

## Оценка усталостной долговечности осевого рабочего колеса турбомашин с учетом преднамеренной расстройки

С.А. Зайдес

Иркутский национальный исследовательский технический университет, ул. Лермонтова, 83, Иркутск, Россия  
zsa@ex.istu.edu

<https://orcid.org/0000-0002-7750-7497>

Статья поступила 01.02.2022, принята 14.02.2022

*Большинство механических конструкций и деталей машин при работе в реальных условиях эксплуатации подвержены воздействию изменяющихся во времени нагрузок, приводящих к напряжениям и деформациям в конструкции, которые также изменяются во времени. Если величина изменения напряжения превышает определенный предел, то в материале конструкции будет происходить процесс накопления повреждений, приводящий к образованию трещин. Эти трещины будут разрастаться, что, в конечном итоге, приведет к разрушению детали. При сборке и изготовлении рабочих колес часто бывают небольшие отклонения между лопатками, называемые расстройкой параметров. Это также приводит к значительным изменениям их колебательных параметров (форма, частота), а также к увеличению динамических напряжений и снижению ресурса лопаток рабочих колес. Статья посвящена разработке математических моделей для исследования влияния преднамеренной расстройки лопаток энергетических турбомашин на их долговечность. Представлены результаты численного анализа эффектов преднамеренной расстройки с целью увеличения ресурса лопаток облопаченных дисков турбомашин. Изменение геометрических характеристик лопаток облопаченных дисков значительно влияет на их динамические характеристики и долговечность. Преднамеренная расстройка получена путем оптимизации алгоритмов и реализована при небольших геометрических изменениях в лопатке в виде разных радиусов перехода лопатки в диск академического рабочего колеса. Для исследования влияния преднамеренной расстройки рабочих колес турбомашин выбраны метод конечных элементов и треугольный конечный элемент TET10 с тремя степенями свободы в узле. Объектом исследования в данной работе является академическое рабочее колесо с 10 лопатками, изготовленное в Бранденбургском техническом университете.*

**Ключевые слова:** напряжение; рабочее колесо; преднамеренная расстройка; долговечность.

## Fatigue life evaluation of an axial impeller of the turbomachine taking into account intentional mistuning

S.A. Zaides

Irkutsk National Research Technical University; 83, Lermontov St., Irkutsk, Russia  
zsa@ex.istu.edu

<https://orcid.org/0000-0002-7750-7497>

Received 01.02.2022, accepted 14.02.2022

*Most of the mechanisms, components and machine parts when operating under actual operating conditions are subjected to time-varying loads, resulting in stresses and strains in the structure that also change with time. If the magnitude of the stress change exceeds a certain limit, then a process of damage accumulation occurs in the structural material, which leads to the formation of cracks and these cracks grow and eventually destroy the texture of the part. In the assembly and manufacture of impellers, there are often small deviations between the blades, which are called the mistuning parameter. This also leads to significant changes in their vibrational parameters (frequency, mode), as well as to an increase in dynamic stresses and a decrease in the life of the impeller blades. The article is devoted to mathematical models for studying the effect of intentional mistuning of energy turbomachine blades on their durability. This article presents the results of a numerical analysis of the effects of intentional mistuning in order to increase the life of the bladed disks of turbomachines. Changes in the geometric characteristics of bladed disk blades significantly affect their dynamic characteristics and durability. Intentional mistuning is obtained by optimizing algorithms and implemented with small geometric changes in the blade, in the form of different radii of the transition of the blade into the disk of the academic impeller. To study the effect of intentional mistuning of the impellers of turbomachines, the finite element method and the TET10 triangular finite element with three degrees of freedom in the node are chosen. The object of research in this work is an academic impeller with 10 blades, which is manufactured at the Brandenburg University of Technology.*

**Keywords:** stress; impeller; intentional mistuning; fatigue life.

**Введение.** Усталостное разрушение давно признано одной из основных и наиболее опасных причин поломок

механических конструкций вообще и деталей турбомашин в частности. В настоящее время механические конструкции часто работают в сложных условиях нагрузки

или изготавливаются из новых материалов и т. д. Например, рабочее колесо работает при высокой температуре и большой скорости вращения. Усталостная долговечность конструкции в области турбомашин — это период времени его службы под действием режима нагружения и воздействующих факторов без усталостного разрушения. Усталостная долговечность конструкции измеряется не только в единицах времени, но также может быть измерена количеством рабочих циклов, нагруженных блоков и т. д.

Существует множество факторов, влияющих на срок службы рабочих колес турбомашин. Одним из этих факторов является расстройка. Исследование влияния расстройки в настоящее время представляет большой интерес в области конструкции лопаток дисковых турбомашин [1–5]. Расстройка всегда присутствует в реальных рабочих колесах турбомашин. Значение расстройки параметров оказывает значительное влияние на долговечность рабочих колес турбомашин. Причины расстройки бывают разные — небольшие, в пределах допусков, отличия геометрии секторов колеса или лопаток, неоднородность материала, погрешности изготовления и сборки, условий закрепления лопаток на дисках, условия контакта бандажных полок или неоднородные аэродинамические нагрузки по лопаткам и др.

Влияние расстройки на динамические характеристики и усталостную долговечность является одним из важных направлений при исследовании и проектировании турбомашин. Частоты колебаний и ресурс рабочих колес турбомашин являются предметом исследований многих авторов [6–19].

Из-за трудностей определения изменяющихся во

времени напряжений, демпфирования, характеристик материалов, влияния расстройки и т. д. в настоящее время имеется немного качественных и количественных анализов ресурсов лопаток турбинных двигателей.

Для оценки ресурса лопаток и рабочих колес ГТД в первую очередь необходимо выполнить анализ статических напряжений и вычислить значение собственных частот и форм колебаний с учетом вращения и газовых сил. Далее определяется возбуждающая нагрузка на стационарных и переходных режимах работы. После этого выполняется расчет динамических перемещений и напряжений на стационарных и переходных режимах. Наконец, необходимо оценить ресурс лопаточных систем и прогнозировать время до разрушения конструкции.

Метод схематизации напряжений применяется для получения диаграммы «напряжение – время» и расчета жизнеспособности конструкций. При этом полученная повреждаемость от величины колебаний выражается через средние напряжения и амплитуды. В данной статье используется метод *Rain-Flow* (или «метод дождя»). Суть этого метода заключается в анализе графика «напряжение – время» на дискретные значения и представлении этого распределения для применения гипотезы накопления повреждений. Метод *Rain-Flow* используется в численном анализе для оценки амплитуды и среднего напряжения каждой амплитуды вибрации. Метод *Rain-Flow* основан на материальных и механических предпосылках. Диаграмма «напряжение — деформация» метода *Rain-Flow* начинается в нулевой точке и следует до точки 1 (рис. 1).

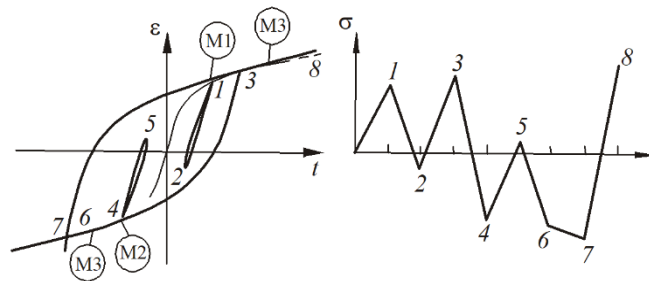


Рис. 1. Метод схематизации напряжения *Rain-Flow*

Типичная история нагружения лопатки рабочего колеса представлена на рис. 2. На рисунке представлены несколько видов нагружения лопатки, обозначенные цифрами, например, повышение эксплуатационной скорости на 10 или 20 %, старт-стоп цикл при скорости вращения, вибрационные напряжения цикла. История нагружения изображена в нижней части рисунка в виде диаграммы «напряжение – время».

В сложном напряженном состоянии условия прочности могут быть выражены с помощью гипотез прочности. Согласно гипотезе о максимальном касательном напряжении, условие прочности выражается как:

$$\tau_{max} = (\sigma_1 - \sigma_2)/2 < [\sigma]/2, \quad (1)$$

где  $\sigma_3 \leq \sigma_2 \leq \sigma_1$  - главные нормальные напряжения, а

$[\tau]$  и  $[\sigma]$ - допускаемые касательные или нормальные напряжения.

В случае одновременного действия нормальных и касательных напряжений условие (1) модифицируется:

$$\tau_{\text{эКВ}} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma]. \quad (2)$$

Другой фундаментальной теорией прочности в многоосном НДС является гипотеза энергии изменения формы:

$$\tau_{\text{эКВ}} = \sqrt{(\sigma_1^2 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2^2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3^2 - \sigma_2)^2} \leq [\sigma], \quad (3)$$

или 
$$\tau_{\text{эКВ}} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma]. \quad (4)$$

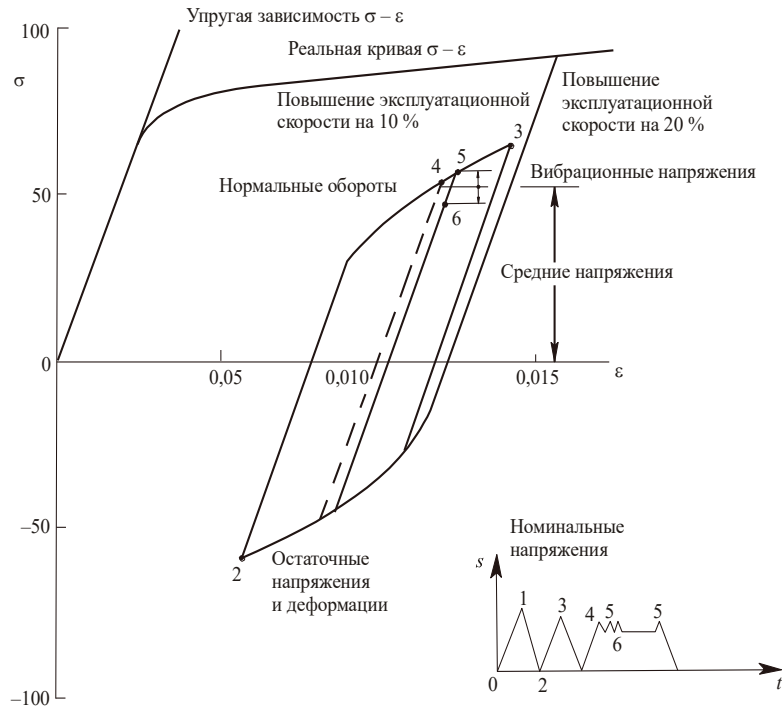


Рис. 2. Диаграмма «напряжение – деформация» для метода Rain-Flow

При расчете деталей из хрупких материалов расчет на прочность рекомендуется проводить по 1-й гипотезе наибольших растягивающих напряжений:

$$\sigma_{\text{экр}} = \sigma_1 \leq [\sigma]. \quad (5)$$

В особых случаях стойкость конструкции к хрупкому разрушению оценивают методом механического разрушения.

Чтобы определить, какой метод использовать (малоцикловой или многоцикловой усталости) используется качественный критерий:

$$\Delta\sigma_E > 2\sigma_E, \quad (6)$$

$$\Delta\sigma_E = \sigma_E^{\text{max}} - \sigma_E^{\text{min}}, \quad (7)$$

где  $\sigma_E^{\text{max}}$ ,  $\sigma_E^{\text{min}}$  - максимальное и минимальное значение напряжения в данной рассматриваемой точке деталей за период одного цикла, которые рассчитываются в предположении упругости материала, а  $\sigma_E$  — предел упругости материала. Если выполняется (5), то материал в рассматриваемой точке находится в области пластической деформации, и его прочность определяется по закону малой циклической усталости. Если выполняется обратное:

$$\Delta\sigma_E < 2\sigma_E, \quad (8)$$

то материал после первого цикла нагружения войдет в упругую область, и повторной пластической деформации не произойдет. Расчет на выносливость в этом случае следует производить методами многоцикловой усталости.

Метод многоцикловой усталости часто используется для расчета совокупной усталостной поврежденности и прогнозирования длительной прочности конструкций и деталей машин. Он разработан на основе экспериментальных кривых усталости.

Согласно данному методу, прочность деталей определяется закономерностями многоцикловой усталости. В этом случае для расчета усталостной долговечности широко используется скорректированная линейная гипотеза накопления усталостных повреждений, предложенная авторами Palmgren – Miner (рис. 3). Гипотеза накопления Palmgren – Miner широко используется в расчете долговечности лопаток рабочих турбомашин. После применения классификационных методов для каждого уровня напряжений определяется доля повреждения  $D_i$ , которая линейно аккумулируется с другими долями.

Повреждение отдельной величины колебаний вычисляется по формуле:

$$\Delta D_i = \frac{1}{N_i}, \quad (9)$$

где  $N_i$  - число циклов нагружения для уровня напряжений  $i$ . Влияние колебаний на уровень напряжений определяется путем суммирования всех долей повреждений  $D_i = n_i \cdot \Delta D_i$  по формуле:

$$D = \sum_{i=1}^l D_i = \sum_{i=1}^l \frac{n_i}{N_i}. \quad (10)$$

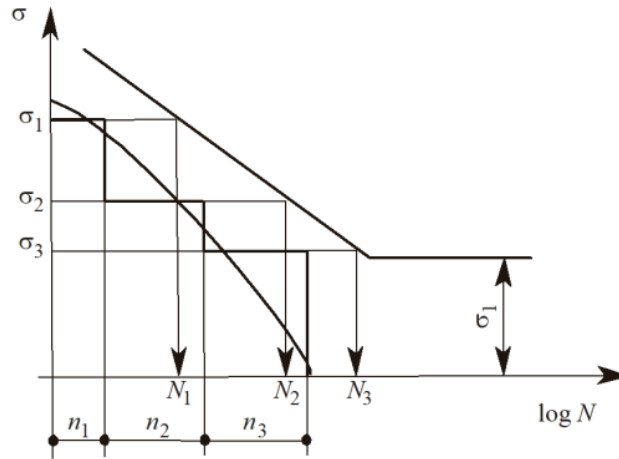


Рис. 3. Гипотеза накопления Palmgren – Miner

Разрушение лопаток рабочих колес турбомашин происходит по правилу Palmgren – Miner при  $D = 1$ . Если  $D < 1$ , то считается, что конструкция выдержит до разрушения  $D^{-1}$  раз. Среднюю долговечность в циклах нагружения можно вычислить по формуле:

$$\bar{N} = \frac{\sum_{i=1}^l n_i}{D} = \frac{\sum_{i=1}^l n_i}{\sum_{i=1}^l \frac{n_i}{N_i}} \quad (11)$$

С учетом  $N = N_D (\sigma_\alpha / \sigma_{-1g})^{-k}$ , где  $\sigma_\alpha \geq \sigma_{-1g}$  и  $\sigma_\alpha = \sigma_f' (2N_f)^b$  средняя долговечность будет:

$$\bar{N} = \frac{\sum_{i=1}^l n_i}{\sum_{i=1}^l \frac{n_i}{N_i} \left( \frac{\sigma_i}{\sigma_{-1g}} \right)^k} \quad (12)$$

причем при  $\sigma_i < \sigma_{-1g}$  число циклов нагружения до разрушения  $N_i = \infty$ . Для расчета средней долговечности по времени применяется формула  $\bar{N} = T^* / D$  где  $T^*$  - время с диаграммы  $\sigma - t$ .

Общей гипотезы о накоплении повреждений на сегодняшний день не существует, и получение достоверных численных результатов не будет в такой степени достигнуто модификацией гипотез путем их правильного применения. Исследования точности гипотезы Palmgren – Miner показывают, что расчетная долговечность согласуется с другими результатами. На рис. 4 показана схема для расчета многоциклового долговечности академического колеса [9].

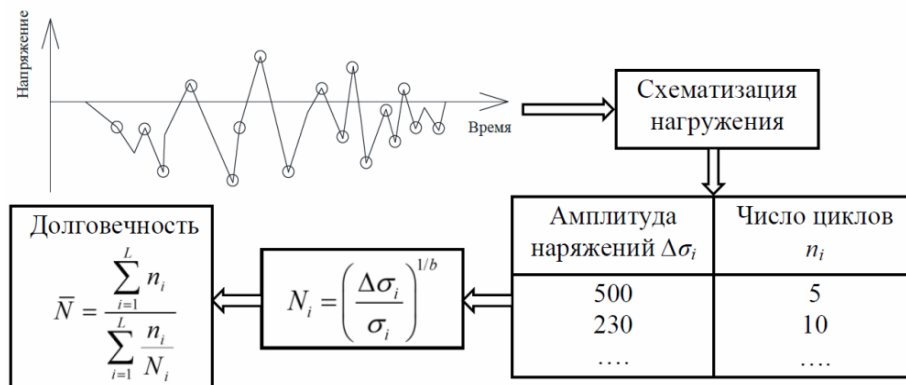


Рис. 4. Схема расчета многоциклового долговечности академического колеса

**Оценка долговечности.** На следующем этапе исследований представлены результаты исследований долговечности академического колеса с учетом преднамеренной расстройки параметров, вносимой в систему путем изменения геометрических характеристик лопаток.

Объектом исследования в данной статье является академическое рабочее колесо компрессора высокого давления с 10 лопатками, изготовленное и впервые исследованное в Бранденбургском техническом университете.

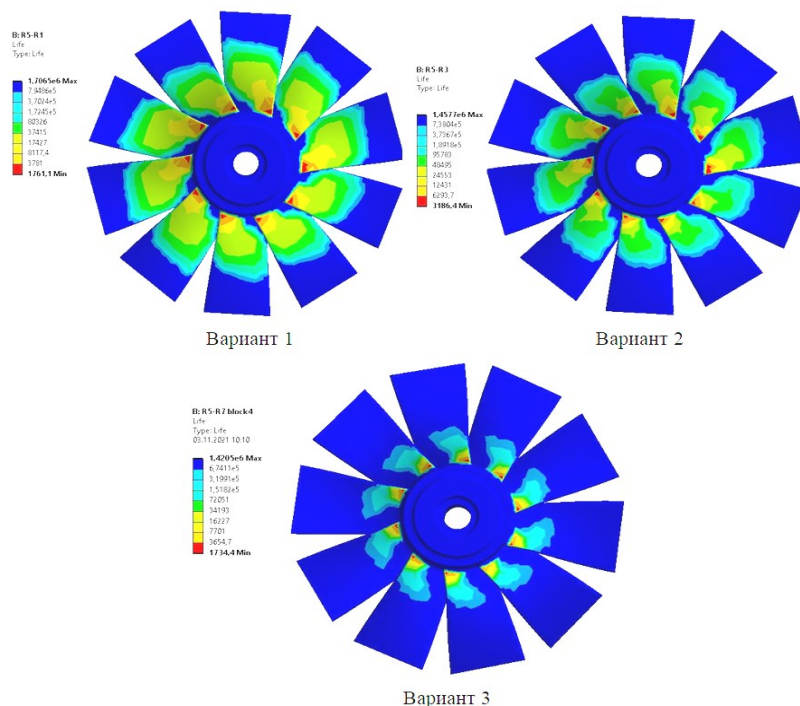


Рис. 5. Результаты расчета долговечности лопаток

Основные механические характеристики имеют вид: материал рабочего колеса — сталь, модуль Юнга —  $2,1 \cdot 10^5$  МПа, плотность —  $7\,850$  кг/м<sup>3</sup>, коэффициент Пуассона — 0.3 [20].

Впервые были проанализированы три варианта блочных моделей академического колеса с учетом преднамеренной расстройки, которые дают самые эффективные результаты максимального коэффициента увеличения амплитуд лопаток.

При изменении радиуса перехода лопатки в диск академического рабочего колеса  $R = 1$  мм и  $R = 3$  мм получаем третью блочную модель (вариант 1 и вариант 2) и четвертую блочную модель для  $R = 7$  мм (вариант 3).

Расчет долговечности академического колеса при изменении радиуса перехода лопатки в диск представлен на рис. 5.

**Заключение.** В данной работе представлены результаты численного анализа эффектов преднамеренной расстройки с целью повышения долговечности лопаток облопаченных дисков турбомашин. Преднамеренная расстройка получена путем оптимизации алгоритмов и реализована путем небольших геометрических изменений в лопатке, в частности, изменением радиуса нижнего края лопатки. Данные результаты исследования различных видов преднамеренной расстройки в настоящей работе позволяют использовать их для оценки перспективных разработок при проектировании или эксплуатации лопаток рабочих колес турбомашин.

#### Литература

1. Beirow B., Figaschewsky F., Kühhorn A., Bornhorn A. Modal analyses of an axial turbine blisk with intentional mistuning // J Eng Gas Turb Power. 2018. 140 (1): 012503-012503-11.
2. Beirow B., Figaschewsky F., Kühhorn A., Bornhorn A. Vibration analysis of an axial turbine blisk with optimized intentional mistuning pattern // Journal of Sound and Vibration. 2019. 442. P. 11-27.
3. Figaschewsky F., Kühhorn A., Beirow B., Nipkau J., Giersch T., Power B. Design and analysis of an intentional mistuning experiment reducing flutter susceptibility and minimizing forced response of a jet engine fan // Proceedings of ASME Turbo Expo. 2017. GT2017-54621. P. 1-13.
4. Lim S.H., Castanier M.P., Pierre C. Intentional mistuning design space reduction based on vibration energy flow in bladed disks // ASME-Paper. 2004. GT2004-53873.
5. Beirow B., Kühhorn A., Figaschewsky F., Bornhorn A., Repetckii O.V. Forced response reduction of a blisk by means of intentional mistuning // Proceedings of the ASME Turbo Expo. Turbomachinery Technical Conference and Exposition. Ser. «ASME Turbo Expo 2018: Turbomachinery Technical Conference and Exposition, GT 2018», 2018.
6. Repetckii O., Ryzhikov I., Nguyen T.Q. Investigation of mistuning impact on vibration of rotor bladed disks // Journal of Physics: Conference Series, 2018. P. 012097.
7. Irretier H., Repetski O. Vibration and life estimation of rotor structures // Fifth International Conference on Rotor Dynamics. Proceedings, 1998. P. 456-464.
8. Еловенко Д.А., Репецкий О.В. Анализ напряженного состояния упругой полуплоскости, нагруженной постоянным давлением на ограниченных промежуточных участках с заданным периодом, методом конечных элементов на базе программного комплекса // Изв. Иркутской гос. экономической акад. 2011. № 5. С. 171-175.
9. Хайманн Б., Герт В., Попп К., Репецкий О.В. Мехатроника: компоненты, методы, примеры: моногр. Новосибирск,

2010. 602 с.
10. Repetckii O.V., Ryzhikov I.N., Nguyen V.V. Development of mathematical models for the numerical analysis of durability and increase the reliability elements of turbomachines with various types of mistuning on bladed disks // In the collection: 2020 International Multi-Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies (FarEastCon), 2020. P. 9271298.
  11. Repetckii O.V., Nguyen V.V. Dynamics of turbomachine impellers using sensitivity functions // Proceedings of the 6th International Conference on Industrial Engineering, ICIE. 2020. P. 581-588.
  12. Repetckii O.V., Nguyen V.V. Effect of intentional mistuning on dynamic characteristics of an energy turbomachine bladed disk // Journal of Physics: Conference Series. International Conference on Automatics and Energy (ICAE 2021), 2021. P. 012012.
  13. Ryzhikov I.N., Repetckii O.V., Nguyen V.V. Numerical analysis of dynamics and fatigue life of the turbomachine impeller with mistuning // Proceedings of the 7th International Conference on Industrial Engineering (ICIE 2021), 2021. P. 682-689.
  14. Repetckii O.V., Nguyen V.V., Bernd B. Numerical and experimental research of intentional mistuning of an academic bladed disk using sensitivity analysis // Proceedings of the 7th International Conference on Industrial Engineering (ICIE 2021), 2021. P. 663-671.
  15. Repetckii O.V., Nguyen V.V. Numerical research of vibrational characteristics for compressor bladed disks of an energy turbomachine with intentional mistuning of blades // In the collection: 2020 International Multi-Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies (FarEastCon), 2020. P. 9271444.
  16. Репецкий О.В., Нгуен В.В. Анализ динамических характеристик облопаченных дисков турбомашин с преднамеренной расстройкой // Вестн. Пермского нац. исследовательского политехнического ун-та. Аэрокосмическая техника. 2020. № 62. С. 61-70.
  17. Репецкий О.В., Нгуен В.В. Анализ динамических характеристик элементов турбомашин // Вестн. НГИЭИ. 2020. № 2 (105). С. 5-17.
  18. Репецкий О.В., Нгуен В.В. Исследования влияния расстройки параметров на долговечность рабочих колес турбомашин с учетом анализа чувствительности // Вестн. НГИЭИ. 2020. № 10 (113). С. 5-16.
  19. Репецкий О.В., Нгуен В.В. Численный анализ прочностных характеристик машиностроительных конструкций с расстройкой параметров // Вестн. НГИЭИ. 2019. № 7 (98). С. 27-38.
  20. Репецкий О.В., Нгуен В.В. Численное исследование преднамеренной расстройки при вариациях толщины лопаток энергетических турбомашин // Вестн. НГИЭИ. 2021. № 8 (123). С. 44-56.
  - ckii O.V. Forced response reduction of a blisk by means of intentional mistuning // Proceedings of the ASME Turbo Expo. Turbomachinery Technical Conference and Exposition. Ser. «ASME Turbo Expo 2018: Turbomachinery Technical Conference and Exposition, GT 2018», 2018.
  3. Repetckii O., Ryzhikov I., Nguyen T.Q. Investigation of mistuning impact on vibration of rotor bladed disks // Journal of Physics: Conference Series, 2018. P. 012097.
  4. Irrerier H., Repetski O. Vibration and life estimation of rotor structures // Fifth International Conference on Rotor Dynamics. Proceedings, 1998. P. 456-464.
  5. Elovenko D.A., Repeckij O.V. Analysis of the stress state of an elastic half-plane loaded with constant pressure in limited intermediate sections with a given period by the finite element method based on a software package // Izv. Irkutskoj gos. ekonomicheskoy akad. 2011. № 5. P. 171-175.
  6. Hajmann B., Gert V., Popp K., Repeckij O.V. Mechatronics: components, methods, examples: monogr. Novosibirsk, 2010. 602 p.
  7. Repetckii O.V., Ryzhikov I.N., Nguyen V.V. Development of mathematical models for the numerical analysis of durability and increase the reliability elements of turbomachines with various types of mistuning on bladed disks // In the collection: 2020 International Multi-Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies (FarEastCon), 2020. P. 9271298.
  8. Repetckii O.V., Nguyen V.V. Dynamics of turbomachine impellers using sensitivity functions // Proceedings of the 6th International Conference on Industrial Engineering, ICIE. 2020. P. 581-588.
  9. Repetckii O.V., Nguyen V.V. Effect of intentional mistuning on dynamic characteristics of an energy turbomachine bladed disk // Journal of Physics: Conference Series. International Conference on Automatics and Energy (ICAE 2021), 2021. P. 012012.
  10. Ryzhikov I.N., Repetckii O.V., Nguyen V.V. Numerical analysis of dynamics and fatigue life of the turbomachine impeller with mistuning // Proceedings of the 7th International Conference on Industrial Engineering (ICIE 2021), 2021. P. 682-689.
  11. Repetckii O.V., Nguyen V.V., Bernd B. Numerical and experimental research of intentional mistuning of an academic bladed disk using sensitivity analysis // Proceedings of the 7th International Conference on Industrial Engineering (ICIE 2021), 2021. P. 663-671.
  12. Repetckii O.V., Nguyen V.V. Numerical research of vibrational characteristics for compressor bladed disks of an energy turbomachine with intentional mistuning of blades // In the collection: 2020 International Multi-Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies (FarEastCon), 2020. P. 9271444.
  13. Repeckij O.V., Nguen V.V. Analysis of dynamic characteristics of bladed disks of turbomachines with intentional mistuning // PNRPU Bulletin. Aerospace engineering. 2020. № 62. P. 61-70.
  14. Repeckij O.V., Nguen V.V. Analysis of dynamic characteristics of turbomachinery elements // Vestn. NGIEI. 2020. № 2 (105). P. 5-17.
  15. Repeckij O.V., Nguen V.V. Research of influence mistuning parameter on the durability bladed disks turbomachines based on sensitivity analysis // Bulletin NGIEI. 2020. № 10 (113). P. 5-16.
  16. Repeckij O.V., Nguen V.V. Numerical analysis of strength characteristics of machine-building structures with mistuning parameters // Bulletin NGIEI. 2019. № 7 (98). P. 27-38.
  17. Repeckij O.V., Nguen V.V. Numerical study of intentional mistuning with variations in the thickness of the blades of power turbomachines // Bulletin NGIEI. 2021. № 8 (123). P. 44-56.

#### References

1. Beirow B., Figaschewsky F., Kühhorn A., Bornhorn A. Modal analyses of an axial turbine blisk with intentional mistuning // J Eng Gas Turb Power. 2018. 140 (1): 012503-012503-11.
2. Beirow B., Figaschewsky F., Kühhorn A., Bornhorn A. Vibration analysis of an axial turbine blisk with optimized intentional mistuning pattern // Journal of Sound and Vibration. 2019. 442. P. 11-27.
3. Figaschewsky F., Kühhorn A., Beirow B., Nipkau J., Giersch T., Power B. Design and analysis of an intentional mistuning experiment reducing flutter susceptibility and minimizing forced response of a jet engine fan // Proceedings of ASME Turbo Expo. 2017. GT2017-54621. P. 1-13.
4. Lim S.H., Castanier M.P., Pierre C. Intentional mistuning design space reduction based on vibration energy flow in bladed disks // ASME-Paper. 2004. GT2004-53873.
2. Beirow B., Kühhorn A., Figaschewsky F., Bornhorn A., Repet-