

## ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ И МАШИНОСТРОЕНИЯ

УДК 62.752, 621:534; 833; 888.6, 629.4.015; 02

DOI:10.18324/2077-5415-2020-4-7-11

### Упруго-демпфирующие элементы как факторы формирования динамического состояния вибрационного технического объекта

С.В. Елисеев<sup>a</sup>, Р.С. Большаков<sup>b</sup>, С.К. Каргапольцев<sup>c</sup>, А.В. Елисеев<sup>d</sup>

Иркутский государственный университет путей сообщения, ул. Чернышевского, 15, Иркутск, Россия

<sup>a</sup> eliseev\_s@inbox.ru, <sup>b</sup> bolshakov\_rs@mail.ru, <sup>c</sup> rector@irgups.ru, <sup>d</sup> eavsh@ya.ru

<sup>a</sup> <https://orcid.org/0000-0001-6876-8786>, <sup>b</sup> <https://orcid.org/0000-0002-1187-5932>,

<sup>c</sup> <https://orcid.org/0000-0002-4601-3099>, <sup>d</sup> <https://orcid.org/0000-0003-0222-2507>

Статья поступила 02.08.2020, принята 05.09.2020

*В статье нашли отражение результаты исследований, связанных с разработкой способов и средств оценки, контроля и управления формированием динамических состояний рабочих органов вибрационных технологических машин. Цель работы заключается в развитии методологических позиций в задачах динамики технических объектов с расчетными схемами в виде механических колебательных систем с сосредоточенными параметрами и несколькими степенями свободы. Предлагается концепция введения дополнительных связей, которые могут быть реализованы на основе упруго-диссипативных элементов пневматического типа. Работа основана на использовании методов структурного математического моделирования, в рамках которого исходной механической колебательной системе сопоставляется эквивалентная в динамическом отношении структурная схема системы автоматического управления. Предложены и разработаны технологии построения математических моделей и приемы интерпретации упруго-диссипативных пневматических устройств в виде типовых линейных звеньев и их структурных образований. Предложены приемы оценки динамических свойств системы на основе использования передаточных функций системы и их межпарциальных связей. Получены аналитические соотношения, определяющие условия реализации характерных форм совместных движений элементов систем и распределения амплитуд колебаний точек рабочего тела по его длине. Разработаны рекомендации по поиску и реализации специфических динамических режимов работы вибрационной технологической машины.*

**Ключевые слова:** структурная математическая модель; передаточные функции; дополнительные связи; межпарциальные связи; приведенные жесткости элементов.

### Elastic-damping elements as factors of formation of dynamical condition of vibration technical object

S.V. Eliseev<sup>a</sup>, R.S. Bolshakov<sup>b</sup>, S.K. Kargapoltsev<sup>c</sup>, A.V. Eliseev<sup>c</sup>

Irkutsk State Transport University; 15, Chernyshevskiy St., Irkutsk, Russia

<sup>a</sup> eliseev\_s@inbox.ru, <sup>b</sup> bolshakov\_rs@mail.ru, <sup>c</sup> rector@irgups.ru, <sup>d</sup> eavsh@ya.ru

<sup>a</sup> <http://orcid.org/0000-0001-6876-8786>, <sup>b</sup> <http://orcid.org/0000-0002-1187-5932>,

<sup>c</sup> <http://orcid.org/0000-0002-4601-3099>, <sup>d</sup> <http://orcid.org/0000-0003-0222-2507>

Received 02.08.2020, accepted 05.09.2020

*The article reflects the results of research related to the development of methods and means of estimation, monitoring and control of the formation of dynamic conditions of working bodies of vibrating technological machines. The purpose of the work is to develop methodological positions in the problems of the dynamics of technical objects with design schemes in the form of mechanical oscillatory systems with lumped parameters and several degrees of freedom. The concept of introducing additional ties, which can be implemented on the basis of elastic-dissipative elements of a pneumatic type, is offered. The work is based on the use of structural mathematical modeling methods, in which the dynamic mechanical equivalent circuit of the automatic control system is compared with the initial mechanical oscillatory system. A technology for constructing mathematical models and methods for interpreting elastic-dissipative pneumatic devices in the form of typical linear links and their structural formations is proposed and developed. Methods for assessing the dynamic properties of the system based on the use of the transfer functions of the system and their inter-partial connections are proposed. Analytical ratios are obtained that determine the conditions for the implementation of the characteristic forms of joint movements of system elements and the distribution of the amplitudes of the oscillations of the points of the working fluid along its length. Recommendations on the search and implementation of specific dynamic operating modes of a vibrating technological machine are developed.*

**Keywords:** structural mathematical model; transfer functions; additional ties; inter-partial ties; reduced stiffness of elements.

**Введение.** Формы динамических взаимодействий элементов машин, реализующих различные технологические процессы, отличаются большим разнообразием, которое часто воспринимается как вибрации. Вопросам обеспечения надежности работы и безопасности эксплуатации машин, оборудования и аппаратуры уделяется, особенно в последние годы, значительное внимание [1–4]. Вибрационные процессы в различных формах проявляются во многих задачах динамики, стимулируя поиск и разработку не только способов и средств защиты от вибрации, но и разработку идей и концепций оценки, контроля, управления и формирования динамических состояний вибрационных технологических машин и транспортных средств различного назначения. Усложнение систем управления динамическими состояниями превращает, по существу, многие технические объекты в системы автоматического управления, что требует не только решения задач с оценкой параметров процессов вибраций, обработкой текущей информации, но и развития комплексных подходов, связанных с оценкой, контролем и управлением вибрационными состояниями технических объектов. Ряд вопросов упомянутой направленности нашел отражение в работах [5–8]. Сложность технических объектов инициировало развитие методов математического моделирования, которые активно используются при проведении широкого круга предпроектных исследований с применением технологий системного анализа, динамического синтеза и средств вычислительной техники. Особое направление в динамике машин в последние годы получили методы структурного математического моделирования, опирающиеся в решении многих проблем на особенности аналитического аппарата теории автоматического управления, системного анализа, теории цепей и др. Ряд вопросов, связанных с разработкой технологий динамического синтеза и анализа, нашел отражение в работах [9; 10].

Возможности методов структурного математического моделирования, в рамках которого механической колебательной системе, рассматриваемой как расчетная схема технического объекта, сопоставляется структурная схема эквивалентной в динамическом отношении системы автоматического управления, определяют использование структурных схем, формируемых из типовых элементов, отражающих инерционные, демпфирующие и упругие свойства системы. Формирование структурных образований из типовых элементов позволяет решать задачи синтеза рациональных конструкций, обеспечивать необходимые параметры надежности, безопасности и динамического качества создаваемых вибрационных технологий и транспортных машин.

В предлагаемой статье рассматривается возможность построения упругодемпфирующего блока в упругой системе, обеспечивающей возможности оценки, контроля и формирования динамического состояния рабочего органа и рационального распределения амплитуд колебаний в точках рабочего органа по его длине.

### 1. Некоторые общие положения.

Вибрационная технологическая машина рассматривается в упрощенном варианте в виде механической

колебательной системы, которая состоит из твердого тела (рабочего органа), обладающего массой  $M$  и моментом инерции  $J$ . Твердое тело имеет упругие опоры и совершает плоское колебательное движение в системе координат  $(y_1$  и  $y_2)$ , связанной с неподвижным базисом. Принципиальная схема вибрационной машины, приведенная на рис. 1, отражает специфические особенности технического объекта.

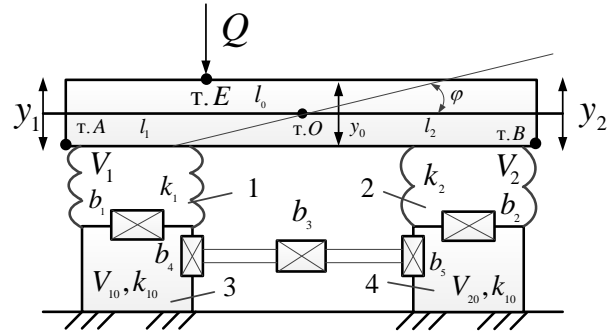


Рис. 1. Принципиальная схема вибрационной технологической машины

На рис. 1 приняты следующие обозначения: 1, 2 — упругие пневмобаллоны (камеры) объемом  $V_1$  и  $V_2$ ; 3, 4 — демпферные камеры с объемами  $V_{10}$  и  $V_{20}$ ;  $b_1 \div b_5$  — дроссельные устройства, обеспечивающие диссипацию энергии колебаний при прохождении потоков воздуха. В первую очередь, это связано с конструктивно-техническими особенностями упругих опор. Упругая опора, по существу, представляет собой упругодемпфирующий блок, состоящий из последовательно соединенных упругой (сильфонного типа) и демпферной (неизменяемой формы) камер, обладающих динамическими свойствами некоторой обобщенной пружины или сложного составного элемента, собранного из нескольких типовых звеньев. Упругие и демпферные камеры соединяются между собой дросселями, которые обладают возможностями изменения условий прохождения воздуха через сечения. В подобного рода ситуациях последовательное соединение через дроссель упругой и демпферной камер можно представлять сложным (или составным) звеном-аналогом или упруго-диссипативным блоком-аналогом [7; 11]. Если блок образует упругое звено с коэффициентом  $k$ , которое последовательно соединено с демпферной камерой  $bp$  (здесь  $b$  — коэффициент вязкого трения или потерь;  $p = j\omega$  — комплексная переменная [12]). Коэффициент приведенной жесткости обобщенного упругого элемента:

$$np(p) = \frac{(k + bp) k_{дем}}{k k_{дем} + bp}. \quad (1)$$

Если  $b \rightarrow 0$ , то блок представляет собой последовательное соединение пружин ( $k_{дем}$  — коэффициент жесткости упругих свойств демпферной камеры). Если  $b \rightarrow \infty$ , то блок в целом работает как упругое звено с жесткостью  $k$  без взаимодействия с демпферной камерой. Принципиальная схема на рис. 1 дает общее представление об используемых эффектах. Отметим, что обладает возможностями соединения через отдельный дроссель по трубопроводу связывать между собой демпферные камеры и таким образом формировать

соответствующую структуру, а, следовательно, и динамические свойства системы в целом.

**II. Построение математической модели; особенности динамических свойств системы.**

1. Динамические свойства системы, как следует из принципиальной схемы на рис. 1, определяются возможностями коммутации элементов через дроссели. При определенных условиях (например, при  $b_3 \rightarrow \infty$ , т. е. при перекрытии трубопровода, соединяющего демпферные камеры, рассматриваемый объект можно представить в упрощенном виде, как показано на рис. 2.

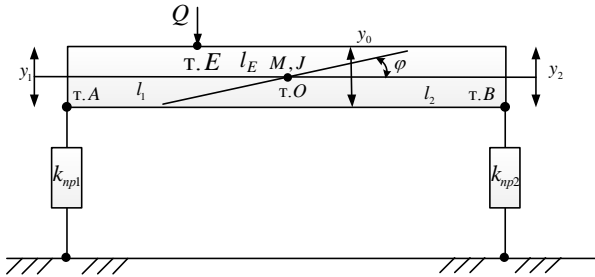


Рис. 2. Расчетная схема вибрационной технологической машины (рис. 1)

Твердое тело массой  $M$  имеет центр тяжести в т.  $O$  и обладает относительно этой точки моментом инерции  $J$ . Твердое тело опирается на два пневмоупругих блока, каждый из которых состоит из двух камер: рабочей (объемом  $V_1$ ) и демпферной объемом  $V_{10}$ . Камеры соединены между собой регулируемым дросселем. Аналогично устроен и второй блок с параметрами  $V_2$  и  $V_{20}$ . Дроссельные устройства, соединяющие рабочие и демпферные камеры, обладают свойствами вязкого демпфирования, что учитывается коэффициентами вязкого трения  $b_1$  и  $b_2$  соответственно.

Демпферные камеры с объемами  $V_{10}$  и  $V_{20}$  соединены между собой через трубопровод большого диаметра, который имеет управляемый демпфер с коэффициентом демпфирования  $b_3$ . Таким образом, управление динамическим состоянием системы (рис. 2) может осуществляться в нескольких вариантах ( $b_1 = 0, b_2 \neq 0, b_3 \neq 0$ ;  $b_1 \neq 0, b_2 = 0, b_3 \neq 0$ ;  $b_1 = 0, b_2 = 0, b_3 \neq 0$ ;  $b_1 \rightarrow \infty, b_2 = 0, b_3 = 0$  и т. д.).

2. Построение математической модели системы проводится с учетом использования следующих соотношений:  $AO = l_1, BO = l_2, EO = l_0$  (т.  $E$  — точка приложения гармонической силы возбуждения колебаний).

Математическое моделирование в данном случае может быть построено на основе структурного математического моделирования [3; 6; 12], использующего технологии операционного исчисления Лапласа.

Рассмотрим случай, когда  $b_3 = 0, b_1 \neq 0, b_2 \neq 0$ , что позволяет отобразить в операторной форме приведенные жесткости системы по координатам  $\bar{y}_1$  и  $\bar{y}_2$ , полагая, что объем воздуха  $V_1$  в резинокордном блоке определяет параметры упругости элемента как  $k_1$ ; соответственно, для демпферной камеры имеем  $k_{10}$ . Аналогично по координате  $\bar{y}_1$  твердое тело, таким образом, будет опираться на элемент с приведенной жесткостью:

$$k_{np1}(p) = \frac{(k_3 + b_1 p) k_{10}}{k_1 + k_{10} b_1 p}, \quad (2)$$

по координате  $\bar{y}_2$  имеем соответственно:

$$k_{np2}(p) = \frac{(k_2 + b_2 p) k_{20}}{k_2 + k_{20} b_2 p}, \quad (3)$$

где  $p = j\omega$  — комплексная переменная ( $j = \sqrt{-1}$ ); значок  $\leftrightarrow$  над переменной означает ее изображение по Лапласу [3; 11].

3. При отсутствии связи (в виде трубопровода) между пневмоблоками  $k_{np1}(p)$  и  $k_{np2}(p)$  и действию гармонической силы  $\bar{Q}$ , приложенной в т.  $E$  на расстоянии  $l_E$  от центра масс (т.  $O$ , фиг. 2), уравнение движения в операторной форме принимает вид:

$$\bar{y} \left[ (Ma^2 + Jc^2)p^2 + k_{np1}(p) \right] - \bar{y}_2 (Jc^2 - Mab)p = \bar{Q}(a + c), \quad (4)$$

$$\bar{y} \left[ (Mb^2 + Jc^2)p^2 + k_{np2}(p) \right] - \bar{y}_1 (Jc^2 - Mab)p = \bar{Q}(b - c). \quad (5)$$

В уравнениях (4), (5) приняты следующие обозначения:

$$a = \frac{l_2}{l_1 + l_2}, b = \frac{l_1}{l_1 + l_2}, c = \frac{l_E}{l_1 + l_2}, c_1 = \frac{l_E}{l_1 + l_2}. \quad (6)$$

Полагаем, что выражения (4), (5) можно использовать в качестве математической модели (точнее, ее структурного варианта) и построить структурную схему эквивалентной в динамическом отношении системы автоматического управления, как показано на рис. 3.

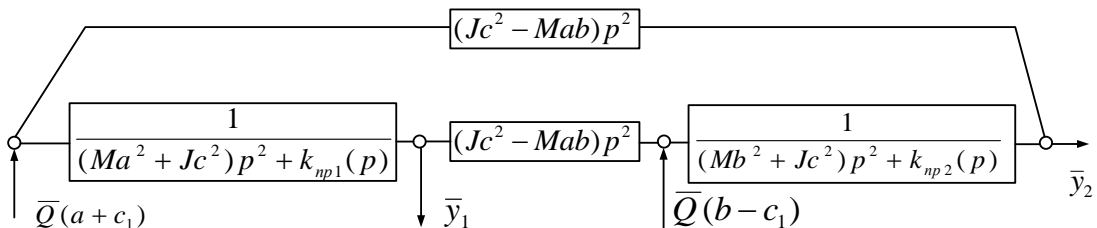


Рис. 3. Структурная схема эквивалентной в динамическом отношении системы автоматического управления

Передаточная функция межпарциальной связи имеет вид:

$$W_{12}(p) = \frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1} = \frac{(b-c_1) \left[ (Ma^2 + Jc^2)p^2 + \dots \right]}{(a+c_1) \left[ (Mb^2 + Jc^2)p^2 + \dots \right]} + \frac{(a+c_1)\bar{y}_1(Jc^2 - Mab)p}{\dots + k_{np1}(p)} + \frac{(b-c)(Jc^2 - Mab)p}{\dots + k_{np2}(p)} \quad (7)$$

Сделаем промежуточные преобразования и получим, что:

$$W_{12}(p) = \frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1} \frac{p \left[ Jc^2 + Mac_1 \times \dots \right]}{p \left[ Jc^2 + Mbc_1 \dots \right]} \times \frac{\times(a-b) + (b-c_1)k_{np}(p)}{\times(a-b) + (a+c_1)k_{np}(p)} \quad (8)$$

После подстановки (1), (2) в (7) выражение примет вид:

$$W_{12}(p) = \frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1} \frac{\left[ p^2 \left[ (Jc^2 + Mac_1(a-b)) \right] (k_1 + k_{10} + \dots \right)}{\left[ p^2 \left[ (Jc + Mbc_1(a-b)) \right] (k_2 + k_{20} + \dots \right)} \times \frac{+b_1p) + (b-c_1)(k_3 + b_1p)k_{10}}{+b_2p) + (a+c_1)(k_2 + b_2p)k_{20}} (k_1 + k_{10} + b_1p) \quad (9)$$

Выражение (9) может быть приведено к дробно-рациональному виду с полиномами 4-го порядка в числителе и знаменателе.

Аналогичным образом могут быть введены в рассмотрение и использование и другие связи, формируемые, к примеру, при условии  $b_1 \neq 0, b_2 \neq 0, b_3 \neq 0$  или  $b_1 \neq 0, b_2 \neq 0, b_3 \rightarrow \infty$  и др. Алгоритм управления соотношением координат  $\bar{y} / \bar{y}_1$  предопределяет возможности управления распределением амплитуд колебаний точек рабочего органа по его длине, т. е. осуществлять формирование структуры вибрационного поля и управление таким образом динамическим состоянием вибрационной технологической машины.

В частности, при всех открытых дросселях, когда  $b_1 = 0, b_2 = 0, b_3 = 0$ , исходная система (точнее, расчетная схема технологической машины) трансформируется к виду, как показано на рис. 2, но приведенные жесткости упругих элементов будут иметь другие значения. В этом случае система принимает упрощенную конфигурацию, где рабочий орган машин как твердое тело опирается на упругие элементы (квазипружины) с жесткостями:

$$k'_{np1}(\ ) = \frac{k_{np1} + b_3p}{k_{np1} + k_{np2}} \frac{k_{np2}}{b_3p} \quad (10)$$

#### Литература

1. Clarence W. de Silva. Vibration. Fundamentals and Practice. Boca Raton, London, New York, Washington, D.C.: CRC Press, 2000. 957 p.
2. Karnovsky I.A., Lebed E. Theory of vibration protection. Switzerland: Springer, 2016. 708 p.
3. Фролов К.В., Фурман Ф.А. Прикладная теория виброзащитных систем. М.: Машиностроение, 1985. 286 с.
4. Копылов Ю.Р. Динамика процессов виброударного упрочнения: монография. Воронеж: ИПЦ «Научная книга», 2011. 569 с.
5. Каргапольцев С.К., Елисеев С.В., Вьюнг К.Ч. Об особенностях установки и размещения вибровозбудителя технологической вибрационной машины // Системы. Методы. Технологии. 2019. № 2 (42). С. 7–12.

по координате  $\bar{y}_2$  имеем соответственно:

$$k'_{np2}(\ ) = \frac{(k_{np2} + b_3p) k_{np1}}{k_{np1} + k_{np2}} \frac{k_{np1}}{b_3p} \quad (11)$$

Возможности системы управления при формировании динамических состояний рабочих органов могут быть существенно расширены при использовании дросселей (рис. 1) с коэффициентами демпфирования  $b_4$  и  $b_5$  в демпферных камерах соответственно [13–15].

Таким образом, в настроечных операциях могут быть использованы параметры  $b_1 \div b_5$ , каждый из которых может, кроме значений ординарного порядка, принимать и экстремальные значения, равные нулю или бесконечности.

В конечном счете, система управления вибростендом при соответствующей предварительной подготовке может получить заранее выбранную программу, реализуемую микропроцессором в процессе отработки заданного режима.

#### Заключение.

1. Предложена концепция построения системы оценки, контроля и управления формированием динамических состояний вибрирующих рабочих органов технологических машин на основе соединения в дополнительные структурные образования пневматических упруго-диссипативных элементов.

2. Разработана технология построения математических моделей технических объектов с учетом возможностей изменения структуры соединения элементов и обеспечения проявлений специфических динамических режимов (динамическое гашение колебаний и др.).

3. Предложена методическая основа для разработки схем рационального соединения элементов путем выбора расположения дросселей, регулирующих возможности диссипации энергии воздуха при перетекании через дроссели между камерами пневматических упруго-диссипативных блоков.

4. Получены аналитические соотношения, формирующие возможности оценки свойств связности движений, определяемой через отношение координат  $\bar{y}, \bar{y}_1$  в зависимости от изменения частоты возбуждающей силы, а также от соотношения параметров системы, в том числе и от коэффициентов связности силовых возмущений по координатам  $y_1$  и  $y_2$ .

6. Eliseev S.V., Eliseev A.V. Theory of oscillations. Structural mathematical modeling in problems of dynamics of technical objects. Cham: Springer Nature Switzerland AG, 2019. 521 p.
7. Елисеев А.В., Кузнецов Н.К., Московских А.О. Динамика машин. Системные представления, структурные схемы и связи элементов. М.: Инновационное машиностроение, 2019. 381 с.
8. Большаков Р.С. Особенности вибрационных состояний транспортных и технологических машин (динамические реакции и формы взаимодействия элементов). Новосибирск: Наука, 2020. 411 с.
9. Пановко Г.Я. Лекции по основам теории вибрационных машин и технологий. М.: МГТУ им. Баумана, 2008. 192 с.
10. Варгунин В.Н., Гусаров В.Н., Иванов Б.Г. Конструирование и расчет рычажно-шарнирных средств и агрегатов /

- под ред. О.П. Мулюкина. Самара: СамГУПС, 2006. 286 с.
11. Лурье А.И. Операционное исчисление и его приложения к задачам механики. 2-е изд., перераб. М.; Л.: Гос. изд-во техн.-теор. лит., 1950. 431 с.
  12. Логунов А.С. Динамика пневматических элементов и устройств для преобразования движения в системах вибрационной защиты объектов: автореф. дис. на соиск. учен. степ. канд. техн. наук. Иркутский гос. ун-т путей сообщения. Иркутск, 2009. 20 с.
  13. Нгуен Д.Х. Методы построения, особенности динамических свойств и способы изменения значений и структур распределения амплитуд колебаний точек рабочих органов технологических машин: автореф. дис. на соиск. учен. степ. канд. техн. наук. Братский гос. ун-т. Иркутск, 2018. 20 с.
  14. Harris C.M., Allan G. Shock and Vibration Handbook. USA/ Mc Graw-Hill, New-York. 2002. P. 877.
  15. Вибрации в технике: справ. в 6-ти т. Защита оборудования от вибраций / под ред. К.В. Фролова. М.: Машиностроение, 1981. Т. 6. 452 с.
- References*
1. Eliseev S.V., Artyunin A.I. Application theory of I. Clarence W. de Silva. Vibration. Fundamentals and Practice. Boca Raton, London, New York, Washington, D.C.: CRC Press, 2000. 957 p.
  2. Karnovsky I.A., Lebed E. Theory of vibration protection. Switzerland: Springer, 2016. 708 p.
  3. Frolov K.V., Furman F.A. Applied theory of vibration protection systems. M.: Mashinostroenie, 1985. 286 p.
  4. Kopylov YU.R. Dynamics of vibro-impact hardening processes: monografiya. Voronezh: IPC «Nauchnaya kniga», 2011. 569 p.
  5. Kargapol'cev S.K., Eliseev S.V., Vyong K.CH. On the features of installation and placement of a vibration exciter of a technological vibration machine // Systems. Methods. Technologies. 2019. № 2 (42). P. 7–12.
  6. Eliseev S.V., Eliseev A.V. Theory of oscillations. Structural mathematical modeling in problems of dynamics of technical objects. Cham: Springer Nature Switzerland AG, 2019. 521 p.
  7. Eliseev A.V., Kuznecov N.K., Moskovskih A.O. Dynamics of machines. System conceptions, structural schemes and elements ties. M.: Innovacionnoe mashinostroenie, 2019. 381 p.
  8. Bol'shakov R.S. Features of vibration conditions of transport and technological machines (dynamical reactions and forms of elements interactions). Novosibirsk: Nauka, 2020. 411 p.
  9. Panovko G.YA. Lectures on the basics of the theory of vibration machines and technologies. M.: MGTU im. Bauman, 2008. 192 p.
  10. Vargunin V.N., Gusarov V.N., Ivanov B.G. Design and calculation of lever-hinge means and units / pod red. O.P. Mulyukina. Samara: SamGUPS, 2006. 286 p.
  11. Lur'e A.I. Operational calculus and its applications to problems in mechanics. 2-е изд., перераб. М.; Л.: Gos. izd-vo tekhn.-teor. lit., 1950. 431 p.
  12. Logunov A.S. Dynamics of pneumatic elements and devices for motion transformation in vibration protection systems of objects: avtoref. dis. na soisk. uchen. step. kand. tekhn. nauk. Irkutskij gos. un-t putej soobshcheniya. Irkutsk, 2009. 20 p.
  13. Nguen D.H. Methods of construction, features of dynamic properties and methods of changing the values and structures of the distribution of the amplitudes of oscillations of the points of the working bodies of technological machines: avtoref. dis. na soisk. uchen. step. kand. tekhn. nauk. Bratskij gos. un-t. Irkutsk, 2018. 20 p.
  14. Harris C.M., Allan G. Shock and Vibration Handbook. USA/ Mc Graw-Hill, New-York. 2002. P. 877.
  15. Vibrations in technics: a reference book in 6 v. V.6. Equipment Vibration Protection Vibracii v tekhnike: sprav. v 6-ti t. Zashchita oborudovaniya ot vibracij / pod red. K.V. Frolova. M.: Mashinostroenie, 1981. V. 6. 452 p.