УДК 519.71, 51-74, 681.5, 303.732.4, 62.752, 621.534 629.4.015 DOI:10.18324/2077-5415-2020-3-14-20

Динамические связи в колебательных структурах: системные подходы в оценке вибрационных взаимодействий элементов

С.В. Елисеев[1a], И.С. Ситов[2b], А.В. Елисеев[3c], Р.С. Большаков[4d]

[1, 3, 4] Иркутский государственный университет путей сообщения, ул. Чернышевского, 15, Иркутск, Россия
[2] Братский государственный университет, ул. Макаренко, 40, Братск, Россия
[a] eliseev_s@inbox.ru, [b] sitov@yandex.ru, [c] eavsh@ya.ru, [d] bolshakov_rs@mail.ru
[a] https://orcid.org/0000-0001-6876-8786, [b] https://orcid.org/0000-0001-6785-632X,
[c] https://orcid.org/0000-0003-0222-2507, [d] https://orcid.org/0000-0002-1187-5932
Статья поступила 26.08.2020, принята 03.09.2020

Рассматриваются особенности формирования динамических состояний рабочих органов вибрационных технологических машин. Цель работы заключается в развитии метода построения математических моделей вибрационных машин, обеспечивающих возможности оценки, контроля и корректировки форм движения рабочих органов за счет введения в структуру системы дополнительных элементов и связей, образующих замкнутый внутренний колебательный контур. Используются методы структурного математического моделирования в построении оригинальных структурных образований из типовых элементов. Предложено оригинальное направление конструктивно-технических решений в реализации подходов по настраиванию и корректировке параметров и структуры вибрационного поля рабочего органа. Метод реализуется на основе использования аналитического аппарата теории автоматического управления. Исследуются особенности формирования динамических состояний на основе применения различных передаточных функций структурных математических моделей механических колебательных систем. Предложено использование для формирования вибрационных полей рабочих органов передаточных функций межпарциальных связей. Получены аналитические соотношения, определяющие возможности реализации специфических динамических режимов, в том числе, по развязке движений по отдельным координатам, учету особенностей связности движений по характерным точкам рабочего органа, проявлению узлов колебаний или режимов динамического гашения колебаний. Обсуждаются особенности использования методов структурного математического моделирования в задачах динамики механических колебательных систем с дополнительными связями. Работа ориентирована на специалистов в области системного анализа, теоретической и прикладной механики, машиноведения и машиностроения.

Ключевые слова: вибрационные технологические машины; структурная математическая модель; передаточные функции; динамические режимы; дополнительные связи; динамические состояния.

Dynamic connections in vibrational structures: system approaches to assessing vibrational interactions of elements

S.V. Eliseev[1a], I.S. Sitov[2b], A.V. Eliseev[3c], R.S. Bolshakov[4d]

[1, 3, 4] Irkutsk State Transport University; 15, Chernyshevskiy St., Irkutsk, Russia
[2] Bratsk State University; 40, Makarenko St., Bratsk, Russia
[a] eliseev_s@inbox.ru, [b] sitov@yandex.ru, [c] eavsh@ya.ru, [d] bolshakov_rs@mail.ru
[a] https://orcid.org/0000-0001-6876-8786, [b] https://orcid.org/0000-0001-6785-632X,
[c] https://orcid.org/0000-0003-0222-2507, [d] https://orcid.org/0000-0002-1187-5932
Received 26.08.2020, accepted 03.09.2020

The features of the formation of dynamic states of the working bodies of vibrating technological machines are considered. The purpose of the paper is to develop a method for constructing mathematical models of vibration machines that provide the ability to assess, control and correct the forms of movement of working bodies by introducing additional elements and connections into the structure of the system, forming a closed internal oscillatory circuit. Methods of structural mathematical modeling are used in the construction of original structural formations from typical elements. An original direction of constructive and technical solutions in the implementation of approaches to adjusting and correcting the parameters and structure of the vibration field of the working body is proposed. The method is implemented using the analytical apparatus of the theory of automatic control. The features of the formation of dynamic states based on the use of various transfer functions of structural mathematical models of mechanical oscillatory systems are investigated. The application of interpartial connections for the formation of vibration fields of the working organs of the transfer functions is proposed. Analytical relationships are obtained that determine the possibilities of realizing specific dynamic modes, including the decoupling of movements along individual coordinates, taking into account the peculiarities of the connectedness of movements along the characteristic points of the working body, the manifestation of vibration nodes or modes of dynamic vibration damping. The features of using the methods of structural mathematical modeling in problems of the dynamics of mechanical oscillatory systems with additional constraints are discussed. The paper is aimed at specialists in the field of systems analysis, theoretical and applied mechanics, mechanical engineering and mechanical engineering.

Keywords: vibration technological machines; structural mathematical model; transfer functions; dynamic modes; additional connections; dynamic states.

Введение. Технические объекты, работающие в условиях интенсивных вибрационных воздействий, характерны для производственных процессов многих отраслей промышленности, в частности, строительной индустрии, добычи и обогащения полезных ископаемых, предприятий машиностроения и др. [1–3]. В последние годы широкое распространение получили вибрационные технологические процессы, связанные с формированием взаимодействий сыпучей рабочей среды с поверхностью обрабатываемых деталей, задачами сортировки, перемещения объектов в сборочных процессах и др. Особенностью использования технологических машин подобного рода является необходимость оценки, контроля, настройки и формирования соответствующих динамических состояний вибрационных машин, что связано с разработкой способов и средств управления распределениями амплитуд колебания точек рабочих органов. Ряд вопросов, связанных с решением задач динамики машин и оборудования, работающих в условиях вибрационного нагружения нашел отражение в монографиях [4–6], а также в работах [7–9].

Специфика технологических вибрационных процессов, заключающаяся в необходимости создания условий периодических движений сыпучих рабочих сред, связана с необходимостью учета параметров упруго-инерционных связей технических объектов, представляющих собой, по существу, механическую колебательную систему с несколькими степенями свободы. Технологическое оборудование во многих случаях комплектуется системами автоматического управления динамическим состоянием или используются подходы и приемы дискретной настройки, когда компенсации «ухода» параметров рабочего процесса осуществляются соответствующими корректировками. Многие конструктивно-технические решения построены на введении дополнительных устройств, которые могут изменять положение источников возбуждающих сил или обеспечивать введение дополнительных упругих элементов или устройств для преобразования движения [10–12].

Вместе с тем, при многих положительных сторонах корректирующих мероприятий, возникают и побочные эффекты; в частности, к таковым относится и то, что корректирующие устройства также подвергаются действию вибраций, что инициирует поиск и разработку соответствующих решений.

В предлагаемой статье рассматриваются возможности использования дополнительных массоинерционных и упругих связей, влияющих на особенности динамических состояний путем их размещения вне зоны движения рабочего органа, в частности, на основе оборудования с использованием соответствующих дополнительных связей или устройств для преобразования движения.

I. Некоторые общие положения.

1. Расчетная схема технологической вибрационной машины рассматривается как механическая колебательная система с двумя степенями свободы. Рабочий орган представлен твердым телом (рис. 1), имеющим массу M и момент инерции J относительно центра масс (т. O). Твердое тело опирается на упругие элементы с жесткостями k_1 и k_2, соответственно закрепленные в тт. A, A_0, B, B_0. Центр масс (т. O) находится на расстоянии l_1 и l_2 от тт. A и B. Движение объекта может рассматриваться в системах координат y_1, y_2 и y_0, φ , связанных с неподвижным базисом. Вибрационное возбуждение системы обеспечивается гармонической силой Q, приложенной в т. E на расстоянии l_0 от центра масс (рис. 1).

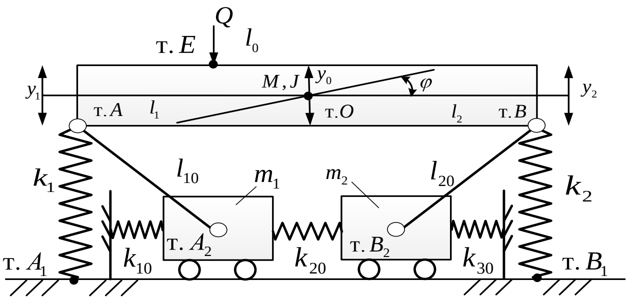

Рис. 1. Расчетная схема технологической вибрационной машины с устройствами для изменения приведенных массоинерционных характеристик

Движение рабочего органа y_1 передается дополнительной массе m_1 стержнем AA_2 длиною l_{10}; соответственно, движение по координате y_2 передается стержнем BB_2 длиной l_{02} дополнительной массе m_2; таким образом, механическая колебательная система (рис. 1) имеет дополнительный колебательный контур, состоящий из двух массоинерционных элементов m_1, m_2 и упругих звеньев соответственно с коэффициентами жесткости k_{10}, k_{20}, k_{30}.

2. В состоянии статического равновесия исходная система в тт. A, B имеет расстояния l_A и l_B (полагается, что в состоянии $l_A = l_B$; система совершает малые колебания относительно положения статического равновесия; т. е. l_A и l_B — расстояния по вертикали в положении статического равновесия). В установившемся режиме колебаний связь между параметрами движения в т. A и A_1 можно установить, используя понятие о мгновенном центре скоростей для стержня AA_1; тогда для т. A имеем:

$$y_{A_1} = y_1 \cdot a_{01} \ , \qquad (1)$$

$$y_{B_1} = y_2 \cdot a_{02} \ , \qquad (1')$$

где $a_{01} = \dfrac{AA_1}{l_1}, a_{02} = \dfrac{BB_1}{l_2}$.

Предварительное определение вспомогательных параметров позволяет построить математическую модель исходной системы; используется подходы, изложенные в работе [13].

3. Выражения для кинетической и потенциальной энергий имеют вид:

$$T = \frac{1}{2}M\dot{y}_0^2 + \frac{1}{2}J\dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2}m_1(a_{01}y_1)^2 + \frac{1}{2}m_2(a_{02}y_2)^2 , \qquad (2)$$

$$\begin{gathered} \Pi = \frac{1}{2}k_1 y_1^2 + \frac{1}{2}k_2 y_2^2 + \frac{1}{2}k_{01}(a_{01}y_1)^2 + \\ + \frac{1}{2}k_{02}(a_{02}y_2 - a_{01}y_1)^2 + \frac{1}{2}k_{03}(a_{02}y_2)^2 \end{gathered} . \qquad (3)$$

Учитывая связи между системами координат y_1, y_2 и y_0 , φ , которые определяются соотношениями:

$$\begin{gathered} y_0 = ay_1 + by_2, \varphi = c\,(y_2 - y_1), \\ a = \frac{l_1}{l_1 + l_2}, b = \frac{l_2}{l_1 + l_2}, c = \frac{1}{l_1 + l_2}, c_1 = \frac{l_0}{l_1 + l_2} \end{gathered} , \qquad (4)$$

запишем систему дифференциальных уравнений во временной области:

$$\begin{gathered} \ddot{y}_1(Ma^2 + Jc^2 + m_1 a_{01}^2) + \\ + y_1(k_1 + k_{10}a_{01}^2 + k_{20}a_{01}^2) + \\ + \ddot{y}_2(Mab - Jc^2) - y_2 k_{20}a_{01}a_{02} = Q(b + c_1) \end{gathered} , \qquad (5)$$

$$\begin{gathered} \ddot{y}_2(Mb^2 + Jc^2 + m_2 a_{02}^2) + \\ + y_2(k_2 + k_{20}a_{02}^2 + k_{30}a_{02}^2) + \\ + \ddot{y}_1(Mab - Jc^2) - y_1 k_{20}a_{01}a_{02} = Q(a - c_1) \end{gathered} , \qquad (6)$$

используя уравнения Лагранжа 2-го рода [13].

Полученная система дифференциальных уравнений (5), (6) может быть представлена в операторной форме после преобразования Лапласа при нулевых начальных условиях, что составляет:

$$\begin{gathered} \bar{y}_1[(Ma^2 + Jc^2 + m_1 a_{01}^2)p^2 + \\ + (k_1 + k_{10}a_{01}^2 + k_{20}a_{01}^2)] + \\ + \bar{y}_2[(Mab - Jc^2)p^2 - k_{20}a_{01}a_{02}] = \overline{Q}(b + c_1) \end{gathered} , \qquad (7)$$

$$\begin{gathered} \bar{y}_2[(Mb^2 + Jc^2 + m_2 a_{02}^2)p^2 + \\ + (k_2 + k_{20}a_{02}^2 + k_{30}a_{02}^2)] + \\ + \bar{y}_1[(Mab - Jc^2)p^2 - k_{20}a_{01}a_{02}] = Q(a - c_1) \end{gathered} \qquad (8)$$

В уравнениях (7), (8) принято, что $p = j\omega$ является комплексной переменной ($j = \sqrt{-1}$); значок «–» над переменной обозначает изображение по Лапласу [13].

II. Особенности структурных математических моделей. Оценка динамических свойств.

1. Используя уравнения (7) и (8), перейдем к структурной математической модели, которая соотносится с динамическим аналогом в виде эквивалентной в динамическом отношении системы автоматического управления, как показано на рис. 2.

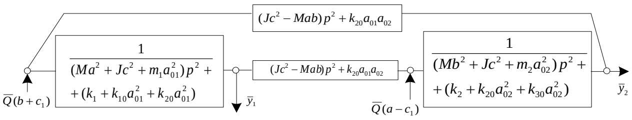

Рис. 2. Структурная схема математической модели исходной расчетной схемы, приведенной на рис. 1

Структурная схема системы на рис. 2 является, в определенном смысле, графическим аналогом системы уравнений (7), (8) и может быть полезна в оценке формирующихся динамических состояний технологического объекта, для которого важным фактором становится распределение амплитуд колебаний точек рабочего органа (твердого тела *M, J)* и структуры вибрационного поля. Рассматриваемая система (рис. 1) имеет особенности, которые заключаются в том, что в системе взаимодействуют два колебательных структурных образования (M, J, k_1, k_2) и (k_{01}, k_{20}, k_{30}, m_1, m_2).

2. Структурная математическая модель на рис. 2 состоит из двух парциальных блоков, которые имеют парциальные частоты, определяемые выражениями:

$$n_1^2 = \frac{k_1 + k_{10}a_{01}^2 + k_{20}a_{01}^2}{Ma^2 + Jc^2 + m_1 a_{01}^2} , \qquad (9)$$

$$n_2^2 = \frac{k_2 + k_{30}a_{02}^2 + k_{20}a_{02}^2}{Mb^2 + Jc^2 + m_2 a_{02}^2} . \qquad (10)$$

Парциальные частоты n_1^2, n_2^2 определяют границы расположения частот собственных колебаний в рамках соотношения:

$$n_1^2 < \omega_{1,nat}^2 < n_2^2 < \omega_{2,nat}^2 . \qquad (11)$$

При нецентральном внешнем вибрационном воздействии силовой фактор (сила Q) распределяется между координатами y_1 и y_2. Таким образом, одновременно в системе действуют два возбуждения, что создает условия для проявления специфических динамических режимов.

Предлагаемый и развиваемый в данной работе метод обеспечивает возможность рассмотрения процесса введения дополнительных связей с учетом их конструктивно-технических особенностей. В данном случае два колебательных контура взаимодействуют через рычажные элементы (или механизмы), обеспечивая определенные преимущества в реализации настроечных функций в рамках контура, располагаемого на неподвижной опорной поверхности (или станине). Это упрощает процедуры настройки системы и контроля ее состояний.

III. Динамические состояния технического объекта, их особенности и возможности.

1. Структурная математическая модель системы на рис.1 или ее структурная схема (рис. 2) дают возможность построить передаточные функции системы, которая находится под воздействием двух силовых факторов:

$$W_1(p)=\frac{\bar{y}_1}{\bar{Q}}=\frac{(b+c_1)\begin{bmatrix}(Mb^2+Jc^2+m_2a_{02}^2)p^2+\\+k_2+k_{20}a_{02}^2+k_{30}a_{02}^2\end{bmatrix}+ +(a-c_1)\left[(Jc^2-Mab)p^2+k_{20}a_{01}a_{02}\right]}{A(p)}, \quad (12)$$

$$W_2(p)=\frac{\bar{y}_2}{\bar{Q}}=\frac{(a-c_1)\begin{bmatrix}(Ma^2+Jc^2+m_1a_{01}^2)p^2+\\+k_1+k_{10}a_{01}^2+k_{20}a_{01}^2\end{bmatrix}+ +(b+c_1)\left[(Jc^2-Mab)p^2+k_{20}a_{01}a_{02}\right]}{A(p)}, \quad (13)$$

где:

$$A(p)=\begin{bmatrix}(Ma^2+Jc^2+m_1a_{01}^2)p^2+\\+k_1+k_{10}a_{01}^2+k_{20}a_{01}^2\end{bmatrix}\cdot \begin{bmatrix}(Mb^2+Jc^2+m_2a_{02}^2)p^2+\\+k_2+k_{20}a_{02}^2+k_{30}a_{02}^2\end{bmatrix}- -\left[(Jc^2-Mab)p^2+k_{20}a_{01}a_{02}\right]^2 - \quad (14)$$

является частотной характеристической функцией.

Из анализа (12), (13) следует, что по координате y_1 возможен режим динамического гашения колебаний, частота которого определяется при «обнулении» числителя передаточной функции (12):

$$\omega_{dyn,1}^2=\frac{(b+c_1)(k_2+k_{20}a_{02}^2+k_{30}a_{02}^2)+ +k_{20}a_{01}a_{02}(a-c_1)}{(b+c_1)(Mb^2+Jc^2+m_2a_{02}^2)+ +(a-c_1)(Jc^2-Mab)}. \quad (15)$$

Аналогично может быть найдена частота динамического гашения системы по координате y_2, что возможно на частоте:

$$\omega_{dyn,2}^2=\frac{(a-c_1)(k_1+k_{10}a_{01}^2+k_{20}a_{01}^2)+ +(b+c_1)k_{20}a_{01}a_{02}}{(a-c_1)(Ma^2+Jc^2+m_1a_{01}^2)+ +(b+c_1)(Jc^2-Mab)}. \quad (16)$$

Режим динамического гашения по координатам y_1 и y_2 предопределяет распределение амплитуд колебания точек рабочего тела по закону треугольника, что отмечалось, в частности, в работах [14; 15].

2. Особенностью системы в целом (рис. 2) является то обстоятельство, что межпарциальная связь, в силу дополнительных трансформаций, имеет массоинерционный и упругий характер, что предопределяет возможность «обнуления» связи на частоте:

$$\omega_{\text{dyn,par}}^2=\frac{k_{20}a_{01}a_{02}}{(Jc^2-Mab)}. \quad (17)$$

В этом случае движение по одному парциальному блоку становится независимым по отношению к движению второго блока.

Специфические режимы, частота которых определяется выражениями (15) – (17), могут представлять интерес при реализации технологических процессов с развитой управляющей системой.

3. Более полное представление о возможностях формирования динамических состояний рабочего органа технологической вибрационной машины дает использование передаточной функции межпарциальной связи. В данном случае при двух синхронных возбуждениях искомая передаточная функция принимает вид:

$$W_{par}(p)=\frac{\bar{y}_1}{\bar{y}_2}=\frac{(a-c_1)\begin{bmatrix}(Ma^2+Jc^2+m_1a_{01}^2)p^2+\\+k_1+k_{10}a_{01}^2+k_{20}a_{01}^2\end{bmatrix}+ +(b+c_1)\left[(Jc^2-Mab)p^2+k_{20}a_{01}a_{01}\right]}{(b+c_1)\begin{bmatrix}(Mb^2+Jc^2+m_2a_{02}^2)p^2+\\+k_2+k_{20}a_{02}^2+k_{30}a_{02}^2\end{bmatrix}+ +(a-c_1)\left[(Jc^2-Mab)p^2+k_{20}a_{01}a_{02}\right]} \quad (18)$$

Передаточная функция межпарциальных связей (18) является дробно-рациональным выражением, числитель и знаменатель которого являются полиномами 2-го порядка, что упрощает процесс нахождения экстремальных ситуаций по частотным параметрам. По существу, передаточная функция межпарциальных связей (18) может служить основой для расчетов параметров динамического состояния в ручном режиме либо вводиться в микропроцессор для настройки или корректировки динамических состояний в режимах автоматического управления; при этом основной интерес представляет возможность управления на основе изменения параметров второго контура системы, включающего в свой состав элементы m_1, m_2, k_{10}, k_{20}, k_{30}; возможны и другие формы управления путем введения дополнительных связей по отношению к рассмотренным на рис. 1 и 2.

4. Передаточные функции системы, определенные выражениями (12) и (13), отображают динамические свойства через проявление податливости в характерных точках рабочего органа (тт. *A* и *B* на рис. 1) при действии гармонического возмущения на отрабатываемой частоте.

Используя такие передаточные функции, можно строить амплитудно-частотные характеристики, оценивать параметры режимов динамического гашения колебаний и резонансов.

Передаточные функции межпарцильных связей, также определенные на основе структурной схемы (рис. 2), имеют иную физическую природу, раскрывающуюся через отношения координат рабочего органа y_2, y_1, что представлено выражением (18). В физическом смысле выражение (18) отображает рычажные свойства рабочего органа, который в процессе действия внешнего возмущения силового типа (рис. 1) обеспечивает форму плоского движения рабочего органа, характеризуемую распределением отношения амплитуд колебаний по координатам y_1, y_2.

5. В общем случае передаточная функция межпарциальных связей может быть рассмотрена в виде:

$$W_{12}(p) = \frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1} = \frac{N_1 p^2 + N_2}{N_3 p^2 + N_4}, \qquad (19)$$

где коэффициенты N_1, N_2, N_3, N_4 формируются из соответствующих элементов числителя и знаменателя выражения (18). При оценке динамических характеристик механической колебательной системы на основе резонансных частот и частот динамического гашения колебаний, в зависимости от характеристик системы, существует возможность учесть их относительное расположение, в частности, рассмотреть варианты совпадения частоты динамического гашения, резонанса и др.

Таким образом, выражение (19) как передаточная функция межпарциальных связей (коэффициент связности координат) обладает достаточно большим потенциалом отображения динамических свойств системы в задачах формирования динамического состояния рабочих органов вибрационных машин.

IV. Особенности динамических свойств механической системы в зависимости от варьируемых параметров.

В оценке динамических свойств интерес представляют особенности зависимости амплитудно-частотных характеристик от соотношений параметров, отображающих жесткостные и массоинерционные свойства системы [16].

1. Для оценки динамических особенностей массоинерционных характеристик рассматривается модельная задача со следующими параметрами: $M = 50$ кг, $m_1 = 1$ кг, $a = 0.6$, $b = 0.4$, $c = 1$, $_{c1} = 0.2$, $k_1 = 10^5$ Н/м, $a_{01} = 1$, $a_{02} = 1$, $k_2 = 1.2\ 10^5$ Н/м, $k_{20} = 0.8\ 10^5$ Н/м, $J = 20$ кг м^2. Рассматриваемые параметры связаны соотношениями $\mu_1 = \frac{m_2}{m_1}$, $\alpha_1 = \frac{k_{30}}{k_{20}}$, $\alpha_2 = \frac{k_{10}}{k_{20}}$.

2. На рис. 3 представлено семейство амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) с передаточной функцией $W_1(p) = \frac{\bar{y}_1}{Q}$. Графики 1–3 отображают АЧХ с различными наборами параметров.

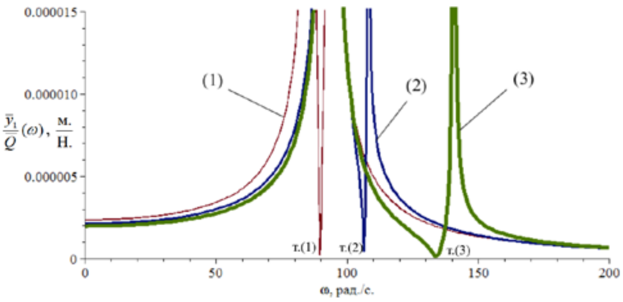

Рис. 3. Семейство амплитудно-частотных характеристик при $\mu_1 = 3$, $\alpha_2 = 2$: 1 — график для $\alpha_1 = 0.5$; 2 — график для $\alpha_1 = 2$; 3 — график $\alpha_1 = 5$

Амплитудно-частотные характеристики системы в тт. (1), (2), (3) на рис. 3 определяют значения частот динамического гашения колебаний по координате y_1. Система также имеет две частоты собственных колебаний. Расположение частот динамического гашения и собственных частот зависит от степени изменения соотношения между настроечными регулируемыми параметрами k_{10}, k_{20}, k_{30}, m_1, m_2.

На рис. 4 приводится семейство АЧХ по координате y_2 с параметрами (модельной задачи): $\mu_1 = 3$, $\alpha_1 = 2$; варьируемый параметр α_2 принимает значения $\alpha_2 = 0.5$, $\alpha_2 = 2$, $\alpha_2 = 5$, что соответственно связано с графиками 1–3.

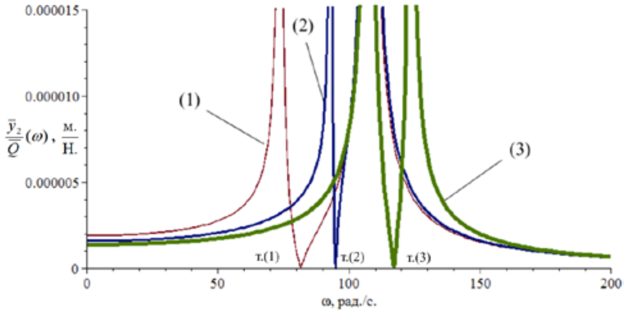

Рис. 4. Семейство амплитудно-частотных характеристик системы при $\mu_1 = 3$, $\alpha_1 = 2$: 1 — график для $\alpha_2 = 0.5$; 2 — график для $\alpha_2 = 2$; 3 — график $\alpha_2 = 5$

Можно отметить, что по координатам y_1 и y_2 могут быть реализованы режимы динамического гашения, а также резонансные проявления; взаимное расположение графиков зависимостей от значений параметров может принимать вырожденные формы.

Передаточные функции межпарцильных связей (или коэффициенты связности) зависят от частоты внешних воздействий и обладают своими локальными динамическими свойствами, которые отражают рычажные связи между координатами y_1 и y_2 рабочего органа. Передаточные функции межпарциальных связей представляют собой дробно-рациональное выражение, в котором числитель и знаменатель являются полиномами 2-го порядка. При нулевых значениях частоты $\omega \to 0$ и при $\omega \to \infty$ функция имеет соответствующие пределы. Промежуточные формы отличаются разнообразием и определяются набором параметров элементов системы.

На рис. 5 приводится семейство АЧХ межпарциальных связей с параметрами модельной задачи: $\mu_1 = 3$, $\alpha_1 = 2$; варьируемый параметр α_2 принимает значения $\alpha_2 = 0.5$, $\alpha_2 = 2$, $\alpha_2 = 5$, что соответственно отражено графиками 1–3.

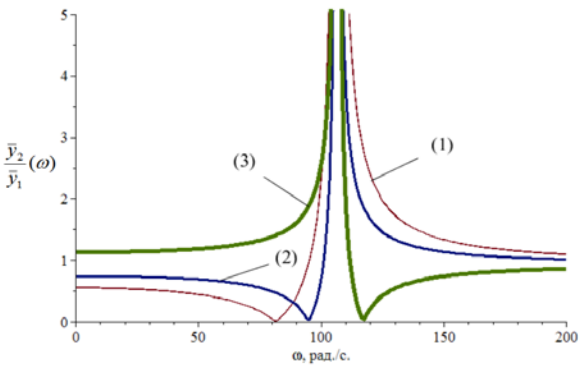

Рис. 5. Семейство амплитудно-частотных характеристик межпарциальных связей при различных значениях параметрах системы при $\mu_1 = 3$, $\alpha_1 = 2$: 1 — график для $\alpha_2 = 0.5$; 2 — график для $\alpha_2 = 2$; 3 — график $\alpha_2 = 5$

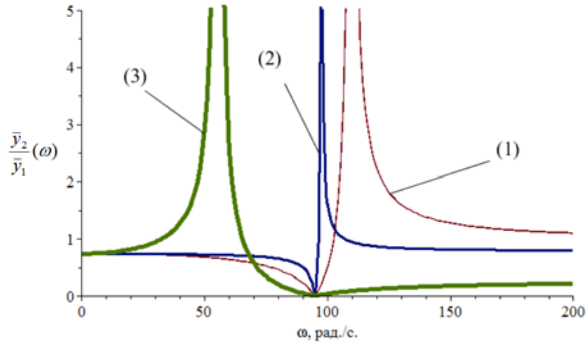

Рис. 6. Семейство амплитудно-частотных характеристик межпарциальных связей при различных значениях параметров системы $\alpha_1 = 2$, $\alpha_2 = 2$: 1 — график для $\mu_2 = 1$; 2 — график для $\mu_2 = 10$; 3 — график $\mu_2 = 100$

На рис. 6 приводится семейство АЧХ межпарциальных связей при параметрах $\alpha_1 = 2$, $\alpha_2 = 2$, переменный параметр μ_1 принимает значения $\mu_1 = 1$, $\mu_1 = 10$, $\mu_1 = 100$, что отображается графиками 1–3.

Варьирование параметров существенно влияет на вид АЧХ, что связано с формой аналитической зависимости дробно-рациональных функций от рассматриваемых параметров.

В целом численное моделирование показывает, что в формированиях динамических состояний через передаточные функции системы и межпарциальных связей можно получить представление о достаточно больших возможностях коррекции и настройки вибрационных полей.

Заключение. Как показывают исследования, вибрационные технологические машины и комплексы, расчетные схемы которых рассматриваются в виде механических колебательных систем, в реализациях динамических состояний проявляют большую зависимость от изменения параметров системы, введения дополнительных связей, что часто сопровождается проявлениями специфических динамических режимов. Такие эффекты могут проявляться через различные формы связности колебаний различных точек рабочего органа, появление режимов, при которых координаты стремятся к экстремальным значением. Это требует от разработчиков технических средств и способов формирования динамических состояний, развития подходов, обеспечивающих построение в достаточной степени эффективных математических моделей. Последние нужны для расчетов, обеспечивающих приемлемую точность реализации технологических режимов, устойчивость, надежность и безопасность эксплуатации машин.

Предлагается оригинальный подход к формированию структур технических объектов, рассматриваемых как механические колебательные системы с несколькими степенями свободы, путем введения дополнительных связей (в данном случае рычажных). Показана возможность построения аналитического аппарата, позволяющего рассчитывать необходимые уровни вносимой коррекции в параметры системы, используя специфические контуры упруго-инерциального типа. Такой контур, в определенной мере, оказывается выведенным из режима непосредственного контакта с рабочим органом. При этом возможные коррекционные действия производятся в дополнительном контуре, который находится на фундаменте, что позволяет в случае необходимости решать задачи автоматического управления, не подвергая приборы и технические средства действию вибраций рабочего органа.

1. Разработан метод построения математической модели технологического объекта на основе идей структурного математического управления; предложена технология построения модели и определения основных динамических характеристик системы.

2. Предлагается обобщенная схема построения передаточных функций, учитывающая возможность достаточно произвольного расположения устройств для возбуждения вибраций рабочего органа.

3. Для оценки возможности контроля и формирования динамических состояний рабочего органа и структуры его вибрационного поля предложено использование передаточной функции межпарциальных связей.

4. Проведена аналитическая оценка возможностей и форм проявления динамических состояний при изменениях параметров системы.

Литература

1. Елисеев А.В., Копылов Ю.Р., Николаев А.В., Елисеев С.В. Вибрационные технологические процессы: математические модели, особенности динамических свойств технических объектов // Транспортное, горное и строительное машиностроение: наука и производство. 2018. № 1. С. 84–90.
2. Елисеев А.В., Кузнецов Н.К., Московских А.О. Динамика машин. Системные представления, структурные схемы и связи элементов: монография // М.: Инновационное машиностроение, 2019. 381 с.
3. Clarence W. de Silva. Vibration. Fundamentals and Practice. Boca Raton, London, New York, Washington, D.C.: CRC Press, 2000. 957 p.
4. Karnovsky I.A., Lebed E. Theory of Vibration Protection, Springer International Publishing, Switzerland, 2016. 708 p.
5. Хохлов А.А. Динамика сложных механических систем. М.: МИИТ, 2002. 172 с.
6. Быховский И.И. Основы теории вибрационной техники. М.: Машиностроение, 1969. 364 с.
7. Франчук В.П. Инерционные методы расчета и выбора динамических параметров вибрационных грохотов, контейнеров питателей // Обогащение полезных ископаемых: сб. ст. Днепропетровск, 2011. Вып. 12 (53). С. 126–142.
8. Степанов В.М. Обобщенная математическая модель вибрационных грохотов // Изв. Тульского гос. ун-та. Технические науки. 2011. Вып. 6 (41). С. 246–251.
9. Eliseev S.V., Lukyanov A.V., Reznik Yu.N., Khomenko A.P. Dynamics of mechanical systems with additional ties. Irkutsk: Publishing Irkutsk State University, 2006. 316 p.
10. Белокобыльский С.В., Елисеев С.В., Ситов И.С. Динамика механических систем. Рычажные и инерционно-упругие связи. СПб.: Политехника, 2013. 320 с.
11. Варгунин В.Н., Гусаров В.Н., Иванов Б.Г., Левченко А.С. Конструирование и расчет рычажно-шарнирных средств и агрегатов. Самара: СамГАПС, 2006. 86 с.
12. Елисеев С.В. Прикладной системный анализ и структурное математическое моделирование (динамика транспортных и технологических машин: связность движений, вибрационные взаимодействия, рычажные связи): монография. Иркутск: ИрГУПС, 2018. 692 с.
13. Нгуен Д.Х. О влиянии динамического гасителя колебаний на распределение амплитуд движения точек рабочего органа вибрационной машины // Системы. Методы. Технологии. 2017. № 2 (34). С. 35–40.
14. Выонг К.Ч. Влияние инерционных связей на распределение амплитуд колебаний рабочего органа технологической вибрационной машины // Вестн. Брянского гос. технического ун-та. 2018. № 7 (68). С. 44–55.
15. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. 2-е изд., испр. М.: Физматлит, 2001. 320 с.

References

1. Eliseev A.V., Kopylov YU.R., Nikolaev A.V., Eliseev S.V. Vibration technological processes: mathematical models, features of dynamic properties of technical objects // Transport, mining and construction engineering: science and production. 2018. № 1. P. 84–90.
2. Eliseev A.V., Kuznecov N.K., Moskovskih A.O. Dynamics of machines. System representations, structural schemes and connections of elements: monografiya. M.: Innovacionnoe mashinostroenie, 2019. 381 p.
3. Clarence W. de Silva. Vibration. Fundamentals and Practice. Boca Raton, London, New York, Washington, D.C.: CRC Press, 2000. 957 p.
4. Karnovsky I.A., Lebed E. Theory of Vibration Protection, Springer International Publishing, Switzerland, 2016. 708 p.
5. Hohlov A.A. Dynamics of complex mechanical systems. M.: MIIT, 2002. 172 p.
6. Byhovskij I.I. Fundamentals of the theory of vibration technology. M.: Mashinostroenie, 1969. 364 p.
7. Franchuk V.P. Inertial methods of calculation and selection of dynamic parameters of vibrating screens, feeder containers // Obogashchenie poleznyh iskopaemyh: sb. st. Dnepropetrovsk, 2011. Vyp. 12 (53). P. 126–142.
8. Stepanov V.M. Generalized mathematical model of vibration screens // Izvestiya Tula State University. Technical sciences. 2011. Vyp. 6 (41). P. 246–251.
9. Eliseev S.V., Lukyanov A.V., Reznik Yu.N., Khomenko A.P. Dynamics of mechanical systems with additional ties. Irkutsk: Publishing Irkutsk State University, 2006. 316 p.
10. Belokobyl'skij S.V., Eliseev S.V., Sitov I.S. Dynamics of mechanical systems. Lever and inertia-elastic connections. SPb.: Politekhnika, 2013. 320 p.
11. Vargunin V.N., Gusarov V.N., Ivanov B.G., Levchenko A.S. Design and calculation of lever-hinge means and aggregates. Samara: SamGAPS, 2006. 86 p.
12. Eliseev S.V. Applied system analysis and structural mathematical modeling (dynamics of transport and technological machines: connectivity of movements, vibrational interactions, lever connections): monografiya. Irkutsk: IrGUPS, 2018. 692 p.
13. Nguen D.H. On the influence of a dynamic vibration dampener on the distribution of amplitudes of movement of points of the working body of a vibrating machine // Systems. Methods. Technologies. 2017. № 2 (34). P. 35–40.
14. Vyong K.CH. Influence of inertial links on the distribution of vibration amplitudes of the working body of the technological vibration machine // Bulletin BSTU. 2018. № 7 (68). P. 44–55.
15. Samarskij A.A., Mihajlov A.P. Mathematical modeling: Idei. Metody. Primery. 2-e izd., ispr. M.: Fizmatlit, 2001. 320 p.