

Математическая модель брикетирования измельченных древесных материалов на лесных терминалах

А.В. Помигуев^{1а}, О.А. Куницкая^{2b}, Е.А. Тихонов^{3c}, С.А. Чжан^{4d}

¹ Филиал Военного учебно-научного центра Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия им. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» в г. Сызрани, Маршала Жукова, 1, Сызрань, Россия

² Арктический государственный агротехнологический университет, Сергеляхское шоссе, 3, Якутск, Республика Саха (Якутия), Россия

³ Петрозаводский государственный университет, пр. Ленина, 33, Петрозаводск, Республика Карелия, Россия

⁴ Братский государственный университет, Макаренко, 40, Братск, Россия

^a pomiguev.ias@yandex.ru, ^b ola.ola07@mail.ru, ^c tihonov@petsu.ru, ^d Schzan@rambler.ru

^a <https://orcid.org/0000-0002-6368-3967>, ^b <https://orcid.org/0000-0001-8542-9380>,

^c <https://orcid.org/0000-0003-2136-3268>, ^d <https://orcid.org/0000-0001-9708-8990>

Статья поступила 01.09.2021, принята 17.09.2021

В Российской Федерации в настоящее время значительный объем получаемых при деревообработке отходов основного производства перерабатывается в прессованное топливо — пеллеты и брикеты. Основным экспортным товаром являются топливные пеллеты (гранулы). Топливные брикеты в основном продаются на внутреннем рынке. Несомненным достоинством является то, что их можно использовать в угольных котельных, полностью или частично заменяя уголь и не внося изменения в конструкцию котельной. Выполненные ранее экспериментальные исследования показали, что из сучьев, ветвей и вершин деревьев после их измельчения можно также делать достаточно качественные топливные брикеты, при помощи которых решается проблема энергоснабжения лесных терминалов (непостоянных лесных складов), включая получение электрической энергии. В рамках научной школы «Инновационные разработки в области лесозаготовительной промышленности и лесного хозяйства» достаточно давно ведутся исследования и опытно-конструкторские разработки по повышению эффективности лесозаготовительного производства, включая развитие технологических процессов с углубленной обработкой заготовленной древесины на верхних складах и лесных терминалах. В предлагаемой статье разработана и исследована математическая модель операции брикетирования измельченных древесных материалов на лесных терминалах. Областью практического применения результатов математического моделирования процесса брикетирования является определение оптимальных либо, как минимум, рациональных сочетаний режимов работы пресса, работающего на лесном терминале, и свойств брикетируемого древесного сырья. Критерием оптимальности можно считать энергетическую себестоимость брикета, рациональности — обеспечение требуемой прочности брикета в течение заданного промежутка времени хранения и транспортировки.

Ключевые слова: лесные терминалы; брикетирование древесных отходов; энергоснабжение лесных терминалов; топливные брикеты.

Mathematical model of briquetting of crushed wood materials at forest terminals

A. V. Pomiguev^{1a}, O. A. Kunitskaya^{2b}, E. A. Tikhonov^{3c}, S. A. Chzhan^{4d}

¹ Branch of the Military Training and Research Center of the Air Force «Air Force Academy named after N.E. Zhukovsky and Yu.A. Gagarin»; 1, Marshal Zhukov St., Syzran, Russia

² Arctic State Agrotechnological University; 3, Sergelyakhskoe Shosse, Yakutsk, Republic of Sakha

³ Petrozavodsk State University; 33, Lenin Ave., Petrozavodsk, Republic of Karelia

⁴ Bratsk State University; 40, Makarenko St., Bratsk, Russia

^a pomiguev.ias@yandex.ru, ^b ola.ola07@mail.ru, ^c tihonov@petsu.ru, ^d Schzan@rambler.ru

^a <https://orcid.org/0000-0002-6368-3967>, ^b <https://orcid.org/0000-0001-8542-9380>,

^c <https://orcid.org/0000-0003-2136-3268>, ^d <https://orcid.org/0000-0001-9708-8990>

Received 01.09.2021, accepted 17.09.2021

In the Russian Federation, at present, a significant amount of wood processing waste from the main production is processed into compressed fuel-pellets and briquettes. The main export product is fuel pellets (pellets). Fuel briquettes are mainly sold in the domestic market. Their undoubted advantage is that they can be used in coal-fired boilers, completely or partially replacing coal and without making changes to the design of the boiler room. Earlier experimental studies have shown that the taggot-wood, branches and tops of trees, after they are crushed, can also be used to make sufficiently high-quality fuel briquettes, with the help of which it is possible to solve the problem of energy supply to forest terminals (non-permanent forest warehouses), including the production of electrical energy. Within the framework of the scientific school "Innovative Developments in the field of logging industry and forestry", research and development work has been carried out for a long time to improve the efficiency of logging production, including the development of technological processes with in-depth processing of harvested wood in upper warehouses and forest terminals. In this article, a mathematical model of the operation of briquetting of crushed wood materials at forest terminals is developed and investigated. The field of prac-

tical application of the results of mathematical modeling of the briquetting process is to determine the optimal, or at least rational, combinations of the operating modes of the press operating at the forest terminal and the properties of the briquetted wood raw materials. The criterion of optimality can be considered the energy cost of the briquette, rationality-ensuring the required strength of the briquette during a given period of storage and transportation time.

Keywords: forest terminals; wood waste briquetting; energy supply of forest terminals; fuel briquettes.

Введение. Производство топливных брикетов из измельченных порубочных остатков на лесных терминалах логично организовывать при «канадской» технологии лесосечных работ, когда ведущей лесозаготовительной машиной является валочно-пакетирующая. Скиддер трелюет пачки деревьев на верхний склад, на котором при помощи процессора производятся сортименты, и порубочные остатки концентрируются в одном месте. Альтернативной такому варианту может быть использование одномашинного лесозаготовительного комплекса — валочно-трелевочно-процессорной машины (ВТПМ), в результате работы которой, также на верхнем складе, образуются сортименты и порубочные остатки [1–3].

Материалы и методы исследования. Исследование базируется на положениях механики — теории вязкоупругости и пластичности [4; 5]; при иллюстрации результатов моделирования можно опираться на сведения, полученные предыдущими исследователями в области брикетирования и реализации отходов лесозаготовок [6–9]. Реализация математической модели потребует использования численных методов в системах компьютерной математики. В качестве инструмента для проведения расчетов рекомендуем среду Maple [10].

Результаты исследования. Областью практического применения результатов математического моделирования процесса брикетирования является определение оптимальных либо, как минимум, рациональных сочетаний режимов работы пресса, работающего на лесном терминале, и свойств брикетируемого древесного сырья. Критерием оптимальности можно считать энергетическую себестоимость брикета [11–13], рациональности — обеспечение требуемой прочности брикета в течение заданного промежутка времени хранения и транспортировки.

Для достижения обозначенной цели математическая модель должна учитывать скорость v и давление p (либо усилие P) прессования, определяющие энергетическую стоимость брикета [11–13], деформативные характеристики сырья. Физическая картина формирования брикета предполагает возникновение упругих, вязких и пластических деформаций, что во многом схоже по физике процесса с уплотнением массива многослойного почвогрунта, или коры [14–17]. Обозначим допущение о том, что деформативные характеристики сырья будем считать производными величинами от влажности W , температуры T , гранулометрического состава f и материала брикета (кора, древесина определенной породы либо их смесь) [9]. Проверка разрабатываемых теоретических положений будет выполнена в результате сопоставления расчетных и опытных данных при последующих исследованиях.

Линейные вязко-упруго-пластические модели хорошо известны [14], они использовались, например, в работах [7; 8] при исследовании прессования древесного сырья, в том числе отходов. Впоследствии научное описание брикетирования древесных материалов было усовершенствовано за счет введения в математические

модели функций, связывающих деформативные характеристики и деформацию сжатия брикета [18–20], что позволило на теоретическом уровне учесть выраженный нелинейный характер зависимости потребного давления прессования и плотности брикета, наблюдающийся в экспериментах [9].

Авторы [18–20] используют понятие «упрочнение» по отношению к увеличению модуля общей деформации E и вязкости η сырья непосредственно при уплотнении; при этом явление мгновенного («распрессовка») и длительного упругого восстановления учитываются лишь качественно в рамках дискуссии. Подобное допущение оправдано тем, что указанные исследования выполнены для топливных брикетов, предназначенных для реализации стороннему потребителю, изготовленных из мелкодисперсного сырья и отличающихся сравнительно высокими значениями плотности (свыше 1 000 кг/м³). При подобных параметрах сырья явления упругого восстановления практически не заметны [9; 14].

Технология производства брикетов на лесных терминалах предполагает использование более легких прессов, позволяющих производить брикеты с плотностью до 900 кг/м³; при этом упругое восстановление может привести к разрушению брикета за несколько часов либо суток. Но, тем не менее, даже при такой плотности брикета на выходе из матрицы при его прессовании связь давления и плотности нелинейна, т. е. явление «упрочнения» выражено существенно. Попытка построить математическую модель с учетом возможного увеличения E , η в данном случае приведет к получению искаженных результатов при моделировании восстановления материала брикета (за счет увеличения параметра η). В связи с чем следует положить в основу разрабатываемой математической модели иные предпосылки.

Построим упруго-вязко-пластическую модель с учетом переменного предела пластичности σ_T , зависящего от деформации сжатия ε ; в этом случае станет возможным учесть как повышающееся сопротивление брикета прессованию при увеличении плотности, так и его упругое восстановление, влияющее на форму брикета в сравнительно краткосрочном промежутке времени, что будет показано далее.

Вначале исследуем вязко-пластическую модель, схема которой представлена на рис. 1.

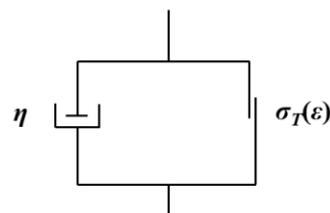


Рис. 1. Схема реологической модели вязко-пластического тела с переменным пределом пластичности

При $\sigma_T = \text{const}$ связь напряжения и деформации модели, схема которой представлена на рис. 1, выражается уравнением [5]:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{\eta} \cdot (\sigma - \sigma_T) \cdot \text{He}(\sigma - \sigma_T), \quad (1)$$

где ε — относительная деформация сжатия; t — время; η — вязкость; σ_T — предел пластичности; $\text{He}(\dots)$ — единичная функция, которую определим следующим образом:

$$\text{He}(\sigma - \sigma_T) = \begin{cases} 1, & \sigma - \sigma_T \geq 0 \\ 0, & \sigma - \sigma_T < 0 \end{cases} \quad (2)$$

Рассмотрим случай, когда $\sigma - \sigma_T \geq 0$, напряжение, вызываемое действием рабочего органа пресса, вызывает сжатие материала брикета, т. е.:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{\eta} \cdot (\sigma - \sigma_T) \quad (3)$$

Обратимся к экспериментальным данным [9] (рис. 2). На рисунке представлен график зависимости потребного давления прессования от плотности брикета. Результаты получены при прессовании древесных опилок на гидравлическом прессе RUF.

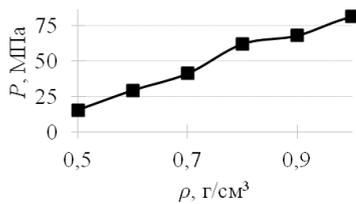


Рис. 2. График зависимости потребного давления прессования от плотности брикета

До достижения значения плотности брикета ~ 500 кг/м³ происходит, в основном, более плотная «укладка» прессуемых частиц древесины [8]. В связи с этим приемлем допущение о том, что пластические деформации измельченного древесного сырья начинают развиваться при достижении плотности брикета свыше 500 кг/м³, причем предел пластичности возрастает по мере увеличения относительной деформации, с которой связана плотность брикета (обратим внимание, что в модели предел пластичности σ_T положен функцией ε , $\sigma_T = \sigma_T(\varepsilon)$). При плотности брикета $\rho = 500$ кг/м³ относительная деформация пластической модели $\varepsilon = 0$, предел пластичности $\sigma_T = 0$.

Примем также, что $\sigma \approx P - P_0 \approx P - 15$ МПа (P_0 — давление прессования, потребовавшееся на стадии «укладки» частиц древесины), поскольку коэффициент трения материала брикета о стенки матрицы $\mu \approx 0,1$ [8], а коэффициент Пуассона конгломерата опилок $\nu \approx 0,3$ [8] (т. е. погрешность вследствие принятого допущения составит ориентировочно 3 %).

Результаты представлены на рис. 3 в виде графика зависимости напряжения прессования от относительной деформации пластической модели.

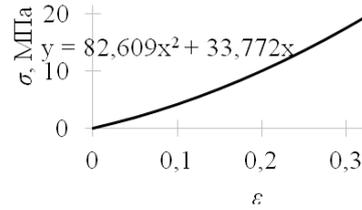


Рис. 3. График зависимости напряжения прессования от относительной деформации пластической модели

Данные [8] получены при статическом прессовании на гидравлическом прессе, с учетом выдержки брикетов в матрице и сравнительно медленного хода рабочего органа пресса. Следовательно, с учетом уравнения (1) в рассматриваемом примере можем принять $\sigma \approx \sigma_T$ (в противном случае дальнейшее уплотнение брикета прекращается). Тогда, с учетом полученных результатов, примем нелинейную зависимость предела пластичности от относительной деформации в следующем виде:

$$\sigma_T = a\varepsilon + b\varepsilon^2, \quad (4)$$

где a, b — числовые коэффициенты.

Для примера, представленного на рис. 3, $a = 33,772$; $b = 82,609$.

Необходимо отметить, что данные, представленные на рис. 3, можно аппроксимировать и линейной функцией с точностью, достаточной для практических расчетов. Тем не менее, с целью расширить область применения получаемых результатов положим в разрабатываемой модели более универсальную форму зависимости $\sigma_T(\varepsilon)$ в виде функции (4), которая переходит в линейную при $b = 0$. С учетом (4) уравнение (3) примет вид:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{\eta} \cdot (\sigma - a\varepsilon - b\varepsilon^2) \quad (5)$$

Начальные условия к решению уравнения (3) следующие:

$$\begin{cases} t = 0 \\ \varepsilon = 0 \end{cases} \quad (6)$$

Решение уравнения (5) с учетом начальных условий (6) имеет вид:

$$\varepsilon = \frac{2\sigma \cdot \text{sh} \frac{t\sqrt{a^2 + 4b\sigma}}{2\eta}}{\sqrt{a^2 + 4b\sigma} \cdot \text{ch} \frac{t\sqrt{a^2 + 4b\sigma}}{2\eta} + a \cdot \text{sh} \frac{t\sqrt{a^2 + 4b\sigma}}{2\eta}} \quad (7)$$

Пример результатов расчета по формуле (7) при постоянном значении $\sigma = 30$ МПа приведен на рис. 4, 5. Значение $\eta = 3\,000$ МПа принято с учетом результатов [18; 19] ($\eta/E = \chi = 0,01$ с, $E = 30$ МПа).

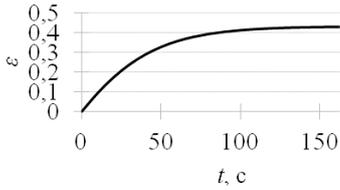


Рис. 4. Относительная деформация пластической модели с упрочнением в зависимости от времени воздействия (постоянное значение давления прессования)

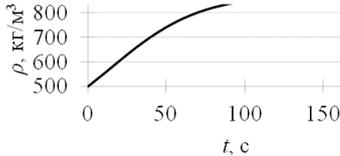


Рис. 5. Плотность кирпича, рассчитанная по значению относительной деформации пластической модели с упрочнением в зависимости от времени воздействия (постоянное значение давления прессования)

На рис. 6, 7 проиллюстрирован результат расчетов напряжения сжатия, требуемого для уплотнения кирпича до заданной плотности за время $t = 60$ с.

Разовьем предложенный подход на более сложный случай и предложим модель упруго-вязко-пластического материала с переменным пределом пластичности. На рис. 8 в виде схемы представлена реологическая модель упруго-вязко-пластического тела с переменным пределом пластичности.

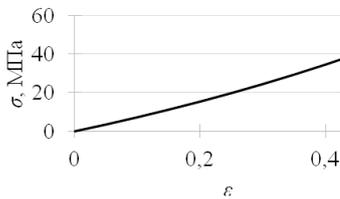


Рис. 6. Зависимость напряжения сжатия от относительной деформации кирпича (время прессования 60 с)

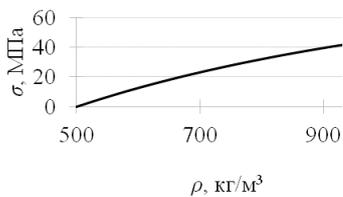


Рис. 7. Зависимость напряжения сжатия от плотности кирпича (время прессования 60 с)

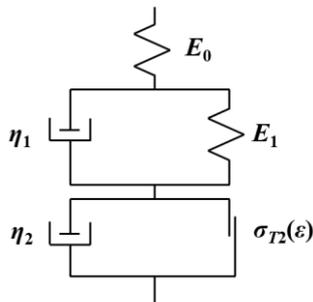


Рис. 8. Схема реологической модели упруго-вязко-пластического тела с переменным пределом пластичности

Для схемы, представленной на рис. 5, запишем уравнения при $\sigma - \sigma_T \geq 0$:

$$E_0 \varepsilon_0 = \sigma, \tag{8}$$

$$E_1 \varepsilon_1 + \eta_1 \frac{d\varepsilon_1}{dt} = \sigma, \tag{9}$$

$$\eta_2 \frac{d\varepsilon_2}{dt} = \sigma - \sigma_{T2}. \tag{10}$$

Примем зависимость σ_{T2} от ε в виде уравнения (4), тогда перепишем (10) в виде:

$$\eta_2 \frac{d\varepsilon_2}{dt} = \sigma - a\varepsilon - b\varepsilon^2. \tag{11}$$

Из схемы на рис. 5 следует, что относительные деформации отдельных элементов модели в сумме равны относительной деформации модели:

$$\varepsilon_0 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \varepsilon. \tag{12}$$

Составим уравнение, связывающее σ и ε , исключив составляющие $\varepsilon_0, \varepsilon_1, \varepsilon_2$. Для этого вначале продифференцируем по t уравнение (8):

$$E_0 \frac{d\varepsilon_0}{dt} = \frac{d\sigma}{dt}, \tag{13}$$

$$E_0 \frac{d^2\varepsilon_0}{dt^2} = \frac{d^2\sigma}{dt^2}, \tag{14}$$

затем уравнение (9):

$$E_1 \frac{d\varepsilon}{dt} + \eta_1 \frac{d^2\varepsilon_1}{dt^2} = \frac{d\sigma}{dt}, \tag{15}$$

после этого (11):

$$\eta_2 \frac{d^2\varepsilon_2}{dt^2} = \frac{d\sigma}{dt} - a \frac{d\varepsilon}{dt} - 2b\varepsilon \frac{d\varepsilon}{dt}, \tag{16}$$

а также (12):

$$\frac{d\varepsilon_0}{dt} + \frac{d\varepsilon_1}{dt} + \frac{d\varepsilon_2}{dt} = \frac{d\varepsilon}{dt}, \tag{17}$$

$$\frac{d^2\varepsilon_0}{dt^2} + \frac{d^2\varepsilon_1}{dt^2} + \frac{d^2\varepsilon_2}{dt^2} = \frac{d^2\varepsilon}{dt^2}. \tag{18}$$

Теперь объединим уравнения (8), (13), (14), (9), (15), (10), (11), (12), (18). Полученную систему уравнений удобно решить матричным способом относительно неизвестных:

$$\varepsilon_0, \frac{d\varepsilon_0}{dt}, \frac{d^2\varepsilon_0}{dt^2}, \varepsilon_1, \frac{d\varepsilon_1}{dt}, \frac{d^2\varepsilon_1}{dt^2}, \varepsilon_2, \frac{d\varepsilon_2}{dt}, \frac{d^2\varepsilon_2}{dt^2} :$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_0 \\ \frac{d\varepsilon_0}{dt} \\ \frac{d^2\varepsilon_0}{dt^2} \\ \varepsilon_1 \\ \frac{d\varepsilon_1}{dt} \\ \frac{d^2\varepsilon_1}{dt^2} \\ \varepsilon_2 \\ \frac{d\varepsilon_2}{dt} \\ \frac{d^2\varepsilon_2}{dt^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & E_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E_1 & \eta_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & E_1 & \eta_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \eta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \eta_2 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} \sigma \\ \frac{d\sigma}{dt} \\ \frac{d^2\sigma}{dt^2} \\ \sigma \\ \frac{d\sigma}{dt} \\ \frac{d\sigma}{dt} \\ \sigma - a\varepsilon - b\varepsilon^2 \\ \frac{d\sigma}{dt} - a \frac{d\varepsilon}{dt} - 2b\varepsilon \frac{d\varepsilon}{dt} \\ \varepsilon \\ \frac{d^2\varepsilon}{dt^2} \end{bmatrix} \tag{19}$$

В результате получим:

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{E_0} \sigma, \quad (20)$$

$$\frac{d\varepsilon_0}{dt} = \frac{1}{E_0} \cdot \frac{d\sigma}{dt}, \quad (21)$$

$$\frac{d^2\varepsilon_0}{dt^2} = \frac{1}{E_0} \cdot \frac{d^2\sigma}{dt^2}, \quad (22)$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\eta_1^2}{E_1^2} \cdot \frac{d^2\varepsilon}{dt^2} + \frac{2\eta_1 b}{E_1^2 \eta_2} \cdot \varepsilon \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{\eta_1^2 a}{E_1^2 \eta_2} \cdot \frac{d\varepsilon}{dt} - \frac{\eta_1^2}{E_0 E_1^2} \cdot \frac{d^2\sigma}{dt^2} - \frac{\eta_1^2 + \eta_1 \eta_2}{E_1^2 \eta_2} \cdot \frac{d\sigma}{dt} + \frac{1}{E_1} \sigma, \quad (23)$$

$$\frac{d\varepsilon_1}{dt} = -\frac{\eta_1}{E_1} \cdot \frac{d^2\varepsilon}{dt^2} - \frac{2\eta_1 b}{E_1 \eta_2} \cdot \varepsilon \frac{d\varepsilon}{dt} - \frac{\eta_1 a}{E_1 \eta_2} \cdot \frac{d\varepsilon}{dt} - \frac{\eta_1}{E_0 E_1} \cdot \frac{d^2\sigma}{dt^2} + \frac{\eta_1 + \eta_2}{E_1 \eta_2} \cdot \frac{d\sigma}{dt}, \quad (24)$$

$$\frac{d^2\varepsilon_1}{dt^2} = \frac{d^2\varepsilon}{dt^2} + \frac{2b}{\eta_2} \cdot \varepsilon \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{a}{\eta_2} \cdot \frac{d\varepsilon}{dt} - \frac{1}{E_0} \cdot \frac{d^2\sigma}{dt^2} + \frac{1}{\eta_2} \cdot \frac{d\sigma}{dt}, \quad (25)$$

$$\varepsilon_2 = -\frac{\eta_1^2}{E_1^2} \cdot \frac{d^2\varepsilon}{dt^2} - \frac{2\eta_1^2 b}{E_1^2 \eta_2} \cdot \varepsilon \frac{d\varepsilon}{dt} - \frac{\eta_1^2 a}{E_1^2 \eta_2} \cdot \frac{d\varepsilon}{dt} + \varepsilon + \frac{\eta_1^2}{E_0 E_1^2} \cdot \frac{d^2\sigma}{dt^2} + \frac{\eta_1^2 + \eta_1 \eta_2}{E_1^2 \eta_2} \cdot \frac{d\sigma}{dt} + \frac{E_0 + E_1}{E_0 E_1} \sigma, \quad (26)$$

$$\frac{d\varepsilon_2}{dt} = -\frac{a}{\eta_2} \varepsilon^2 - \frac{a}{\eta_2} \varepsilon + \frac{1}{\eta_2} \sigma, \quad (27)$$

$$\frac{d^2\varepsilon_2}{dt^2} = -\frac{2b}{\eta_2} \cdot \varepsilon \frac{d\varepsilon}{dt} - \frac{a}{\eta_2} \cdot \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{1}{\eta_2} \sigma. \quad (28)$$

Подставим в (17) выражения для $\frac{d\varepsilon_0}{dt}$, $\frac{d\varepsilon_1}{dt}$, $\frac{d\varepsilon_2}{dt}$ по

(21), (24), (27), в результате получим уравнение:

$$-\frac{\eta_1}{E_1} \cdot \frac{d^2\varepsilon}{dt^2} - \frac{2\eta_1 b}{E_1 \eta_2} \cdot \varepsilon \frac{d\varepsilon}{dt} - \frac{\eta_1 a}{E_1 \eta_2} \cdot \frac{d\varepsilon}{dt} - \frac{d\varepsilon}{dt} - \frac{b}{\eta_2} \varepsilon^2 - \frac{a}{\eta_2} \varepsilon +$$

$$+ \frac{\eta_1}{E_0 E_1} \cdot \frac{d^2\sigma}{dt^2} + \left(\frac{1}{E_0} + \frac{\eta_1}{E_1 \eta_2} + \frac{1}{E_1} \right) \cdot \frac{d\sigma}{dt} + \frac{1}{\eta_2} \sigma = 0, \quad (29)$$

или, иначе:

$$E_0 \cdot \frac{d^2\varepsilon}{dt^2} + \left(a \frac{E_0}{\eta_2} + b \frac{2E_0}{\eta_2} \varepsilon + \frac{E_0 E_1}{\eta_1} \right) \cdot \frac{d\varepsilon^2}{dt} + a \frac{E_0 E_1}{\eta_1 \eta_2} \varepsilon + b \frac{E_0 E_1}{\eta_1 \eta_2} \varepsilon^2 = \frac{d^2\sigma}{dt^2} + \frac{E_0 \eta_1 + E_0 \eta_2 + E_1 \eta_2}{\eta_1 \eta_2} \cdot \frac{d\sigma}{dt} + \frac{E_0 E_1}{\eta_1 \eta_2} \sigma = 0. \quad (30)$$

Легко убедиться, что при $a = 0$, $b = 0$, т. е. при пренебрежении пластическим элементом модели и его упрочнением уравнение (30) переходит в хорошо известное уравнение реологии тела Бюргерса [8]:

$$E_0 \cdot \frac{d^2\varepsilon}{dt^2} + \frac{E_0 E_1}{\eta_1} \cdot \frac{d\varepsilon^2}{dt} = \frac{d^2\sigma}{dt^2} + \frac{E_0 \eta_1 + E_0 \eta_2 + E_1 \eta_2}{\eta_1 \eta_2} \cdot \frac{d\sigma}{dt} + \frac{E_0 E_1}{\eta_1 \eta_2} \sigma \quad (31)$$

В результате выполненных исследований получено уравнение (30), учитывающее упругие, вязкие и пластические деформации брикета при его прессовании в закрытой матрице. При составлении математической модели (30) учтено, что предел пластичности является переменной величиной, связанной с относительной деформацией сжатия материала брикета. На основании экспериментальных данных, полученных предыдущими исследователями, установлен характер этой связи — в виде полинома 2-й степени (4); определены ориентировочные значения его коэффициентов. Для реализации математической модели (30) целесообразно использовать численные методы, поскольку его точное решение громоздко, анализ его сложен. Для формулирования практических выводов о рациональных параметрах технологического процесса брикетирования измельченных древесных отходов на лесных терминалах потребуются дополнительные экспериментальные сведения, развивающие представления о вязких свойствах древесных частиц. Такие сведения могут быть получены при изучении сопротивления прессованию с учетом скорости, а также скорости распрессовки брикетов.

Литература

1. Воронов Р.В., Марков О.Б., Григорьев И.В., Давтян А.Б. Математическая модель модульного принципа подбора системы машин для создания и эксплуатации лесных плантаций // Изв. высш. учеб. заведений. Лесной журнал. 2019. № 5 (371). С. 125-134.
2. Григорьев И.В., Григорьева О.И. Лесозаготовительные машины на экскаваторной базе // Повышение эффективности лесного комплекса: материалы IV Всерос. науч.-практической конф. с междунар. участием. (22-23 мая 2018 г.). Петрозаводск, 2018. С. 45-46.
3. Григорьев И.В., Григорьева О.И., Чураков А.А. Эффективные технологии и системы машин для малообъемных заготовок древесины // Энергия: экономика, техника, экология. 2018. № 2. С. 61-66.
4. Бленд Д. Теория линейной вязко-упругости. М.: Мир, 1965. 200 с.
5. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. М.: Машиностроение, 1975. 400 с.
6. Тамби А.А., Морковина С.С., Григорьев И.В., Григорьев В.И. Развитие циркулярной экономики в России: рынок биотоплива // Лесотехнический журнал. 2019. Т. 9. № 4 (36). С. 173-185.
7. Власов Ю.Н., Григорьев И.В., Куницкая О.А., Хитров Е.Г., Рунова Е.М. Моделирование физико-механических свойств сырья для производства топливных брикетов // Системы. Методы. Технологии. 2020. № 2 (46). С. 40-46.
8. Vlasov Ju., Bogatova E., Iliushenko D., Khitrov E. Study of briquetting of woodworking waste with industrial press equipment // 19th International Multidisciplinary Scientific GeoConference SGEM 2019. Conference proceedings, 2019. P. 829-834.
9. Vlasov Ju., Khitrov E., Khakhina A., Gigorev G., Dmitrieva I. Theoretical effect of moulding speed and processing time on sawdust briquettes density // 19th International Multidisciplinary Scientific GeoConference SGEM 2019. Conference proceedings, 2019. P. 861-868.
10. Егоров А.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения и система Maple. М.: СОЛОН-Пресс, 2016. 392 с.
11. Григорьев И.В., Никифорова А.И., Григорьева О.И., Куницкая О.А. Обоснование методики оценки экологиче-

- ской эффективности лесопользования // Вестн. КрасГАУ. 2012. № 6. С. 72-77.
12. Grigorev I., Ivanov V., Khitrov E., Kalistratov A., Bozhbov V. New approach for forest production stocktaking based on energy cost // 14th International Multidisciplinary Scientific GeoConference SGEM 2014. Sofia, 2014. P. 407-414.
 13. Григорьев И.В., Хитров Е.Г., Никифорова А.И., Григорьева О.И., Куницкая О.А. Определение энергоёмкости продуктов лесопользования в рамках методики оценки экологической эффективности лесопользования // Вестн. Тамбовского ун-та. Сер. Естественные и технические науки. 2014. Т. 19. № 5. С. 1499-1502.
 14. Власов Ю.Н., Григорьев И.В., Куницкая О.А., Хитров Е.Г. Анализ исследований по тематике прессования древесных отходов // Resources and Technology. 2020. V. 17. № 2. P. 1-22.
 15. Чибирев О.В., Куницкая О.А., Давтян А.Б. Анализ исследований процесса брикетирования отходов лесопереработки на гидравлическом прессовом оборудовании // Resources and Technology. 2019. V. 16. № 2. P. 97-118.
 16. Григорьев И.В., Шапиро В.Я., Гулько А.Е. Математическая модель групповой окорки лесоматериалов в окорочных барабанах // Науч. обозрение. 2012. № 4. С. 154-171.
 17. Шапиро В.Я., Григорьев И.В., Рудов С.Е., Жукова А.И. Модель процесса циклического уплотнения грунта в полосах, прилегающих к трелевочному волоку // Вестн. КрасГАУ. 2010. № 2 (41). С. 8-14.
 18. Хитров Е.Г., Власов Ю.Н., Угрюмов С.А. Топливные брикеты из древесных опилок и математическое описание процесса их брикетирования // Все материалы. Энцикл. справочник. 2019. № 10. С. 34-40.
 19. Бирман А.Р., Хитров Е.Г., Угрюмов С.А., Власов Ю.Н. Совершенствование производства круглых топливных брикетов из древесных опилок. // Все материалы. Энцикл. справочник. 2020. № 1. С. 41-46.
 20. Чибирев О.В., Куницкая О.А., Григорьев М.Ф. Расчет требуемого давления прессования опилок при формировании брикета // Ремонт. Восстановление. Модернизация. 2019. № 2. С. 22-25.
 6. Tambi A.A., Morkovina S.S., Grigor'ev I.V., Grigor'ev V.I. Development of the circular economy in Russia: biofuels market // Forestry Engineering Journal. 2019. V. 9. № 4 (36). P. 173-185.
 7. Vlasov YU.N., Grigor'ev I.V., Kunickaya O.A., Hitrov E.G., Runova E.M. Modeling of the physical and mechanical properties of raw materials for the production of fuel briquettes // Systems. Methods. Technologies. 2020. № 2 (46). P. 40-46.
 8. Vlasov Ju., Bogatova E., Iliushenko D., Khitrov E. Study of briquetting of woodworking waste with industrial press equipment // 19th International Multidisciplinary Scientific GeoConference SGEM 2019. Conference proceedings, 2019. P. 829-834.
 9. Vlasov Ju., Khitrov E., Khakhina A., Gigorev G., Dmitrieva I. Theoretical effect of moulding speed and processing time on sawdust briquettes density // 19th International Multidisciplinary Scientific GeoConference SGEM 2019. Conference proceedings, 2019. P. 861-868.
 10. Egorov A.I. Ordinary differential equations and the Maple system. M.: SOLON-Press, 2016. 392 p.
 11. Grigor'ev I.V., Nikiforova A.I., Grigor'eva O.I., Kunickaya O.A. Substantiation of the methodology for assessing the ecological efficiency of forest management // The Bulletin of KrasGAU. 2012. № 6. P. 72-77.
 12. Grigorev I., Ivanov V., Khitrov E., Kalistratov A., Bozhbov V. New approach for forest production stocktaking based on energy cost // 14th International Multidisciplinary Scientific GeoConference SGEM 2014. Sofia, 2014. P. 407-414.
 13. Grigor'ev I.V., Hitrov E.G., Nikiforova A.I., Grigor'eva O.I., Kunickaya O.A. Determination of consumption of products of forest management in the context of the methodology for assessing the environmental performance of forest management // Tambov University Reports. Series: Natural and Technical Sciences. 2014. V. 19. № 5. P. 1499-1502.
 14. Vlasov YU.N., Grigor'ev I.V., Kunickaya O.A., Hitrov E.G. Analysis of the research topics of pressing of wood waste // Resources and Technology. 2020. V. 17. № 2. P. 1-22.
 15. CHibirev O.V., Kunickaya O.A., Davtyan A.B. Analysis of the briquetting process waste wood processing hydraulic press equipment // Resources and Technology. 2019. V. 16. № 2. P. 97-118.
 16. Grigor'ev I.V., SHapiro V.YA., Gul'ko A.E. Mathematical model of group debarking of timber materials in ham drums // Science Review. 2012. № 4. P. 154-171.
 17. SHapiro V.YA., Grigor'ev I.V., Rudov S.E., ZHukova A.I. Model of the process of cyclic compaction of soil in the strips adjacent to the skidding portage // The Bulletin of KrasGAU. 2010. № 2 (41). P. 8-14.
 18. Hitrov E.G., Vlasov YU.N., Ugrumov S.A. Fuel briquettes from wood sawdust and mathematical description of the process of their briquetting // All materials: encyclopedic reference book. 2019. № 10. P. 34-40.
 19. Birman A.R., Hitrov E.G., Ugrumov S.A., Vlasov YU.N. Improving the production of round fuel briquettes from sawdust // All materials: encyclopedic reference book. 2020. № 1. P. 41-46.
 20. CHibirev O.V., Kunickaya O.A., Grigor'ev M.F. Calculation of the required pressure for pressing sawdust during briquette formation // Ремонт, Восстановление, Modernizatsiya (Repair, Reconditioning, Modernization). 2019. № 2. P. 22-25.

References

1. Voronov R.V., Markov O.B., Grigor'ev I.V., Davtyan A.B. Mathematical model of the modular principle of selecting a system of machines for the creation and operation of forest plantations // Bulletin of higher educational institutions. Lesnoy zhurnal (Forestry journal). 2019. № 5 (371). P. 125-134.
2. Grigor'ev I.V., Grigor'eva O.I. Logging machines on an excavator base // Povyshenie effektivnosti lesnogo kompleksa: materialy IV Vseros. nauch.-prakticheskoy konf. s mezhdunar. uchastiem. (22-23 maya 2018 g.). Petrozavodsk, 2018. P. 45-46.
3. Grigor'ev I.V., Grigor'eva O.I., SHurakov A.A. Effective technologies and systems of machines for low-volume wood blanks // Energiya: ekonomika, tekhnika, ekologiya. 2018. № 2. P. 61-66.
4. Blend D. Theory of linear visco-elasticity. M.: Mir, 1965. 200 p.
5. Malinin N.N. Applied theory of plasticity and creep. M.: Mashinostroenie, 1975. 400 p.