Engineering Institute, 1998.
- Enin S.S., Omelchenko E.Ya., Belyi A.V., Fomin N.V. The motion of bridge crane mechanisms described with the help of Lagrange's equations of second kind // Vestnik Magnitogorskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta im. 2017. № 15 (3). P. 68-73.

References

- Orlovskiy S.N. Determination of energy and dynamic parameters of tractors, cutting modes of active working bodies of machine-tractor units: monogr. Krasnoyarsk: KrasGAU, 2011. 376 p.
- Dyoch G. Guide to practical application of Laplace transform and Z-transform: with Appendix Table: s pril. tabl. sostavlenykh

- R. Gershelem / per. s nem. G.A. Vol'perta. M.: Nauka, 1971. 288 p.
3. Panovko YA.G., Gubanova I.I. Stability and vibrations of elastic systems. M.: Nauka, 1979. 381 p.
 4. Vibrations in technology: sprav. v 6 t. / pod red. K.V. Frolova. M.: Mashinostroenie, 1995. V. 6. 456 p.
 5. Orlovskij S.N., Baskanova T.F., Lankin YU.P. Neural network optimization of dynamic parameters of tractor aggregates // Nejrokomp'yutery i ih primeneniye: sb. nauch. tr. s mezhdunar. uchastiem VIII Vseros. konf. «NKP-2002». M.: IPU RAN, 2002. P. 42-47.
 6. Svitachyov A.I. Dynamics of tracked tractor transmissions, taking into account the canopy equipment. Irkutsk: IrGUPS, 2005. 189 p.
 7. Svitachyov A.I., Svitachyova M.P. Change in the properties of the dynamic load-bearing transmission of a tractor, taking into account attachments // Lesoekspluatatsiya: mezhvuz. sb. nauch. tr. Krasnoyarsk: SibGTU, 2004. Vyp. 5. P. 237-244.
 8. Asmolovskij M.K., Ariko S.E., Golyakevich S.A. Mechanization of forestry. Mn.: RIPO, 2020. 355 p.
 9. CHernous'ko F.L., Akulenko L.D., Sokolov B.N. Oscillation control. M.: Nauka, 1980. 383 p.
 10. Akira I., Yoshiyuki N. Fast trajectory planning by design of initial trajectory in overhead traveling crane with considering obstacle avoidance and load vibration suppression // Journal of Physics: Conference Series. 2016. V. 744. № 1. P. 012070.
 11. Enin S.S., Omelchenko E.Y., Fomin, N.V., Belyi A.V. Overhead Crane Computer Model. 11th International Conference on Mechanical Engineering, Automation and Control Systems (MEACS): IOP Conference Series Materials Science and Engineering, 2018. V. 327, UNSP 022028.
 12. Serikov S.A. A way to calm the oscillations of the cargo transported by a bridge crane // Instruments and Systems: Monitoring, Control, and Diagnostics. 2006. № 9. P. 4-8.
 13. Abdel-Rahman E.M., Nayfeh A.H., Masoud Z.N. Dynamics and control of cranes: A review. JVC // Journal of Vibration and Control. 2003. № 9 (7). P. 863-908.
 14. Qian D.Yi. Hierarchical Sliding Mode Control for Under-actuated Cranes. Design, Analysis and Simulation (Springer), 2015.
 15. Renuka V.S., Abraham T. Mathew 2013 Precise Modelling of a Gantry Crane System Including Friction, 3D Angular Swing and Hoisting Cable Flexibility // International Journal on Theoretical and Applied Research in Mechanical Engineering (IJTARME) 2 (1). P. 2319-3182.
 16. Fang Y., Dixon W.E., Dawson D.M., Zergeroglu E. 2003 Non-linear coupling control laws for an underactuated overhead crane system, Ieee-Asme Transactions on Mechatronics 8 (3) 418- 6 1234567890 MEACS 2017 IOP Publishing IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 327 (2018) 022028.
 17. Lee H.H. Modeling and control of a three-dimensional overhead crane // Journal of Dynamic Systems Measurement and Control-Transactions of the Asme. 1998. № 120 (4). P. 471-476.
 18. Almutairi N.B., Zribi M. Sliding Mode Control of a Three-dimensional Overhead Crane // Journal of Vibration and Control. 2009. № 15 (11). P. 1679-1730.
 19. Smoczek J., Szpytko J. A mechatronics approach in intelligent control systems of the overhead traveling cranes prototyping. Information Technology and Control. 2008. № 37 (2). P. 154-158.
 20. Huang K. Dynamic analysis and tracking trajectory control of a crane. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part E // Journal of Process Mechanical Engineering. 2017. V. 231. № 5. P. 1045-1052.
 21. Masandilov L.B. Electric drive of cranes. Moscow: Moscow Power Engineering Institute, 1998.
 22. Enin S.S., Omelchenko E.Ya., Belyi A.V., Fomin N.V. The motion of bridge crane mechanisms described with the help of lagrange's equations of second kind // Vestnik of Nosov Magnitogorsk State Technical University. 2017. № 15 (3). P. 68-73.