

## Вывод уравнения криволинейной трапеции (возвращаясь к «плавнику акулы»)

С.П. Рыков

Братский государственный университет, Макаренко, 40, Братск, Россия

rsp7-8-48@rambler.ru

<https://orcid.org/0000-000109986-1641>

Статья поступила 15.04.2021, принята 29.04.2021

*Работа направлена на дальнейшее развитие нового метода оценки коэффициента сопротивления качению и доказательство его совместимости с ранее известным методом. Суть нового метода заключается в представлении реальной эпюры нормальной нагрузки, действующей на катящееся колесо в конкретном сечении, разверткой характеристики нормальной жесткости шины по длине пятна контакта, в описании этой развертки уравнениями эллиптическо-степенной модели неупругого сопротивления (поглощающей способности) и в нахождении абсциссы центра тяжести такой криволинейной фигуры, похожей на плавник акулы. Поэтому данный метод оценки коэффициента сопротивления качению был назван методом «плавник акулы». Однако предложенный метод оценки коэффициента сопротивления качению колеса с пневматической шиной не нашел понимания у некоторых ученых, поскольку их опыт опирался на анализ эпюры элементарных нормальных реакций. Чтобы показать, что эти два метода идентичны друг другу, т.е. при наличии характеристики нормальной жесткости шины всегда можно перейти к эпюре элементарных нормальных реакций и наоборот, в работе предложен графический приём сравнения методов. Математическое описание характеристики нормальной жесткости шины и её развертки уравнением эллипса позволило вывести уравнение для описания удельной характеристики (криволинейной трапеции) и, следовательно, получить закономерности для оценки сноса нормальной реакции дороги. Было показано, что результаты расчета абсциссы центра тяжести криволинейного треугольника («плавник акулы») и криволинейной трапеции близки друг другу. Некоторое отличие объясняется неопределенностью проведения линии криволинейной трапеции в начале и конце пятна контакта, так как приходится сталкиваться с делением на малые числа. Последовательность аналитических и графических исследований позволила доказательно обосновать как состоятельность нового метода оценки коэффициента сопротивления качению автомобильного колеса по дороге, так и совместимость метода «плавник акулы» и «криволинейная трапеция». Но последний метод значительно сложнее и менее точен в эксперименте.*

**Ключевые слова:** пневматическая шина, потери мощности в шине, коэффициент сопротивления качению, снос нормальной реакции дороги, эллиптическо-степенная модель, эпюра «плавник акулы», эпюра «трапеция».

## Deriving an equation of the curvilinear trapezium (returning to the "shark fin")

S.P. Rykov

Bratsk State University; 40, Makarenko St., Bratsk

rsp7-8-48@rambler.ru

<https://orcid.org/0000-000109986-1641>

Received 15.04.2021, accepted 29.04.2021

*The work is aimed at the further development of the new method of assessing the coefficient of resistance to rolling and proof of its compatibility with the previously known method. The essence of the new method is to represent the real plot of the normal load, acting on a rolling wheel in a particular section, the scanning of the normal tire stiffness characteristic along the length of the contact spot, in the description of this process with the equations of an elliptic-power model of inelastic resistance (absorbing ability) and, in finding the abscissa of the center of gravity for a curvilinear figure which looks like a shark fin. Therefore, this method for estimating the coefficient of rolling resistance was named as the "shark fin" method. However, the proposed method for estimating the coefficient of resistance to the rolling wheel with a pneumatic bus did not find an understanding among some scientists, since their experience relied on the analysis of the elementary normal reactions. To show that these two methods are identical to each other (in other words, if there is a characteristic of the normal tire rigidity, it is always possible to go to the aid of elementary normal reactions and vice versa), the paper proposes graphical reception of methods. A mathematical description of the characteristics of the normal rigidity of the tire and its scanner with the equation of the ellipse made it possible to derive the equation to describe the specific characteristics (curvilinear trapezium) and, consequently, to obtain patterns to assess the demolition of the normal road reaction. It is shown that the results of the abscissa of the center of gravity of the curvilinear triangle ("shark fin") and a curvilinear trapezoid are close to each other. A certain difference is due to the uncertainty of the curvilinear trapezium line at the beginning and end of the contact spot, as it is necessary to deal with division into small numbers. The sequence of analytical and graphic studies allows evolving both the consistency of the new method for*

estimating the coefficient of resistance to rolling the automotive wheel on the road and the compatibility of the "shark fin" method and the "curvilinear trapezium" method. But the latter is much more complicated and less accurate in the experiment.

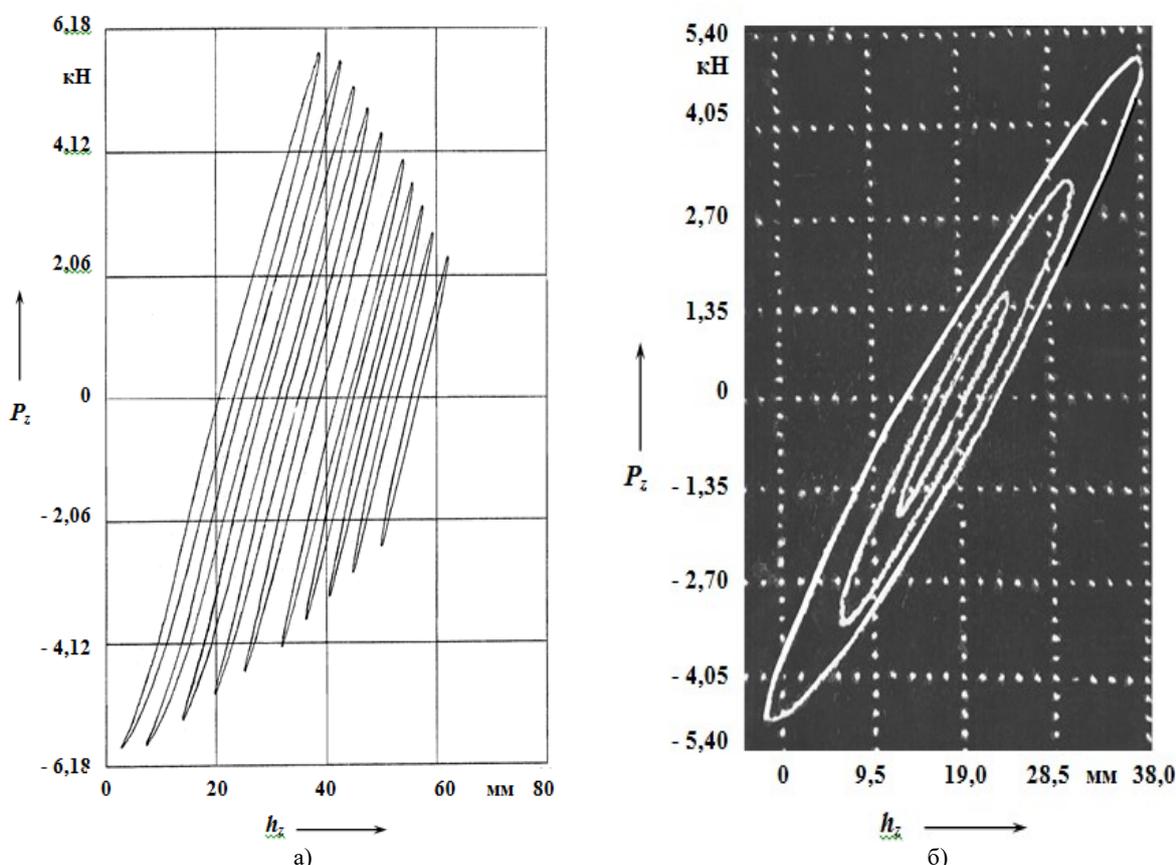
**Keywords:** pneumatic tire, tire power loss, rolling resistance coefficient, drift of the normal reaction of the road, elliptical-power model, "shark fin" plot, "trapezoid" plot.

**Введение.** В предыдущих исследованиях автора был разработан и апробирован новый метод оценки коэффициента сопротивления качению автомобильного колеса с пневматической шиной [6, 10, 11].

Суть данного метода заключается в представлении реальной эпюры нормальной нагрузки, действующей на катящееся колесо в конкретном сечении, разверткой характеристики нормальной жесткости шины по длине пятна контакта, в описании этой развертки уравнениями эллиптическо-степенной модели неупругого сопротивления (поглощающей способности) и в нахождении

абсциссы центра тяжести такой криволинейной фигуры, похожей на плавник акулы. Поэтому данный метод оценки коэффициента сопротивления качению был назван методом «плавник акулы».

Образцы экспериментальных характеристик нормальной жесткости ряда автомобильных шин, полученных на универсальном шинном стенде ШС-77 кафедры автомобильного транспорта Братского государственного университета в квазистатическом и динамическом режимах нагружения колеса, представлены на рис. 1.



**Рис. 1.** Диаграммы с экспериментальными характеристиками нормальной жесткости шин, полученными в квазистатическом (а) и в динамическом (б) режимах нагружения колеса: а – шина 8.40-15 Я-245 ( $P_{zn} = 5,95$  кН,  $p_{вн} = 0,20$  МПа,  $T_{ш} = 20$  °С); б - шина 7.00-15 модели И-89 ( $P_{zn} = 6,15$  кН,  $p_{вн} = 0,22$  МПа,  $p = 3,6$  Гц,  $\omega_k = 0$ ) [7]

Для математического описания этих характеристик в эллиптическо-степенной теории [12] обоснованы два уравнения:

- уравнение эллипса с большим эксцентриситетом вида

$$F = \pm F_a \sqrt{1 - (h_z / h_{za})^2}, \quad (1)$$

- уравнение степенной функции вида

$$F_a = H_u h_{za}^n, \quad (2)$$

где  $F$ ,  $F_a$  – текущее и амплитудное значения силы неупругого сопротивления в шине;

$h_z$ ,  $h_{za}$  – текущее и амплитудное значения нормально-го прогиба шины;

$H_u$ ,  $n$  – параметры эллиптическо-степенной модели.

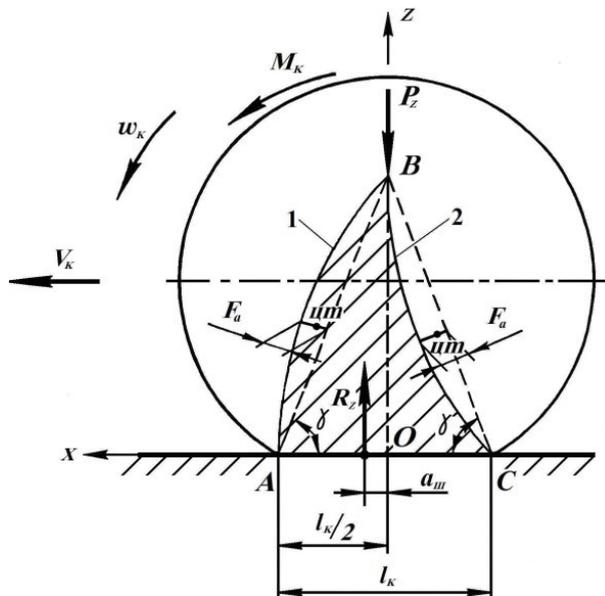
Объединив уравнения (1) и (2), получим математическое описание эллиптическо-степенной модели неупругого сопротивления (поглощающей способности) в пневматической шине вида

$$F = H_{\theta} h_{za}^n \sqrt{1 - (h_z / h_{za})^2} \text{sign } \dot{h}_z, \quad (3)$$

где  $\text{sign } \dot{h}_z$  - функция «знак  $\dot{h}_z$ ».

Параметры эллиптическо-степенной модели (3), как показано в исследованиях [7,12], являются константами для конкретной шины, т.е. не зависят от внутреннего давления воздуха, уровня статической нагрузки, температуры покрышки, частоты изменения вертикальной нагрузки, скорости качения колеса, догружения крутящим моментом и боковой силой. А конструктивные особенности шин (норма слойности, материал корда, степень износа протектора) оказывают влияние только на коэффициент пропорциональности  $H_{\theta}$ .

**Метод «плавник акулы».** На рис. 2 представлена эпюра нормальной нагрузки, действующей на катящееся колесо в конкретном сечении (или равной ей нормальной реакции со стороны дороги на шину), развернутой по длине пятна контакта  $l_k$ .



**Рис. 2.** Схема взаимодействия эластичного колеса с поверхностью дороги и эпюра нормальной нагрузки  $P_z$ , действующей в каждом сечении шины при прохождении его через зону контакта (заштрихованная фигура): 1 - линия сжатия сечения шины, 2 - линия распрямления

Изменение действительной эпюры (линии 1 и 2) нагруженности сечения шины по отношению к идеальной (штриховые линии), свойственной абсолютно упругому телу, связано с проявлением в шине при ее деформировании гистерезисных потерь. Поэтому равнодействующая  $R_z$  нормальных реакций опорной поверхности дороги при качении колеса будет смещена вперед по отношению к линии действия нормальной нагрузки  $P_z$  и проходить через центр тяжести криволинейного треугольника ABC (заштрихованная фигура). А абсцисса центра тяжести заштрихованной фигуры будет равна смещению нормальной реакции и, следо-

вательно, определять коэффициент сопротивления качению колеса.

Представляя развертку нормальной нагрузки  $P_z$  ветвями характеристики нормальной жесткости шины и аппроксимируя их согласно эллиптическо-степенной модели уравнением эллипса, можно определить абсциссу центра тяжести криволинейной фигуры «плавник акулы» и равный ей снос  $a_{\text{ш}}$  нормальной реакции  $R_z$  по формуле

$$x_{\text{цф}} = a_{\text{ш}} = \frac{4}{3\pi} H_{\theta} h_{za}^n \cos \gamma \sin \gamma, \quad (4)$$

где  $\gamma$  - угол, ограничивающий зону деформации шины.

Учитывая формулу (3) и соотношения

$$h_{za} = h_{z\text{max}} / 2, l_k = k_l h_{z\text{max}},$$

после несложных алгебраических преобразований получим

$$a_{\text{ш}} = \frac{2^{1-n} k_l H_{\theta} h_{z\text{max}}^{1+n}}{3\pi P_z}. \quad (5)$$

$$f_c = \frac{a_{\text{ш}}}{r_d}, \quad (6)$$

где  $h_{z\text{max}}$  - максимальный прогиб шины,

$k_l$  - коэффициент пропорциональности,

$r_d$  - динамический радиус колеса,

$f_c$  - силовая составляющая коэффициента сопротивления качению.

Необходимо подчеркнуть, что в полученной формуле (5) для заданного эксплуатационного состояния шины и режима нагружения колеса все входящие в выражение величины (кроме  $h_{z\text{max}}$ ,  $r_d$  и  $P_z$ ) определяются в предварительном эксперименте, как при исследовании поглощающей способности, и при изменении этих условий остаются неизменными, т.е. константами. Величина  $P_z$  задается как исходная, а величины  $h_{z\text{max}}$  и  $r_d$  легко определяются из простейшего эксперимента по обжатию шины либо берутся из справочной литературы.

Результаты расчетов сноса реакции и коэффициента сопротивления качению хорошо согласуются с данными, приводимыми в справочной и научной литературе.

**Графическое сравнение методов.** Однако предложенный метод оценки коэффициента сопротивления качению колеса с пневматической шиной не нашел понимания у некоторых ученых, поскольку их опыт опирался на анализ эпюры элементарных нормальных реакций [5,13,14].

Чтобы показать, что эти два метода идентичны друг другу, т.е. при наличии характеристики нормальной жесткости шины всегда можно перейти к эпюре элементарных нормальных реакций и наоборот, автор в работе [8] предложил графический приём сравнения методов.

Эти действия показаны на рис. 3, где принято изменение контура пятна контакта шины с дорогой по закону прямоугольника.

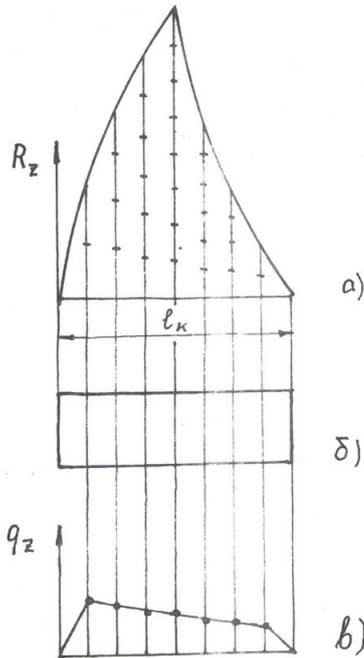


Рис. 3. Схема перестроения эпюры нормальных реакций в эпюру элементарных нормальных реакций: а – эпюра нормальных реакций; б – пятно контакта шины; в – эпюра элементарных нормальных реакций

Элементарная нормальная реакция  $q_z$  (рис. 3, в) определяется из соотношения

$$q_{zi} = \frac{R_{zi}}{iF_i},$$

где  $R_{zi}$  – нормальная реакция дороги при наезде (съезде) на  $i$  элементов измерительной площадки;  $i$  – количество элементов, на которое разделена набегаящая (или сбегаящая) часть эпюры нормальных реакций (для рис. 3  $i=4$ );  $F_i$  – площадь одного элемента пятна контакта

$$F_i = \frac{F_{кон}}{i},$$

где  $F_{кон}$  – площадь пятна контакта шины с дорогой.

Как видно из рис. 3, эпюра элементарных нормальных реакций хорошо согласуется с экспериментально полученными эпюрами [1, 2, 3, 4], особенно если увеличить число элементов деления эпюр.

**Аналитическое сравнение методов.** Поставим вопрос о возможности аналитического описания криволинейной трапеции, т.е. эпюры элементарных нормальных реакций, исходя из знания математических выражений ветвей развертки характеристики нормальной жесткости шины, которые аппроксимированы уравнениями полуэллипсов (рис. 4).

Запишем уравнения боковых сторон криволинейного треугольника, названного «плавник акулы», которые включают:

- в интервале  $0 < x \leq l_k/2$  уравнение прямой  $f_{лев}$  плюс уравнение полуэллипса  $F_{лев}$ ;

- в интервале  $l_k/2 < x \leq l_k$  уравнение прямой  $f_{np}$  минус уравнение полуэллипса  $F_{np}$ .

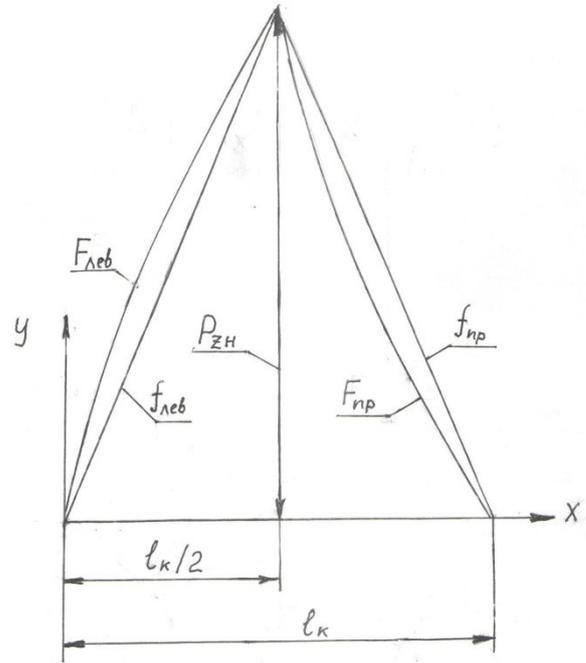


Рис. 4. Эпюра развертки характеристики нормальной жесткости шины, ветви которой аппроксимированы полуэллипсами:

$f_{лев}, f_{np}$  – средняя линия развертки;  
 $F_{лев}, F_{np}$  – кривая полуэллипсов развертки;  
 $P_{ZH}$  – номинальное значение нормальной нагрузки на колесо;  
 $l_k$  – длина пятна контакта шины с дорогой

Итак, для левой стороны «плавника акулы» уравнение прямой  $f_{лев}$  запишется в виде

$$f_{лев} = \frac{P_{ZH}}{l_k} x, \tag{7}$$

где  $P_{ZH}$  – нормальная нагрузка на колесо, равная  $2P_{Zном}$ ; а уравнение полуэллипса – в виде

$$F_{лев} = H_{ш} \left(\frac{l_k}{4}\right)^n \sqrt{1 - \left(\frac{x - \frac{l_k}{4}}{\frac{l_k}{4}}\right)^2}, \tag{8}$$

где согласно (3)  $x \equiv h_z$ ,  $h_{za} = l_k/4$ .

Для правой стороны треугольника «плавник акулы» уравнение прямой  $f_{np}$  запишется в виде

$$f_{np} = -\frac{P_{ZH}}{l_k} x + 2P_{ZH}, \tag{9}$$

а уравнение полуэллипса – в виде

$$F_{np} = H_{ш} \left(\frac{l_k}{4}\right)^n \sqrt{1 - \left(\frac{x - \frac{3l_k}{4}}{\frac{l_k}{4}}\right)^2}, \tag{10}$$

где согласно (3)  $x \equiv h_z$ ,  $h_{za} = l_k/4$ .

Тогда при сложении уравнений (7) и (8), уравнение левой стороны треугольника «плавник акулы» запишется в виде

$$y_{лев} = f_{лев} + F_{лев} = \frac{P_{ZH}}{l_k} x + H_{uu} \left(\frac{l_k}{4}\right)^n \sqrt{1 - \left(\frac{x - \frac{l_k}{4}}{\frac{l_k}{4}}\right)^2}. \quad (11)$$

Уравнение правой стороны треугольника «плавник акулы» запишется как результат вычитания уравнений (9) и (10), т.е.

$$y_{np} = f_{np} - F_{np} = -\frac{P_{ZH}}{l_k} x + 2P_{ZH} - H_{uu} \left(\frac{l_k}{4}\right)^n \sqrt{1 - \left(\frac{x - 3\frac{l_k}{4}}{\frac{l_k}{4}}\right)^2}. \quad (12)$$

Для вывода закона изменения площади пятна контакта шины по мере качения колеса по измерительной площадке (длина которой равна длине пятна контакта), необходимо выполнить следующие условия:

- при  $x=0$   $ix=l_k S=0$ ,

- при  $x=l_k/2$   $S=Bl_k$ ,

где  $B=const$  – ширина пятна контакта.

Тогда в диапазоне  $0 < x \leq l_k/2$

$$S_{лев} = 2Bx, \quad (13)$$

а в диапазоне  $l_k/2 < x \leq l_k$

$$S_{np} = 2B(l_k - x). \quad (14)$$

Разделив уравнения (11) и (12), описывающие «плавник акулы», на закономерности площади пятна контакта (13) и (14), получим уравнения, описывающие эпюру элементарных нормальных реакций (криволинейную трапецию).

Имеем: в диапазоне  $0 < x \leq l_k/2$

$$y_{mp.лев} = \frac{y_{лев}}{S_{лев}} = \frac{H_{uu} \left(\frac{l_k}{4}\right)^n \sqrt{1 - \left(\frac{x - \frac{l_k}{4}}{\frac{l_k}{4}}\right)^2} + 2\frac{P_{ZH}}{l_k} x}{2Bx}, \quad (15)$$

а в диапазоне  $l_k/2 < x \leq l_k$

$$y_{mp.np} = \frac{y_{np}}{S_{np}} = \frac{2P_{ZH} \left(1 - \frac{x}{l_k}\right) - H_{uu} \left(\frac{l_k}{4}\right)^n \sqrt{1 - \left(\frac{x - 3\frac{l_k}{4}}{\frac{l_k}{4}}\right)^2}}{2B(l_k - x)}. \quad (16)$$

Вычислим значения и построим эпюру криволинейной трапеции для следующих значений параметров шины 7.35-14ИД-195, сведенных в табл. 1.

Данные расчета приведены в табл. 2.

По данным табл. 2 построена эпюра криволинейной трапеции, представленная на рис. 5.

Таблица 1

Размер и модель шины, тип дороги	Параметры шины					
	$P_{ZH}, Н$	$l_k, мм$	$B, мм$	$H_{uu}, Н/мм^n$	$n$	$r_d, мм$
7.35-14 ИД-195 сухой асфальт	8700	183	130	72	0,48	310
Скорость качения колеса $V_k \approx 30 км/ч$						

Таблица 2

Параметр	Значения параметров						
$x, мм$	$l_k/16$	$l_k/8$	$l_k/4$	$3l_k/8$	$l_k/2$	$3l_k/4$	$15l_k/16$
$y_{mp}, Н/мм^2$	0,47	0,43	0,40	0,39	0,37	0,33	0,27

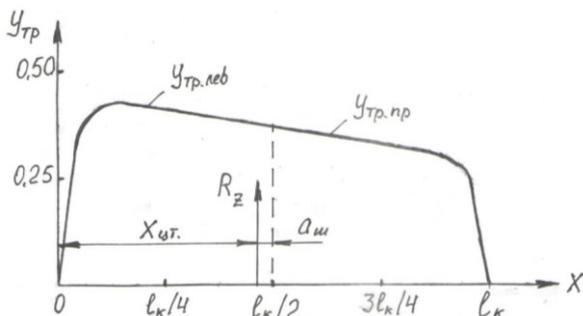


Рис. 5. Расчетная эпюра криволинейной трапеции

**Оценка сноса реакции дороги.** Естественно возникает интерес к расчетной оценке абсциссы центра тяжести этой фигуры, определяющей снос результирующей реакции дороги на шину, чтобы сравнить ее с ранее рассчитанным значением по развертке характеристики нормальной жесткости шины по формуле (5).

Разделим эпюру криволинейной трапеции на две части: одна часть от 0 до  $l_k/2$ , другая – от  $l_k/2$  до  $l_k$  (рис. 5). Тогда, согласно теории плоских сечений, имеем

$$x_{ц.т.} = \frac{\sum F_i x_{ц.т.i}}{\sum F_i}; \quad F_i = \int_0^{l_k/2} y_{mp.i} dx;$$

$$x_{ц.т.i} = \frac{\int_0^{l_k/2} y_{mp.i} dF_i}{F_i}, \quad (17)$$

где  $x_{ц.т.}$  – абсцисса центра тяжести фигуры «криволинейная трапеция»;

$F_i$  – площадь  $i$ -й части фигуры,  $i=1,2$ ;

$y_{mp.i}$  – уравнение, описывающее  $i$ -ю часть фигуры;

$x_{ц.т.i}$  – абсцисса центра тяжести  $i$ -й части фигуры.

Первоначально необходимо определить площадь левой части фигуры, т.е. взять интеграл от уравнения (15).

Упростим это уравнение, разделив каждое слагаемое на  $2Bx$  и раскрыв скобки в выражении под радикалом. Получим

$$y_{mp.лев} = \frac{P_{ZH}}{Bl_k} + \frac{H_{uu} \left(\frac{l_k}{4}\right)^{n-1}}{2B} \sqrt{\frac{l_k}{2} - x}, \quad x \neq 0 \quad (18)$$

Обозначим

$$A = \frac{P_{ZH}}{Bl_k}; \quad B = \frac{H_{ш} \left(\frac{l_k}{4}\right)^{n-1}}{2B}; \quad c = l_k/2.$$

Тогда уравнение (18) запишется более компактно

$$y_{тр.лев} = A + B \sqrt{\frac{c}{x} - 1} \quad (19)$$

Площадь под кривой  $y_{тр.лев}$  будет равна

$$F_{тр.лев} = \int_0^{l_k/2} y_{тр.лев} dx = \int_0^{l_k/2} \left( A + B \sqrt{\frac{c}{x} - 1} \right) dx = Ax \int_0^{l_k/2} dx + B \int_0^{l_k/2} \sqrt{\frac{c}{x} - 1} dx. \quad (20)$$

Для взятия интеграла  $\int \sqrt{\frac{c}{x} - 1} dx$  воспользуемся методом замены переменного, т.е. примем

$$\sqrt{\frac{c}{x} - 1} = u.$$

$$\text{Тогда } x = \frac{c}{u^2+1}; \quad \frac{du}{dx} = -\frac{c}{2ux^2};$$

$$dx = -2c \frac{u}{(u^2 + 1)^2} du.$$

После подстановки  $dx$  в интеграл (20) получим интеграл, который берется с использованием табличных интегралов, т.е.

$$\int \sqrt{\frac{c}{x} - 1} dx = -2c \int \frac{u^2}{(u^2 + 1)^2} du$$

Окончательно имеем

$$\int \sqrt{\frac{c}{x} - 1} dx = \left( \sqrt{\frac{c}{x} - 1} \right) x - c \operatorname{arctg} \left( \sqrt{\frac{c}{x} - 1} \right). \quad (21)$$

Следовательно, площадь левой части криволинейной трапеции равна

$$F_{тр.лев} = \frac{P_{ZH}}{Bl_k} x \Big|_0^{l_k/2} + \frac{H_{ш} \left(\frac{l_k}{4}\right)^{n-1}}{2B} x \times \left( \sqrt{\frac{c}{x} - 1} x \Big|_0^{l_k/2} - c \operatorname{arctg} \left( \sqrt{\frac{c}{x} - 1} \right) \Big|_0^{l_k/2} \right). \quad (22)$$

После подстановки пределов интегрирования в выражение (22) получим выражение площади левой части криволинейной трапеции вида

$$F_{тр.лев} = \frac{P_{ZH} + \pi H_{ш} \left(\frac{l_k}{4}\right)^n}{2B} \quad (23)$$

Чтобы получить выражение площади для правой части криволинейной трапеции, достаточно перенести начало координат в точку  $l_k$ .

Тогда выражение площади будет отличаться от (23) только знаком минус перед вторым слагаемым в числителе, т.е.

$$F_{тр.лев} = \frac{P_{ZH} - \pi H_{ш} \left(\frac{l_k}{4}\right)^n}{2B} \quad (24)$$

Далее определяем статический момент левой части криволинейной трапеции относительно оси  $y$ , проходящей через начало координат.

Имеем

$$S_{тр.лев} = \int_0^{l_k/2} x dF_{тр.лев} = \int_0^{l_k/2} x \left( A + B \sqrt{\frac{c}{x} - 1} \right) dx = Ax^2/2 \Big|_0^{l_k/2} + B \int_0^{l_k/2} x \sqrt{\frac{c}{x} - 1} dx.$$

Интеграл  $\int x \sqrt{\frac{c}{x} - 1} dx$  также берется заменой переменного, т.е. принимается  $\sqrt{\frac{c}{x} - 1} = u$ .

$$\text{Отсюда } x = \frac{c}{u^2+1}; \quad dx = -2c \frac{u}{(u^2+1)^2} du.$$

Тогда согласно таблицы интегралов

$$\int x \sqrt{\frac{c}{x} - 1} dx = -\sqrt{\frac{c}{x} - 1} \frac{x^2}{4c^2} + \sqrt{\frac{c}{x} - 1} \frac{x}{8c} + \frac{1}{8} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{c}{x} - 1}.$$

Подставляя пределы интегрирования, получим

$$\int_0^{l_k/2} x \sqrt{\frac{c}{x} - 1} dx = -\frac{\pi}{16}.$$

Следовательно, статический момент левой части трапеции равен

$$S_{тр.лев} = \frac{P_{ZH} l_k}{8B} + \frac{\pi H_{ш} \left(\frac{l_k}{4}\right)^{1+n}}{4B} = \frac{l_k}{8B} \left[ P_{ZH} + \frac{\pi H_{ш} \left(\frac{l_k}{4}\right)^n}{2} \right]. \quad (25)$$

Абсцисса центра тяжести левой части криволинейной трапеции вычисляется по соотношению вида

$$x_{ц.т.лев} = \frac{S_{тр.лев}}{F_{тр.лев}} = \frac{l_k}{4} \frac{P_{ZH} + \pi H_{ш} \left(\frac{l_k}{4}\right)^n / 2}{P_{ZH} + \pi H_{ш} \left(\frac{l_k}{4}\right)^n} \quad (26)$$

Чтобы определить абсциссу центра тяжести правой части криволинейной трапеции, можно воспользоваться выражением (26), но ось  $y$  необходимо провести через точку  $l_k$ . Тогда в выражении (26) надо перед вторыми слагаемыми в числителе и знаменателе поставить знак минус.

Получим

$$x_{ц.т.лев} = \frac{S_{тр.лев}}{F_{тр.лев}} = \frac{l_k}{4} \frac{P_{ZH} - \pi H_{ш} \left(\frac{l_k}{4}\right)^n / 2}{P_{ZH} - \pi H_{ш} \left(\frac{l_k}{4}\right)^n} \quad (27)$$

Тогда абсцисса центра тяжести всей криволинейной трапеции определится по выражению

$$x_{ц.т.} = \frac{x_{ц.т.лев} F_{лев} + (l_k - x_{ц.т.лев}) F_{пр}}{F_{пр} + F_{лев}} \quad (28)$$

Рассчитаем значения параметров криволинейной трапеции и сведем их в табл. 3.

Таблица 3

Обозначение параметра	Параметры криволинейной модели							
	$F_{лев.}$ Н/мм	$F_{пр.}$ Н/мм	$S_{лев.}$ Н	$S_{пр.}$ Н	$x_{ц.т.лев}$ мм	$x_{ц.т.пр}$ мм	$X_{ц.т.}$ мм	$a_{ш}$ мм
Значение параметра	39	28	1656	1406	42	49	85	6,5

**Заключение.** Подводя итоги теоретических исследований, направленных на сравнение двух методов оценки коэффициента сопротивления качению, можно сделать следующие выводы.

Во-первых, эллиптическо-степенная теория неупругого сопротивления и её математический аппарат позволяет описать уравнениями экспериментальные характеристики нормальной жесткости автомобильной шины и их развертку по длине пятна контакта.

Во-вторых, представление набегающей при деформации шины и сбегающей при распрямлении шины частей развертки полуэллипсами позволяет определить центр тяжести криволинейного треугольника и, следовательно, оценить снос результирующей реакции со стороны дороги.

В-третьих, при допущении от прямоугольной формы отпечатка шины с дорогой достаточно просто перейти от развертки характеристики нормальной жесткости шины к удельной характеристике ее взаимодействия с дорогой, т.е. эпюра «плавник акулы» легко перестраивается в эпюру «криволинейная трапеция» и, естественно, наоборот, при наличии эксперименталь-

ной удельной характеристики шины можно построить характеристику нормальной жесткости.

В-четвертых, математическое описание характеристики нормальной жесткости шины и её развертки уравнением эллипса позволило вывести уравнение для описания удельной характеристики (криволинейной трапеции) и, следовательно, получить закономерности для оценки сноса нормальной реакции дороги. Было показано, что результаты расчета абсциссы центра тяжести криволинейного треугольника («плавник акулы») и криволинейной трапеции близки друг другу. Некоторое отличие объясняется неопределенностью проведения линии криволинейной трапеции в начале и конце пятна контакта, так как приходится сталкиваться с делением на малые числа.

Последовательность аналитических и графических исследований позволила доказательно обосновать как состоятельность нового метода оценки коэффициента сопротивления качению автомобильного колеса по дороге, так и совместимость методов «плавник акулы» и «криволинейная трапеция». Но последний метод значительно сложнее и менее точен в эксперименте.

#### Литература

- Литвинов А.С., Фаробин Я.Е. Автомобиль: теория эксплуатационных свойств. М.: Машиностроение, 1989. 240 с.
- Тарновский В.Н., Гудков В.А., Третьяков О.Б. Автомобильные шины: устройство, работа, эксплуатация, ремонт. М.: Транспорт, 1990. 272 с.
- Кнороз В.И., Кленников Е.В., Петров И.П., Шелухин А.С., Юрьев Ю.М. Работа автомобильной шины. М.: Транспорт, 1976. 238 с.
- Бухин Б.Л. Введение в механику пневматических шин. М.: Химия, 1988. 224 с.
- Федотов А.И., Бойко А.В., Халезов В.П. Экспериментальные исследования процесса взаимодействия эластичной шины с беговыми барабанами и дорогой // Вестн. ИрГТУ. 2012. № 9. С. 157-163.
- Рыков С.П., Тарасюк В.Н. Метод оценки сопротивления качению автомобильного колеса // Автомобильная промышленность. 2011. № 1. С. 32-35.
- Рыков С.П. Методы моделирования и оценки поглощающей и сглаживающей способности пневматических шин в расчетах подвески и колебаний колесных машин: автореф. дис. ... на соиск. учен. степ. д-ра техн. наук. М.: ФГУП «НАТИ», 2005. 44 с.
- Рыков С.П. «Плавник акулы» или «трапеция». Противоречие или адекватность // Системы Методы Технологии. 2019. № 2. С. 33-38.
- Высоцкий М.С., Беленький Ю.Ю., Московкин В.В. Топливная экономичность автомобилей и автопоездов. Минск: Наука и техника, 1984. 208 с.
- Рыков С.П., Тарасюк В.Н. Способ определения коэффициента сопротивления качению колеса с пневматической шиной и устройство для его осуществления: пат. RU

2327968 C2, МПК G01M17/02; заявл. 10.05.2006; опубл. 27.06.2008. Бюл. № 18.

- Rykov S.P., Tarasuyk V.N., Koval V.S., Ovchinnikova N.I., Fedotov A.I., Fedotov K.V. Determination of rolling resistance coefficient based on normal type stiffness. AER - Advances in Engineering Research. Tomsk, TPU, 2018.
- Рыков С.П. Основы теории неупругого сопротивления в пневматических шинах с приложениями: моногр. 2-е изд., перераб. и доп. СПб.: Изд-во «Лань», 2017. 440 с.
- Гуслицер Р.Л. Шина и автомобиль. М.: Изд-во НТЦ «НИИШП», 2007. 287 с.
- Цукерберг С.М., Гордон Р.К., Нейенкирхен Ю.Н., Пращикин В.Н. Пневматические шины. М.: Химия, 1973. 264 с.
- Яценко Н.Н. Поглощающая и сглаживающая способность шин. М.: Машиностроение, 1978. 132 с.
- Ротенберг Р.В. Подвеска автомобиля. М.: Машиностроение, 1972. 392 с.

#### References

- Litvinov A.S., Farobin YA.E. Car: Theory of operational properties. M.: Mashinostroenie, 1989. 240 p.
- Tarnovskij V.N., Gudkov V.A., Tretyakov O.B. Car tires: device, work, operation, repair. M.: Transport, 1990. 272 p.
- Knoroz V.I., Klennikov E.V., Petrov I.P., Sheluhin A.S., Yur'ev YU.M. The work of a car tire. M.: Transport, 1976. 238 p.
- Buhin B.L. Introduction to the mechanics of pneumatic tires. M.: Himiya, 1988. 224 p.
- Fedotov A.I., Bojko A.V., Halezov V.P. Experimental studies of the process of interaction of elastic tires with running drums and the road // Vestn. IrGTU. 2012. № 9. P. 157-163.

6. Rykov S.P., Tarasyuk V.N. Method for assessing the rolling resistance of an automobile wheel // *Avtomobil'naya promyshlennost'*. 2011. № 1. P. 32-35.
7. Rykov S.P. Methods for modeling and evaluating the absorbing and smoothing capacity of pneumatic tires in the calculation of the suspension and vibrations of wheeled vehicles: avtoref. dis. ... na soisk. uchen. step. d-ra tekhn. nauk. M.: FGUP «NATI», 2005. 44 p.
8. Rykov S.P. Shark fin or trapezoid. Contradiction or Adequacy // *Systems Methods Technologies*. 2019. № 2. P. 33-38.
9. Vysockij M.S., Belen'kij YU.YU., Moskovkin V.V. Fuel efficiency of cars and road trains. Minsk: Nauka i tekhnika, 1984. 208 p.
10. Rykov S.P., Tarasyuk V.N. Method for determining the rolling resistance coefficient of a wheel with a pneumatic tire and a device for its implementation: pat. RU 2327968 S2, MPK G01M17/02; zayavl. 10.05.2006; opubl. 27.06.2008. Byul. № 18.
11. Rykov S.P., Tarasyuk V.N., Koval V.S., Ovchinnikova N.I., Fedotov A.I., Fedotov K.V. Determination of rolling resistance coefficient based on normal type stiffness. *AER - Advances in Engineering Research*. Tomsk, TPU, 2018.
12. Rykov S.P. Fundamentals of the theory of inelastic resistance in pneumatic tires with applications: monogr. 2-e izd., pererab. i dop. SPb.: Izd-vo «Lan'», 2017. 440 p.
13. Guslicer R.L. Sheena und auto. M.: Izd-vo NTC «NIISHP», 2007. 287 p.
14. Cukerberg S.M., Gordon R.K., Nejenkirhen YU.N., Prashchikin V.N. Pneumatic Tires. M.: Himiya, 1973. 264 p.
15. YAcenko N.N. Absorbing and smoothing the ability of tires. M.: Mashinostroenie, 1978. 132 p.
16. Rotenberg R.V. Car Suspension. M.: Mashinostroenie, 1972. 392 p.