

Элементарная теория проникания ударника в твердые грунтовые среды при однократном ударе, с учетом возникающих трещин

В.А. Коронатов

Братский государственный университет, ул. Макаренко, 40, Братск, Россия

kortavik@mail.ru

<https://orcid.org/0000-0002-1331-213X>

Статья поступила 02.02.2021, принята 10.02.2021

Моделируется процесс проникания ударника в твердые грунтовые среды при однократном ударе. Предложена элементарная теория для решения задач такого рода на основе законов механики твердого тела, без учета волновых процессов в грунте. За основу берутся основные допущения стереомеханической теории удара, учитывая отличия грунта от абсолютно твердого тела. Сила лобового сопротивления определяется прямо пропорционально скорости проникания в нелинейном виде, и прочности грунта, с учетом возможности ее изменения вследствие произведенного удара. Сила сопротивления находится не через контактные напряжения, что приводило бы к сложным интегральным выражениям, а в аналитическом виде, позволяющем находить динамические напряжения сразу без использования каких-либо эмпирических соотношений. Введена гипотеза о возникновении микро и макротрещин в результате произведенного удара, приводящего к изменению прочности грунта в близлежащей области, что предложено учитывать через характерную кинематическую величину – начальную скорость удара. Учтено также уменьшение трещин при удалении от места нанесенного удара, говорящее о меньшей потере прочности в нижележащих слоях грунта. В близлежащей области перед ударником определяется предельно-допустимое динамическое напряжение грунта, позволяющее судить о возможности погружения тела в грунт в текущий момент времени. Найдено критическое значение начальной скорости удара, превышение которой приводит к началу проникания ударника в грунт, а сам удар с такой критической скоростью был принят как эталонный. При эталонном ударе будет возникать предельно-равновесное состояние ударника, когда погружение еще не наступает только из-за отсутствия начальной скорости проникания. Превышение критической начальной скорости удара приводит к началу проникания с некоторой начальной скоростью, которая находится путем сравнения текущего удара с эталонным. Введены формулы для нахождения силы лобового сопротивления при многократном ударе, вибровращательном, виброударном и ударно вращательном погружениях сваи.

Ключевые слова: ударник; грунт; свая; проникание; теория удара; динамическое напряжение; лобовое сопротивление.

An elementary theory of the penetration of a striker into solid soil media with a single impact, taking into account the emerging cracks

V.A. Koronotov

Bratsk State University, st. Makarenko, 40, Bratsk, Russia

kortavik@mail.ru

<https://orcid.org/0000-0002-1331-213X>

Received 02.02.2021, accepted 10.02.2021

The process of penetration of a striker into solid soil media with a single impact is simulated. An elementary theory is proposed for solving problems of this kind on the basis of the laws of rigid body mechanics, without taking into account wave processes in the soil. The basic assumptions of the stereomechanical theory of impact are taken as a basis, taking into account the differences between the soil and an absolutely rigid body. The drag force is determined in direct proportion to the penetration rate in a non-linear form, and the strength of the soil, taking into account the possibility of its change due to the impact produced. The force of resistance is not found through contact stresses, which would lead to complex integral expressions, but in an analytical form, which allows one to find dynamic stresses immediately without using any empirical relationships. A hypothesis has been introduced about the occurrence of micro and macrocracks as a result of the impact produced, leading to a change in the strength of the soil in the nearby area, which is proposed to be taken into account through a characteristic kinematic value - the initial impact velocity. The decrease in cracks with distance from the impact site was also taken into account, which indicates a lower loss of strength in the underlying soil layers. In the nearby area in front of the striker, the maximum permissible dynamic stress of the soil is determined, which makes it possible to judge the possibility of immersing the body in the soil at the current time. The critical value of the initial impact velocity was found, exceeding which leads to the beginning of the penetration of the striker into the soil, and the impact itself with such a critical velocity was taken as a reference. With the reference impact, an ultimate equilibrium state of the striker will appear, when the immersion does not occur yet only because of the absence of the initial penetration speed. Exceeding the critical initial impact velocity leads to the beginning of penetration with a certain initial velocity, which is found by comparing the current impact with the reference one. Formulas have been introduced to find the force of the frontal resistance in case of multiple impact, vibro-rotational, vibro-impact and shock-rotational immersion of the pile.

Keywords: drummer; priming; pile; penetration; impact theory; dynamic stress; drag.

Введение. В работе [1] проникание определяется как способность тела входить в мишень без сквозного пробивания последней. В данной статье под таким телом проникания будет пониматься абсолютно твердое тело — ударник или свая, под мишенью — твердый грунт, не являющийся абсолютно твердым телом, а проникание в дальнейшем может называться погружением. Волновыми явлениями в грунте будем пренебрегать. При моделировании процесса погружения твердого тела в грунт, а также в другие твердые среды, при однократном или многократном ударе, часто используется стереомеханическая теория удара [2–6]. Основные допущения этой теории в данной работе тоже берутся за основу, но с учетом отличий грунта от абсолютно твердого тела. При определении влияния удара на грунт, возникает противоречивая ситуация: силу удара из-за кратковременности действия (время удара бесконечно мало) нельзя вводить в обычное уравнение равновесия или движения тела, по которому произведен удар. Нельзя ударные силы и сравнивать с обычными силами — первые по величине считаются существенно больше остальных сил [2–5; 7; 8]. Возникает вопрос: как следует учитывать влияние удара, если с силой удара нельзя работать по обычным правилам? Как представляется автору, если ударное воздействие нельзя учесть напрямую, то это следует сделать косвенным путем. Для этого вводится гипотеза о влиянии удара на изменение прочностных свойств грунта, что должно отражаться в определении лобового сопротивления для тел проникания. В пользу принятия такой гипотезы говорит хорошо известный факт о возникающих микро и макротрещинах в близлежащей области грунта от места произведенного удара [2; 9]. Появление трещин будет говорить о разрушении связей в грунте и появлении пустот — а значит, о снижении прочности грунта. Похоже, раньше появление трещин и уменьшение прочности грунта никак не связывали с возможностью изменения силы лобового сопротивления, которое было принято определять одним из следующих способов:

1. Через боковое (сухое) трение для вводимой подвижной пробки — при моделировании погружения свай (например [6; 10–17]).

2. В виде постоянной силы или силы упругости — такой вариант иногда применяют в инженерной практике при моделировании погружения свай для быстрого получения приближенных расчетов (например [18–22]).

3. Используя комбинации первых двух способов — при погружении свай (например [14–17]).

4. В виде прямой пропорциональной зависимости от модуля скорости проникания нулевой, первой и второй степени, или от их линейной комбинации — в задачах проникания (например [23–28; 2]).

5. Через контактные напряжения в виде сложных интегральных выражений, получаемых путем суммирования (интегрирования) элементарных сил, возникающих в пятне контакта (например [28–33]). Здесь обычно считается, что, в отличие от статических, динамические контактные напряжения зависят от скорости проникания нулевой, первой и второй степени, или

от их линейной комбинации — вид которых принимается эмпирически (например [28–33]). Этот способ берется за основу при проведении расчетов как в задачах проникания, так и в задачах погружения свай, когда пытаются учесть и волновые процессы (например [22; 28–33]).

Первые три из вышеуказанных видов задания силы лобового сопротивления не учитывают главную особенность сил сопротивления — их зависимость от скорости движения тела. Четвертый вид нахождения силы лобового сопротивления, хотя и учитывает влияние скорости, но не принимает во внимание отличие твердых грунтовых сред от воздушных, предлагая это делать одинаковым образом — с чем автор согласиться не может. Пятый способ определения — через контактные напряжения — в большинстве случаев приводит к сложным интегральным выражениям без возможности их точного интегрирования и поэтому при решении конкретных задач не столь удобен и лишает ясности в понимании влияния отдельных факторов на процесс проникания. Кроме того, использование эмпирических соотношений для определения динамических напряжений через статические может сильно влиять на точность проводимых расчетов и нарушает математическую строгость этого способа.

По мнению автора, все эти способы обладают одним общим и существенным недостатком: они не учитывают главную отличительную особенность твердых грунтовых сред в сравнении с обычными воздушными — наличие прочностных свойств среды и возможность их изменения. Изменение прочностных свойств может происходить как при непрерывном силовом воздействии на среду — например, при роторном бурении [34–38], вибрационном или вращательном погружении свай [39; 40], так и при кратковременном — при нанесении ударов. И это непременно надо отображать при записи дифференциального уравнения проникания, что можно сделать через силу сопротивления среды, показывая ее зависимость от прочности грунта. Заметим, что при непрерывном силовом воздействии потеря целостности (прочности) среды может проявляться непрерывно во время процесса проникания. Например, при роторном бурении изменение прочностных свойств происходит за счет разрыхления верхнего слоя грунта в результате перекачивания шарошки; то же самое может происходить и при вибрационном воздействии. А при кратковременном ударном воздействии — потеря прочности происходит лишь в отдельные моменты времени, то есть дискретно, что должно предшествовать началу проникания за счет появления трещин. Это означает, процесс проникания тела в грунт может начаться только после завершения удара. По мере удаления от места нанесения удара при погружении тела изменение прочности должно становиться менее заметным и постепенно исчезающим в нижележащих слоях грунта.

О том, что сила лобового сопротивления в таких средах должна зависеть не только от скорости, но и от прочности, наглядно говорит следующий пример: если заставить тело двигаться с постоянной скоростью, но при этом изменять прочностные свойства среды —

например, замораживая влажный грунт или наоборот его размораживая, то и сила сопротивления движению будет тоже меняться. Указанные отличия от воздушных сред в настоящее время никем не учитываются при определении силы лобового сопротивления во время движения тела в твердых средах – по крайней мере, автору такие работы не известны.

До сих пор влияние удара было принято учитывать лишь через начальную скорость (например, [21; 22]), как начальное условие для описания процесса проникания — что явно недостаточно, действие удара должно сводиться не только к этому. Вопрос о силе удара и прочности грунта при решении вопроса о возможности проникания тела в твердую среду раньше никем не ставился, всегда выбирался вариант погружения. Это, в частности, отражалось при задании алгоритма погружения сваи при многократном ударе (например, [21; 22]). Каждый удар по такому алгоритму приводит к соответствующему погружению сваи (например, [21; 22]) — что, на самом деле, не всегда так. Не всякий наносимый удар может приводить к погружению — для этого иногда требуется сделать ряд подготовительных ударов для снижения прочности грунта. Например, на заключительных этапах погружения сваи – из-за уплотнения грунта или ослабления силы ударов боковым трением (последнее, правда, было бы вопреки положениям стереомеханической теории удара, где сила удара считается несравнимой с обычными силами).

Что касается волновых процессов в грунте (например, [28–33]), то их влияние, по мнению автора, не может быть определяющим до тех пор, пока не учтены основные факторы, влияющие на процесс. А одним из таковых, несомненно является изменение прочностных свойств грунта. Ведь волновые процессы являются более тонким инструментом в сравнении с тем, что дает учет изменения прочностных свойств. Автор не удивится, если окажется, что на точность описания процесса проникания потеря прочностных свойств среды выявит большее влияние, чем поправки, вносимые описанием волновых явлений. В случае необходимости выбора одного из этих двух факторов для описания процесса – изменение прочностных свойств является более важным.

Попутно заметим, что силу трения скольжения формально тоже можно рассматривать как силу сопротивления прониканию, только не полностью в сплошной среде, а лишь частично — на границе обычной воздушной и твердой сред. Только тогда под прониканием нужно будет понимать скольжение тела вдоль поверхности твердой среды. Здесь сила сопротивления будет зависеть от прочности шероховатостей на поверхности твердой среды. Потеря такой прочности может достигаться, например, верчением — что, по-видимому, и объясняет похожесть формул при определении силы трения при скольжении с верчением [34] и силы лобового сопротивления при проникании тела вращения [34–38; 40].

В недавних работах [38; 39] уже учитывалась потеря прочности грунта при нахождении лобового сопротивления, но делалось это для случаев непрерывного во времени силового воздействия на среду – вращательно-

го или вибрационного. В данной статье речь пойдет о кратком по времени силовом воздействии на твердую среду — при одиночном или многократном ударе.

Определение вида силы лобового сопротивления. Как уже было сказано, отличия твердой среды от обычной воздушной должны сказаться и на виде лобового сопротивления для тела проникания. Ниже приведены обоснования по выбору соответствующих кинематических величин, через которые будут определяться эта сила сопротивления и ее аналитический вид.

1. В воздушных средах принято вводить силу лобового сопротивления F_c в таком виде:

$$F_c = AV^2 + BV + C \quad (1)$$

где V – скорость тела, A, B, C – некоторые константы, определяемые обычно экспериментально. Аналогичные зависимости предлагались и для сил сопротивления со стороны грунта [23–28; 2]. Вместо такой линейной комбинации величин, зависящих от модулей скорости нулевой, первой и второй степени, предлагается ввести такую нелинейную зависимость от модуля первой или второй степени:

$$F_c = F_0 \frac{V + \Delta}{V + \Delta_1}; \quad (2)$$

$$F_c = F_0 \frac{V^2 + \Delta}{V^2 + \Delta_1}, \quad (3)$$

где F_0 — определяет предельное значение силы сопротивления; Δ, Δ_1 – величины, которые являются либо константами, либо зависят от характерных кинематических параметров, подбор которых должен делаться на основе опытных данных (для прямой пропорциональной зависимости от скорости V , необходимо, чтобы $\Delta_1 > \Delta$). По мнению автора, нелинейные зависимости вида (2) или (3) позволяют более точно аппроксимировать экспериментальную характеристику силы лобового сопротивления в сравнении с вышеуказанной формой (1) традиционного вида. Кроме того, как это было уже показано в работах [34–40], такой нелинейный вид позволяет сразу переходить к динамическим напряжениям грунта, без использования каких-либо эмпирических соотношений. Выбор нелинейной зависимости вида (2) или (3), должен делаться на основе экспериментальных данных. Из-за отсутствия таких данных здесь и в других работах автора предпочтение отдается нелинейной зависимости (2) от модуля скорости первой степени. Если за основу будет взята формула (3), то приведенные ниже соотношения претерпят лишь незначительные изменения в сравнении с тем, что будет получено на основе (2).

2. Сила сопротивления должна зависеть от прочности грунта, причем в прямой пропорциональной зависимости. Для предлагаемого вида нелинейной зависимости (2) сделать это будет достаточно просто с помощью коэффициента запаса прочности, через который определяется F_0 в каждом конкретном случае. В работах автора [34–40] было показано, как это делается.

3. Ожидаемо, что и результат действия однократного или многократного удара должен сказываться на прочности грунта, а ее изменение — на силе лобового

сопротивления. После нанесения удара, например, однократного, на поверхности грунта формируются микро и макротрещины, в зависимости от силы удара. Появление трещин означает частичную потерю целостности грунта, что, как следствие, приводит к уменьшению его прочности и изменению динамических напряжений в близлежащей области грунта от места удара. Если сила удара такова, что текущее напряжение грунта меньше его предельно допустимого динамического значения, то проникание тела в грунт не происходит, а для начала проникания нужны будут дополнительные удары, приводящие к росту возникших трещин и появлению новых, т. е. прочность грунта будет еще достаточна для противостояния телу в возможности его погружения. В противном случае начинается погружение тела, для описания которого следует найти способ нахождения начальной скорости проникания — она не будет равна начальной скорости удара, как это принято было считать (например, [21; 22]). Влияние удара должно как-то отражаться в принимаемом виде силы лобового сопротивления — что до сих пор никем не делалось.

4. Возникает вопрос о том, как можно учесть влияние силы произведенного удара на прочность грунта, на его уменьшение. Заметим, что в случаях непрерывного силового воздействия, роторного [35–38] или вибрационного [39], это делалось через соответствующие характерные кинематические параметры, определяющие такое воздействие — угловую скорость ротора или произведения квадрата частоты на затраченное время воздействия. Многократный удар, например, при погружении сваи формально можно рассматривать как результат вибрационного воздействия: оба процесса являются периодическими, когда максимальное силовое давление на грунт повторяется через равные промежутки времени. Только, в отличие от вибрационного, силовое воздействие при ударах носит импульсивный характер без плавного изменения силы давления на грунт, т. е. воздействие на грунт будет не непрерывным, а дискретным. И под частотой при многократных ударах следует понимать не частоту вибрационной силы, а частоту произведенных ударов. Число ударов за отведенное время здесь играет важную роль. Это следует принять во внимание при определении характерного кинематического параметра, определяющего изменение прочностных свойств грунта, при введении силы лобового сопротивления. Тогда вместо формулы, предложенной в работе [39] при вибрационном воздействии:

$$F_c = F_0 \frac{\dot{x} + \Delta}{\dot{x} + bR\omega^2(t - t_0) + \Delta}, \quad (4)$$

для силы лобового сопротивления при многократном ударе на сваю, следует принять:

$$F_c = F_0 \frac{\dot{x} + \Delta}{\dot{x} + bV_- \left[\frac{N}{T}(t - t_0) \right] + \Delta}. \quad (5)$$

Здесь был сделан такой переход от вибрационного воздействия к ударному:

$$R\omega^2(t - t_0) = R\omega \frac{N}{T}(t - t_0) \rightarrow V_- \left[\frac{N}{T}(t - t_0) \right],$$

где $\omega = \frac{N}{T}$ — определяет целое число ударов N за известный промежуток времени T ; V_- — скорость тела в начале удара; $\left[\frac{N}{T}(t - t_0) \right]$ — наименьшее целое число

выражения, записанного внутри квадратных скобок, т. е. оно определяет целое число произведенных ударов на текущий момент времени t при многократном ударном воздействии (t_0 — начальный момент такого воздействия: либо момент времени окончания очередного погружения перед кратковременной остановкой, либо нулевое значение — если погружение сваи только начинается); b — коэффициент пропорциональности, определяемый экспериментально; x — координата углубления сваи; точкой $\langle \cdot \rangle$ обозначается дифференцирование по времени t (размер R в формуле (4) определял смещение центра масс дебаланса у вибратора [39]). Заметим, что формулы (4) и (5) соответствуют форме (2), если считать, что $\Delta_1 = \Delta + bR\omega^2(t - t_0)$ или $\Delta_1 = \Delta + bV_- \left[\frac{N}{T}(t - t_0) \right]$. Из формулы (5) как частный случай следует, что при однократном ударе сила лобового сопротивления будет равна:

$$F_c = F_0 \frac{\dot{x} + \Delta}{\dot{x} + bV_- + \Delta}. \quad (6)$$

Таким образом, в зависимости от выбранного силового воздействия в качестве характерных кинематических параметров, определяющих изменение прочности твердого грунта, следует брать:

- произведение квадрата частоты на время воздействия — при вибрационном воздействии [39];
- произведение модуля начальной скорости удара на число ударов — при многократном ударе;
- модуль начальной скорости удара — при однократном ударе;
- частоту вращения — при вращательном вдавливании или роторном бурении [35–38; 40];
- при отсутствии какого-либо силового воздействия — кинематический параметр не вводится.

Указанные кинематические параметры позволяют учитывать динамику изменения прочности грунта при нахождении силы лобового сопротивления, что раньше никем не делалось. Все эти параметры автором выбирались для силы лобового сопротивления, вид которой соответствует форме (2); для формы (3) это делается аналогичным образом, соблюдая размерность величин, входящих в эту формулу.

5. При однократном и многократном ударе следует принять во внимание, что прочность грунта наиболее сильно будет меняться в области произведенного удара (или ударов). По мере удаления от этого места в нижележащие слои, например, при проникании ударника, прочностные свойства грунта будут меняться в меньшей степени, о чем будет говорить уменьшение как числа трещин, так и их размеров. Этот факт в приведенных формулах (5) и (6) можно будет учесть функцией $2 - e^{-\alpha(x-x_0)}$, где α — параметр, подбираемый из

экспериментальных данных для данного грунта;
 $x_0 = x(t)|_{t=t_0}$ – начальная координата погружения.

Окончательный вид силы лобового сопротивления при ударах будет таким:

$$F_c = F_0 \left(2 - e^{-\alpha(x-x_0)} \right) \frac{\dot{x} + \Delta}{\dot{x} + bV_- \left[\frac{N}{T}(t-t_0) \right] + \Delta}; \quad (7)$$

$$F_c = F_0 \left(2 - e^{-\alpha x} \right) \frac{\dot{x} + \Delta}{\dot{x} + bV_- + \Delta}. \quad (8)$$

Записанные формулы (7) и (8) будут соответствовать случаям многократного и однократного удара.

Приведенные формулы можно обобщить и на случаи вибровращательного, виброударного, ударно вращательного воздействия на сваю при погружении в грунт (Ω – частота вращения; b_1 – коэффициент пропорциональности, определяемый экспериментально):

$$F_c = F_0 \frac{\dot{x} + \Delta}{\dot{x} + bR\Omega + b_1R\omega^2(t-t_0) + \Delta}; \quad (9)$$

$$F_c = F_0 \left(2 - e^{-\alpha(x-x_0)} \right) \times \frac{\dot{x} + \Delta}{\dot{x} + b_1R\omega^2(t-t_0) + bV_- \left[\frac{N}{T}(t-t_0) \right] + \Delta}; \quad (10)$$

$$F_c = F_0 \left(2 - e^{-\alpha(x-x_0)} \right) \times \frac{\dot{x} + \Delta}{\dot{x} + bV_- \left[\frac{N}{T}(t-t_0) \right] + b_1R\Omega + \Delta}. \quad (11)$$

Далее рассмотрим конкретный пример моделирования процесса проникания ударника в грунт при однократном ударе при следующих допущениях:

1. Ударник является абсолютно твердым телом.
2. Грунт считается однородным и твердым, волновыми явлениями в нем полностью пренебрегаем.
3. Совершаемый удар является пластическим (абсолютно неупругим) и направлен перпендикулярно к поверхности грунта.
4. Торцевое сечение ударника считается плоским и располагается перпендикулярно к направлению проникания – здесь не ставилась задача о подборе оптимальной формы наконечника.
5. За основу берутся основные допущения стереомеханической теории удара с единственным дополнением – нахождения максимальной силы удара согласно теории Герца, что является необходимым для определения начальной скорости проникания тела в грунт.
6. Принята гипотеза о возникновении микро и макротрещин в результате произведенного удара, приводящего к изменению прочности грунта в близлежащей области, что предложено учитывать через характерную кинематическую величину – начальную скорость удара.
7. Определение силы лобового сопротивления по формуле (8), выражающее изменение прочности грунта в результате произведенного удара, и то, что грунт не является абсолютно твердым телом.

8. Возникающие релаксационные процессы по частичному или полному восстановлению прочностных свойств грунта после произведенного удара являются гораздо более длительными, чем сам процесс проникания (погружения).

Об особенностях применения стереомеханической теории удара для задач проникания. Стереомеханическая теория удара [2–6] была создана Ньютоном для абсолютно твердых тел. Для описания рассматриваемых здесь процессов принято также использовать эту теорию, хотя одно из тел соударения — грунт, не является абсолютно твердым. Из-за формального подхода к использованию выводов стереомеханической теории удара при моделировании процессов проникания часто допускаются такие ошибки:

- Всякий удар приводит к началу проникания тела в грунт, например, так считается для сваи при многократном ударе (например [21;22]) – хотя, на самом деле, для этого иногда требуются подготовительные удары, но такую возможность было не принято обсуждать;
- Начальная скорость проникания приравняется к начальной скорости удара (например [21; 22]) – что неверно, так как в противном случае это означало бы, что проникание начинается без совершения самого удара (начальная скорость проникания всегда будет меньше начальной скорости удара);
- Начальная скорость проникания полностью определяет влияние удара на процесс погружения (например [21; 22]) – автор не может с этим согласиться, этого явно недостаточно;
- Сила лобового сопротивления никак не зависит от прочности грунта – что, как уже отмечалось, по мнению автора, неправильно;
- Сила лобового сопротивления должна предусматривать возможность изменения прочности грунта как в результате произведенного удара или серии ударов, так и при удалении тела от места удара – что тоже никак не учитывалось.

По мнению автора, устранение таких ошибок позволяет приспособить стереомеханическую теорию удара для случаев, когда одно из соударяемых тел является грунтом. И это определяет специфику рассматриваемых задач.

При моделировании указанных процессов предлагается придерживаться такого плана:

1. Определяется критическая начальная скорость удара, превышение которой должно приводить к началу проникания (погружения) тела в грунт. Для этого:
 - а) Составляется уравнение уравновешенности сил, приложенных к телу до начала возникновения возможности его проникания в грунт, в предположении, что начальная скорость удара недостаточно велика и меньше критической (или недостаточно число произведенных ударов).
 - б) Полученное уравнение выражается через нормальные напряжения, что позволяет ввести динамическое напряжение через статическое и кинематический параметр, характеризующий силу удара. Предельно-допустимое динамическое напряжение выражается через предельно допустимое статическое напряжение.

с) Приравнявая предельно-допустимое динамическое напряжение к текущему, создаваемое собственным весом тела, получается уравнение равновесия, которое предшествует началу погружения для нахождения критической начальной скорости удара. Такое предельно-равновесное состояние, строго говоря, будет справедливо только для текущего момента времени — сразу после удара, так как по истечении некоторого времени прочностные свойства грунта могут частично или полностью восстановиться вследствие возникновения релаксационных процессов.

д) Определяется предельное значение силы лобового сопротивления, которое выражается через запас прочности грунта по отношению к напряжению, создаваемому весом данного тела.

2. Находится начальная скорость проникания по найденной формуле, выражающей зависимость этой скорости от критической и начальной скорости текущего удара.

3. Записывается дифференциальное уравнение движения тела при проникании, которое предусматривает возможность учета уменьшения трещин, а значит и меньшую потерю прочности для нижележащих слоев грунта.

4. Полученное нелинейное дифференциальное уравнение решается численно на компьютере или анализируется с помощью приближенно-аналитических методов.

Моделирование проникания ударника в грунт при однократном ударе (рис. 1)

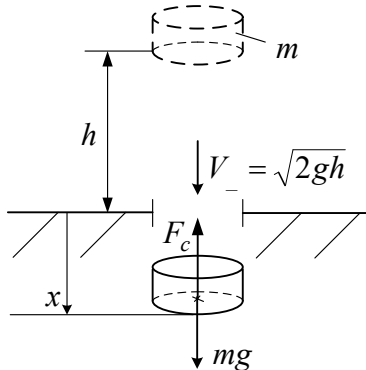


Рис. 1. Проникание ударника в грунт при ударе

Для определения критической начальной скорости удара, рассмотрим равновесное состояние ударника массы \$m\$ сразу после удара, считая, что удар был недостаточной силы для начала проникания:

$$mg - F_0 \frac{\Delta}{bV_- + \Delta} = 0; \Rightarrow$$

$$mg - F_0 \frac{\Delta}{k} = 0; \Rightarrow F_0 = kmg.$$

Здесь \$k = 1 + \frac{b}{\Delta}V_- \$ — коэффициент динамичности, определяющий влияние удара на прочность грунта, а значит и на лобовое сопротивление ударника со стороны грунта. Уравнение равновесия после деления на площадь торцевого сечения \$S\$ примет вид:

$$\sigma - k \frac{\sigma}{k} = 0 \Rightarrow$$

$$\sigma_\delta = \frac{\sigma}{k} \Rightarrow \sigma_{\delta 1} = \frac{\sigma_1}{k*}.$$

Здесь \$\sigma = \frac{mg}{S}\$ — обычное статическое нормальное напряжение грунта, возникающее под действием силы тяжести ударника; \$\sigma_1\$ — предельно-допустимое статическое нормальное напряжение для данного грунта, определяемое экспериментально; \$\sigma_\delta; \sigma_{\delta 1}\$ — соответственно динамическое и предельно допустимое динамические напряжения, возникающие в грунте в результате произведенного удара; \$k* = 1 + \frac{b}{\Delta}V_- \$ — критическое значение коэффициента динамичности, где \$V_- \$ — заранее неизвестное критическое значение начальной скорости удара, превышение которой позволит ударнику начать проникание в данный грунт под действием удара, а удар с такой начальной скоростью будем называть эталонным.

Предельно-равновесное состояние тела определится из условия:

$$\sigma_{\delta 1} = \sigma,$$

которое позволит определить критическое значение начальной скорости удара:

$$V_- * = \frac{\Delta}{b}(n_1 - 1),$$

где \$n_1 = \frac{\sigma_1}{\sigma}\$ — запас прочности грунта по отношению к напряжению, создаваемому весом ударника.

Следует подчеркнуть, что удар с критической начальной скоростью \$V_- \$, принимаемый за эталонный, приводит к предельно-равновесному состоянию ударника после удара, когда проникание не может начаться только из-за нулевой начальной скорости. Эталонный удар используется для нахождения начальной скорости проникания путем сравнения его с текущим ударом, который, будем полагать, происходит при начальной скорости \$V_- \gg V_- \$, т. е. при более сильном ударе, чем эталонный. В этом случае удар не заканчивается остановкой тела, а приводит к началу проникания ударника с заранее неизвестной начальной скоростью \$V_0\$. Для нахождения \$V_0\$ сравним текущий удар с эталонным, приравняв их максимальную силу к друг другу — ведь эталонный удар определяет минимальную силу воздействия, необходимую для возможности начала проникания ударника в грунт. Используя теорию Герца [2-5], получим:

$$\frac{P_{max}}{P_{max*}} = 1 \Leftrightarrow \frac{V_- - V_0}{V_-} = 1,$$

$$V_0 = V_- - V_- . \tag{12}$$

Здесь \$P_{max}, P_{max*}\$ - соответственно силы текущего и эталонного ударов; начальная скорость у текущего удара определялась по отношению к той части грунта, которая начинала двигаться вместе с ударником с

начальной скоростью V_0 . Полученная формула (12) говорит о том, что проникание начнется не с начальной скоростью удара, а только с ее частью: начавшийся удар, не успев завершиться нулевой скоростью, переходит в процесс проникания. Это означает, что прониканию, вообще говоря, будет предшествовать не полный удар. Начальная скорость проникания определяет начальное условие для уравнения погружения тела. Обозначив через d, a соответственно длину и приведенный периметр поперечного сечения ударника, а также введя погонную силу бокового трения:

$$f = \begin{cases} [0; f_1], & \text{при } \dot{x} \equiv 0; \\ f_0, & \text{при } \dot{x} > 0 \end{cases},$$

запишем дифференциальное уравнение проникания ударника в грунт сначала до его полного погружения ($0 \leq x < d$):

$$\ddot{x} = g \left\{ 1 - f_0 a x - n_1 \left(2 - e^{-\alpha x} \right) \frac{\dot{x} + \Delta}{\dot{x} + b V_- + \Delta} \right\}, \quad (13)$$

а затем — после ($x \geq d$):

$$\ddot{x} = g \left\{ 1 - f_0 a d - n_1 \left(2 - e^{-\alpha x} \right) \frac{\dot{x} + \Delta}{\dot{x} + b V_- + \Delta} \right\}. \quad (14)$$

При записи этих уравнений движения было учтено, что:

$$F_{0*} = k_* m g = n_1 m g.$$

Записанные дифференциальные уравнения (13) с начальными условиями: $x_0 = 0$; $\dot{x}_0 = V_0$, и (14) будут определять процесс проникания ударника в грунт при однократном ударе.

Заключение. Новый способ задания лобовой силы сопротивления со стороны твердой среды после однократного удара дает следующие возможности:

1. Выражать силу в зависимости от скорости проникания в более общем нелинейном виде в сравнении с тем, как это делалось ранее — делалось это в виде прямой пропорциональной зависимости от модуля скорости нулевой, первой и второй степени или от их линейной комбинации.

2. Учитывать прочностные свойства твердой грунтовой среды - прочностные свойства раньше вообще не учитывались.

3. Учитывать влияние удара на возможность изменения прочностных свойств через появление трещин - влияние удара ранее также никак не учитывалось.

4. Учитывать уменьшение потери прочности грунта при удалении от места произведенного удара через

уменьшение и постепенного исчезновения трещин в нижележащих слоях грунта — что раньше никогда не делалось.

5. Переходить сразу к возникающим динамическим напряжениям среды без использования каких-либо эмпирических соотношений — раньше это удавалось делаться только через статические напряжения, придавая им динамичность за счет эмпирической связи с текущей скоростью проникания.

Кроме того:

1. Сила сопротивления находится сразу в аналитическом виде — ранее это пытались делать через контактные напряжения, что приводило к сложным интегральным выражениям, затрудняющим их применение для конкретных задач.

2. С помощью теории Герца [2–6] получена формула (12), выражающая начальную скорость проникания через начальные скорости текущего удара и критической — она не будет равна начальной скорости удара, как это было принято считать.

3. Учесть возможность отсутствия погружения тела при однократном ударе и появление такой возможности при многократном ударе.

4. Введены формулы для нахождения силы лобового сопротивления при многократном ударе при вибро-вращательном, виброударном и ударно-вращательном погружениях тела — например, сваи.

5. Предложено считать, что влияние удара на проникание ударника в грунт создается не напрямую самой силой удара — она, согласно стереомеханической теории удара, несравнима с обычными конечными силами и в силу кратковременности действия неспособна вызывать заметные перемещения (погружение) тела. Это влияние будет косвенное, через уменьшение прочности грунтовой среды и, как следствие, силы лобового сопротивления для тела проникания. Об этом говорят возникающие микро- и макротрещины твердого грунта после нанесения удара.

6. В данной работе, как и в других работах автора, например, [34–40], по сути, предложено вводить новый вид сил сопротивления, который позволяет через соответствующие характерные кинематические параметры учитывать динамику изменения прочности твердых грунтовых сред — что раньше никем не делалось.

В статье изложен метод применения стереомеханической теории удара для случаев, когда одно из тел соударения не является абсолютно твердым. Это было показано на примере моделирования проникания ударника в грунт при однократном ударе.

Литература

1. Backman M.E., Goldsmith W. Int. J. Eng. Sci., 16, 1. 1978.
2. Гольдсмит В. Удар. Теория и физические свойства соударяемых тел. М.: Изд-во лит-ры по строительству, 1985. 448 с.
3. Пановко Я.Г. Основы прикладной теории колебаний и удара. Л.: Машиностроение, 1976. 320 с.
4. Пановко Я.Г. Введение в теорию механического удара. М.: Наука, 1977. 224 с.
5. Иванов А.П. Динамика систем с механическими соударениями. М.: Междунар. программа образования, 1997. 336 с.
6. Нагаев Р.Ф. Механические процессы с повторными затухающими соударениями. М.: Наука, 1985. 200 с.
7. Hertz H. Uber die Berührung Fester Elastischer Körper // Journal Reine und Angewandte Mathematik. 1882. В. 92. Р. 156–171.

8. Hunt K.H., Crossley F.R.E. Coefficient of Restitution Interpreted as Damping in Vibroimpact // ASME Journal of Applied Mechanics. 1975. № 6. P. 440-445.
9. Зукас Дж.А., Николас Т., Свифт Х.Ф. Динамика удара. М.: Мир, 1985. 286 с.
10. Неймарк Ю.И. Математическое моделирование как наука и искусство. Н. Новгород: Изд-во Нижегородского гос. ун-та, 2010. 420 с.
11. Неймарк Ю.И. Теория вибрационного погружения и вибровыдергивания // Инженерный сб. 1953. Т. XVI.
12. Кушуль М.Я., Шляхтин А.В. К вопросу вибрационного погружения цилиндрического стержня в упругопластическую среду // Изв. АН СССР, ОТН. 1954. № 1. С. 92-104.
13. Блехман И.И. Исследование процесса вибрационной забивки свай и шпунтов // Инженерный сб. 1954. Т. XIX. С. 55-64.
14. Блехман И.И., Джанелидзе Г.Ю. Вибрационное перемещение. М.: Наука, 1964. 412 с.
15. Блехман И.И. Вибрационная техника. М.: Физматлит, 1994. 400 с.
16. Цейтлин М.Г., Верстов В.В., Азбель Г.Г. Вибрационная техника и технология в свайных и буровых работах. Л.: Стройиздат, 1987. 263 с.
17. Быховский И.И. Основы теории вибрационной техники. М.: Машиностроение, 1968. 362 с.
18. Баркан Д.Д. Виброметод в строительстве. М.: Гостройиздат, 1959. 316 с.
19. Савинов О.А., Лускин А.Я. Вибрационный способ погружения свай и его применение в строительстве. Л.: Гостройиздат, 1960. 252 с.
20. Гончаревич И.Ф., Сергеев П.А. Вибрационные машины в строительстве. М.: Гостехиздат, 1963. 311 с.
21. Тарасов В.Н., Бояркина И.В., Коваленко М.В. Теория удара в строительстве и машиностроении. М.: Изд-во АСВ, 2006. 336 с.
22. Аптуков В.Н., Фонарев А.В. Приближенная оценка глубины проникания свай в грунт при многократном ударе // Вестн. Пермского ун-та. Математика. Механика. Информатика. 2010. Вып. 2 (2). С. 41-45.
23. Euler L. Neue Grundsätze der Artillerie. Reprinted as Eulers Opera Omnia, Berlin, V.G. Teubner, 1922.
24. Levi-Civita T. Sulla penetrazione dei proiettili nei mezzi solidi, Atti R. Ist. Veneto Scienze, Lettere ed Arti, 65, 1906. P. 1149.
25. Poncelet J.V. Traite de mecanique industrielle. 2nd Edition. Bruges, J.Schiwel, 1844.
26. Resal H.A. Sur la penetration dun projectile dans les semi-fluides et les solides, C. R. Acad. Sci. Paris, 120, 1895. P. 397.
27. Rubins B. New Principles of Gunnery. (Mathematical Tracts of the late Benjamin Robins. 1) London, J. Neurse, 1761.
28. Сагомоян А.Я. Проникание. М.: Изд-во МГУ, 1974. 299 с.
29. Баженов В.Г., Котов В.Л. Математическое моделирование нестационарных процессов удара и проникания осесимметричных тел и идентификация свойств грунтовых сред. М.: Физматлит, 2011. 208 с.
30. Митенков Ф.М., Баженов В.Г., Котов В.Л., Тарасова А.А. Численно-аналитический метод исследования устойчивости осесимметричного движения тел вращения в грунтовых средах // Докл. Академии наук. 2016. Т. 470. № 5. С. 531-535.
31. Баженов В.Г., Котов В.Л. Численно-аналитический метод исследования устойчивости движения тел вращения в мягких грунтовых средах // Прикладная математика и механика. 2017. Т. 81. Вып. 6. С. 688-698.
32. Аптуков В.Н. Проникание: механические аспекты и математическое моделирование (обзор) // Проблемы прочности. 1990. № 2. С. 60-68.
33. Аптуков В.Н., Мурзакаев Р.Т., Фонарев А.В. Прикладная теория проникания. М.: Наука, 1992. 104 с.
34. Коронатов В.А. Общий подход к определению сил сопротивления при качении, скольжении тел с верчением, бурении, проникании, сверлении и заглаживании // Системы. Методы. Технологии. 2018. № 3 (39). С. 24-32.
35. Коронатов В.А. Основы математически строгой теории глубокого бурения // Системы. Методы. Технологии. 2020. № 2 (46). С. 23-29.
36. Коронатов В.А. Начала построения строгой теории бурения // Системы. Методы. Технологии. 2016. № 4 (32). С. 83-94.
37. Коронатов В.А. Элементы строгой теории бурения // Математика, ее приложения и математическое образование (МПМО 17): материалы VI Междунар. конф. (26 июня-01 июля 2017 г.). Улан-Удэ, 2017. С. 221-226.
38. Коронатов В.А. Новый метод описания процесса бурения скважин и обнаружение режимов детерминированного хаоса // Проблемы механики современных машин: материалы VI Междунар. конф. (29 июня-04 июля 2015 г.). Улан-Удэ, 2015. С. 127-140.
39. Коронатов В.А., Герасимов С.Н., Дудина И.В. Теория погружения свай в грунт при продольно-вибрационном воздействии // Системы. Методы. Технологии. 2020. № 4 (48). С. 26-31.
40. Коронатов В.А. Теория погружения свай в грунт при продольно-вращательном вдавливании // Системы. Методы. Технологии. 2020. № 4 (48). С. 32-38.

References

1. Backman M.E., Goldsmith W. Int. J. Eng. Sci., 16, 1. 1978.
2. Gol'dsmit V. Udar. Theory and physical properties of colliding bodies. М.: Изд-во lit-ry po stroitel'stvu, 1985. 448 p.
3. Panovko YA.G. Foundations of the applied theory of vibrations and impact. L.: Mashinostroenie, 1976. 320 p.
4. Panovko YA.G. Introduction to the theory of mechanical shock. М.: Nauka, 1977. 224 p.
5. Ivanov A.P. Dynamics of systems with mechanical collisions. М.: Mezhdunar. programma obrazovaniya, 1997. 336 p.
6. Nagaev R.F. Mechanical processes with repeated decaying collisions. М.: Nauka, 1985. 200 p.
7. Hertz H. Uber die Berührung Fester Elastischer Korper // Journal Reine und Angewandte Mathematik. 1882. B. 92. P. 156-171.
8. Hunt K.H., Crossley F.R.E. Coefficient of Restitution Interpreted as Damping in Vibroimpact // ASME Journal of Applied Mechanics. 1975. № 6. P. 440-445.
9. Zukas Dzh.A., Nikolas T., Swift H.F. Impact dynamics. М.: Mir, 1985. 286 p.
10. Nejmark YU.I. Mathematical modeling as a science and art. N. Novgorod: Izd-vo Nizhegorodskogo gos. un-ta, 2010. 420 p.
11. Nejmark YU.I. Theory of vibration immersion and vibration pulling // Inzhenernyj sb. 1953. V. XVI.
12. Kushul' M.YA., SHlyahntin A.V. On the issue of vibrational immersion of a cylindrical rod in an elastoplastic medium // Izv. AN SSSR, OTN. 1954. № 1. P. 92-104.
13. Blekhman I.I. Investigation of the process of vibrational driving of piles and sheet piles // Inzhenernyj sb. 1954. V. XIX. P. 55-64.
14. Blekhman I.I., Dzhanelidze G.YU. Vibration displacement. М.: Nauka, 1964. 412 p.
15. Blekhman I.I. Vibration technology. М.: Fizmatlit, 1994. 400 p.

16. Cejtin M.G., Verstov V.V., Azbel' G.G. Vibration equipment and technology in piling and drilling operations. L.: Strojizdat, 1987. 263 p.
17. Byhovskij I.I. Foundations of the theory of vibration technology. M.: Mashinostroenie, 1968. 362 p.
18. Barkan D.D. Vibration method in construction. M.: Gostrojizdat, 1959. 316 p.
19. Savinov O.A., Luskin A.YA. Vibration method of driving piles and its application in construction. L.: Gostro-izdat, 1960. 252 p.
20. Goncharevich I.F., Sergeev P.A. Vibrating machines in construction.. M.: Gostekhizdat, 1963. 311 p.
21. Tarasov V.N., Boyarkina I.V., Kovalenko M.V. The theory of blow in construction and mechanical engineering. M.: Izd-vo ASV, 2006. 336 p.
22. Aptukov V.N., Fonarev A.V. An approximate estimate of the depth of penetration of a pile into the ground under multiple impacts // Bulletin of Perm state university. Mathematics. Mechanics. Information science. 2010. Vyp. 2 (2). P. 41-45.
23. Euler L. Neue Grundsätze der Artillerie. Reprinted as Eulers Opera Omnia, Berlin, B.G. Teubner, 1922.
24. Levi-Civita T. Sulla penetrazione dei proiettili nei mezzi solidi, Atti R. Ist. Veneto Scienze, Lettere ed Arti, 65, 1906. P. 1149.
25. Poncelet J.V. Traite de mecanique industrielle. 2nd Edition. Bruges, J.Schiwel, 1844.
26. Resal H.A. Sur la penetration dun projectile dans les semi-fluides et les solides, C. R. Acad. Sci. Paris, 120, 1895. P. 397.
27. Rubins B. New Principles of Gunnery. (Mathematical Tracts of the late Benjamin Robins. 1) London, J. Neurse, 1761.
28. Sagomonyan A.YA. Penetration. M.: Izd-vo MGU, 1974. 299 p.
29. Bazhenov V.G., Kotov V.L. Mathematical modeling of non-stationary processes of impact and penetration of axisymmetric bodies and identification of properties of soil media. M.: Fizmatlit, 2011. 208 p.
30. Mitenkov F.M., Bazhenov V.G., Kotov V.L., Tarasova A.A. A numerical-analytical method for studying the stability of axisymmetric motion of bodies of revolution in soil media // Dokl. Akademii nauk. 2016. V. 470. № 5. P. 531-535.
31. Bazhenov V.G., Kotov V.L. A numerical-analytical method for studying the stability of the motion of bodies of revolution in soft soil media // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. 2017. V. 81. Vyp. 6. P. 688-698.
32. Aptukov V.N. Penetration: mechanical aspects and mathematical modeling (review) // Strength of Materials. 1990. № 2. P. 60-68.
33. Aptukov V.N., Murzakaev R.T., Fonarev A.V. Applied Penetration Theory. M.: Nauka, 1992. 104 p.
34. Koronatov V.A. General approach to the determination of resistance forces during rolling, sliding bodies with spinning, drilling, penetration, drilling and smoothing // Systems. Methods. Technologies. 2018. No. 3 (39). P. 24-32.
35. Koronatov V.A. Foundations of a mathematically rigorous theory of deep drilling // Systems. Methods. Technologies. 2020. No. 2 (46). P. 23-29.
36. Koronatov V.A. Beginning of constructing a rigorous theory of drilling // Systems. Methods. Technologies. 2016. No. 4 (32). P. 83-94.
37. Koronatov V.A. Elements of a rigorous theory of drilling // Matematika, ee prilozheniya i matematicheskoe obrazovanie (MPMO 17): materialy VI Mezhdunar. konf. (26 iyunya-01 iyulya 2017 g.). Ulan-Ude, 2017. P. 221-226.
38. Koronatov V.A. A new method for describing the process of drilling wells and detecting modes of deterministic chaos // Problemy mekhaniki sovremennyh mashin: materialy VI Mezhdunar. konf. (29 iyunya-04 iyulya 2015 g.). Ulan-Ude, 2015. P. 127-140.
39. Koronatov V.A., Gerasimov S.N., Dudina I.V. The theory of pile immersion in the soil under longitudinal vibration action // Systems. Methods. Technologies. 2020. No. 4 (48). P. 26-31.
40. Koronatov V.A. Theory of pile immersion in the soil with longitudinal-rotational indentation // Systems. Methods. Technologies. 2020. No. 4 (48). P. 32-38.