

ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ И МАШИНОСТРОЕНИЯ

УДК 62.752, 621:534;833; 888.6, 629.4.015;02

DOI:10.18324/2077-5415-2020-2-7-11

О влиянии избыточных связей между элементами на динамические свойства технических объектов

С.В. Елисеев^{1а}, Р.С. Большаков^{1б}, И.С. Ситов^{2с}

¹ Иркутский государственный университет путей сообщения, ул. Чернышевского, 15, Иркутск, Россия

² Братский государственный университет, ул. Макаренко, 40, Братск, Россия

^а eliseev_s@inbox.ru, ^б bolshakov_rs@mail.ru, ^с sitov@yandex.ru

^а <https://orcid.org/0000-0001-6876-8786>, ^б <https://orcid.org/0000-0002-1187-5932>, ^с <https://orcid.org/0000-0001-6785-632X>

Статья поступила 09.04.2020, принята 13.04.2020

Рассматриваются методологические особенности динамических состояний механических колебательных систем как расчетных схем технических объектов, работающих в условиях вибрационного нагружения. Цель исследования состоит в разработке метода оценки влияния на динамические состояния взаимодействия элементов систем при наличии в их структуре избыточных связей. Используются методы структурного математического моделирования, ориентированные на использование аналитического аппарата теории автоматического управления. Показаны возможности оценки влияния на изменения параметров динамических состояний, определяемых расположением характерных точек взаимодействия элементов (узлы колебаний, центры жесткости) при введении дополнительных упругих элементов промежуточного типа. Показаны возможности выбора системы координат и их влияния на формирование оценочных параметров. Разработаны алгоритмы определения динамических реакций в точках соединения взаимодействующих элементов. Предложены рекомендации по оценке и формированию динамических состояний.

Ключевые слова: динамические состояния; избыточные связи; структурное математическое моделирование; передаточные функции; динамические реакции связей.

On the effect of excessive links between elements on the dynamic properties of technical objects

S.V. Eliseev^{1а}, R.S. Bolshakov^{1б}, I.S. Sitov^{2с}

¹ Irkutsk State Transport University; 15, Chernyshevskiy St., Irkutsk, Russia

² Bratsk State University; 40, Makarenko St., Bratsk, Russia

^а eliseev_s@inbox.ru, ^б bolshakov_rs@mail.ru, ^с sitov@yandex.ru

^а <https://orcid.org/0000-0001-6876-8786>, ^б <https://orcid.org/0000-0002-1187-5932>, ^с <https://orcid.org/0000-0001-6785-632X>

Received 09.04.2020, accepted 13.04.2020

The methodological features of the dynamic conditions of mechanical oscillation systems as design schemes of technical objects operating under vibrational loading are considered. The purpose of the work is to develop a method for estimation the influence on the dynamic conditions of interaction of elements of systems in the presence of excessive ties in their structure. The methods of structural mathematical modeling, focused on the use of the analytical apparatus of the theory of automatic control, are used. The possibilities of estimation the influence on changes in the parameters of dynamic conditions, identified by the location of the characteristic points of interaction of elements (vibration nodes, centers of stiffness) with the introduction of additional elastic elements of an intermediate type, are shown. The possibilities of choosing a coordinate system and their influence on the formation of estimated parameters are shown. Algorithms for determining dynamic responses at the connection points of interacting elements are developed. Recommendations on the estimation and formation of dynamic conditions are proposed.

Keywords: dynamic conditions; excessive ties; structural mathematical modeling; transfer functions; dynamical responses.

Введение. Технические объекты во многих производствах горнодобывающих отраслей промышленности, на предприятиях строительной индустрии и химических производств работают в условиях вибрационного взаимодействия элементов [1–3], что требует особого внимания к задачам обеспечения надежности и безопасности эксплуатации оборудования. Особенности работы технических объектов в виде устройств для

вибрационного транспортирования, классификации рабочих смесей рассмотрены в работах отечественных специалистов [4–6], в которых предлагаются методы построения математических моделей объектов, учет особенностей формирования динамических состояний рабочих органов, уровень возникающих динамических реакций в соединениях элементов, проявления специфических динамических режимов.

При проведении предварительных исследований и оценок в качестве расчетных схем широко используются механические колебательные системы с сосредоточенными параметрами, имеющие несколько степеней свободы. В частности, при рассмотрении динамики вибрационных стендов, реализующих технологические процессы взаимодействия обрабатываемых деталей с вибрирующей рабочей средой, рабочий орган технологической машины рассматривается как твердое тело на упругих опорах [7]. При действии периодических возмущающих сил (обычно гармонических вибраторов) для механической колебательной системы становится возможным создание необходимых распределений амплитуд колебаний точек твердого тела и реализации соответствующих динамических режимов. Настройка динамических состояний и обеспечение их корректировки реализуется, как правило, за счет специальных технических средств, представляющих собой дополнительные связи в виде простейших механизмов и устройств для преобразования движения.

Задача усложняется в тех ситуациях, когда структура не является симметричной и содержит дополнительные элементы (пружины, демпферы, устройства для преобразования движения (УПД) и др.).

В предлагаемой статье развивается методологическая основа построения математических моделей вибрационных технологических машин с избыточными связями и элементами, что позволяет приводить рассматриваемые объекты к более простым, эквивалентным в динамическом отношении, формам.

I. Некоторые общие положения. Рассматривается расчетная схема вибростенда, опирающегося на четыре упругих элемента, произвольно размещенных вдоль рабочего органа (рис. 1). Упругие опоры обладают жесткостями k_1, k_2, k_3, k_4 . Пружины закреплены в тт. A, B, C, D и тт. A_1, B_1, C_1, D_1 соответственно.

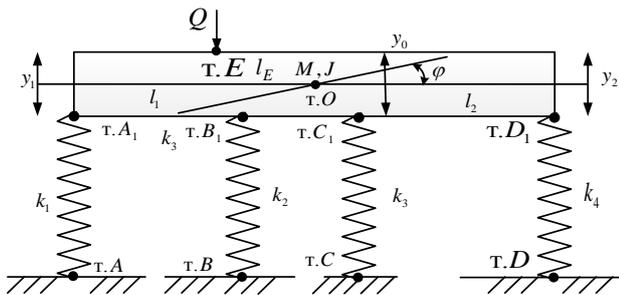


Рис. 1. Расчетная схема вибрационной технологической машины с избыточными упругими связями

Предполагается, что внешнее воздействие Q является гармонической функцией времени. Сила Q приложена в т. E на расстоянии $l_E = EO$, где т. O — центр масс системы. В свою очередь, вводятся параметры точек присоединения упругих элементов $l_A = A_1O, l_B = B_1O, l_C = C_1O,$

$l_D = D_1O$. Движение системы рассматривается в координатах y_0, φ и y_1, y_2 , связанных с неподвижным базисом.

Связи между системами координат определяются следующими соотношениями:

$$y_0 = ay_1 + by_2, \varphi = c(y_2 - y_1), y_1 = y_0 - l_1\varphi, \\ y_2 = y_0 + l_2\varphi, a = \frac{l_2}{l_1 + l_2}, b = \frac{l_1}{l_1 + l_2}, c = \frac{1}{l_1 + l_2}. \quad (1) \\ (l_1 = A_1O, l_2 = D_1O).$$

Для построения математической модели используется уравнение Лагранжа в рамках методических подходов, изложенных в [8; 9].

II. Построение математической модели, возможности оценки динамических состояний объекта.

1. Система координат y_0, φ .

Запишем выражения для кинетической и потенциальной энергии исходной системы, принимая во внимание, что рабочий орган в виде твердого тела (рис. 1) обладает массой M и моментом инерции J :

$$T = \frac{1}{2}M \dot{y}_0^2 + \frac{1}{2}J \dot{\varphi}^2, \quad (2)$$

$$\Pi = \frac{1}{2}k_1(y_0 - l_{A1}\varphi)^2 + \frac{1}{2}k_2(y_0 - l_{B1}\varphi)^2 + \\ + \frac{1}{2}k_3(y_0 + l_{C1}\varphi)^2 + \frac{1}{2}k_4(y_0 + l_{D1}\varphi)^2. \quad (3)$$

С учетом промежуточных выкладок математическая модель в виде системы из двух дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами принимает вид:

$$y_0''M + y_0(k_1 + k_2 + k_3 + k_4) + \\ + \varphi(-k_1l_{A1} - k_2l_{B1} + k_3l_{C1} + k_4l_{D1}) = Q(t), \quad (4)$$

$$\varphi''J + \varphi(k_1l_{A1}^2 + k_2l_{B1}^2 + k_3l_{C1}^2 + k_4l_{D1}^2) + \\ + y_0(-k_1l_{A1} - k_2l_{B1} + k_3l_{C1} + k_4l_{D1}) = Ql_E. \quad (5)$$

Система уравнений (4), (5) может быть приведена к операторной форме на основе преобразований Лапласа при нулевых начальных условиях [10], в этом случае уравнения (3), (4) трансформируются к виду:

$$\bar{y}_0 [Mp^2 + k_1 + k_2 + k_3 + k_4] - \\ - \bar{\varphi}(k_1l_{A1} + k_2l_{B1} - k_3l_{C1} - k_4l_{D1}) = \bar{Q}l_E, \quad (6)$$

$$\bar{\varphi} [Jp^2 + k_1l_{A1}^2 + k_2l_{B1}^2 + k_3l_{C1}^2 + k_4l_{D1}^2] + \\ + \bar{y}_0(k_1l_{A1} + k_2l_{B1} - k_3l_{C1} - k_4l_{D1}) = \bar{Q}l_E, \quad (7)$$

где $p = j\omega$ — комплексная переменная ($j = \sqrt{-1}$). Значок \leftrightarrow над переменной означает ее изображение по Лапласу.

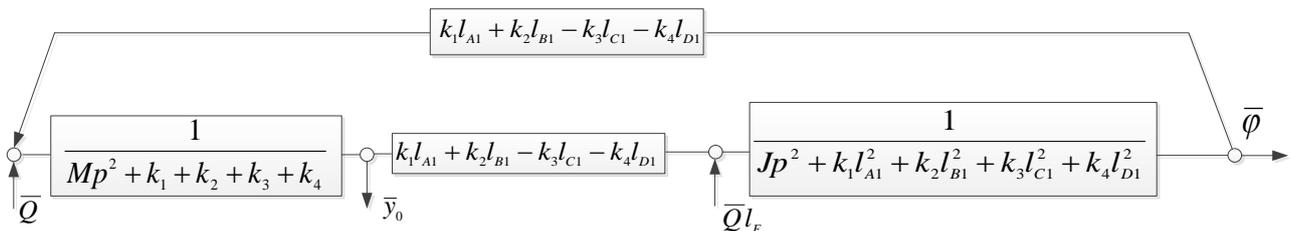


Рис. 2. Структурная математическая модель системы по рис. 1

На основе выражений (6), (7) может быть построена структурная математическая модель системы по рис. 1, которая представляет собой структурную схему эквивалентной в динамическом отношении системы автоматического управления (САУ), что показано на рис. 2.

Используя структурную схему на рис. 2, запишем передаточные функции системы при одновременном действии двух внешних возмущений, полагая, что система совершает малые колебания относительно положения статического равновесия.

$$W_1(p) = \frac{\bar{y}_0}{\bar{Q}} = \frac{Jp^2 + k_1 l_{A1}^2 + k_2 l_{B1}^2 + k_3 l_{C1}^2 + \dots}{A_0(p)} \dots \quad (7)$$

$$\dots \frac{+ k_4 l_{D1}^2 + l_E (k_1 l_{A1} + k_2 l_{B1} - k_3 l_{C1} - k_4 l_{D1})}{A_0(p)},$$

$$W_2(p) = \frac{\bar{\varphi}}{\bar{Q}} = \frac{l_E (Mp^2 + k_1 + k_2 + k_3 + \dots + k_4) + k_1 l_{A1} + k_2 l_{B1} - k_3 l_{C1} - k_4 l_{D1}}{A(p)} \dots \quad (8)$$

где:

$$A(p) = [Mp^2 + k_1 + k_2 + k_3 + k_4] [Jp^2 + k_1 l_{A1}^2 + k_2 l_{B1}^2 + k_3 l_{C1}^2 + k_4 l_{D1}^2] - (k_1 l_{A1} + k_2 l_{B1} - k_3 l_{C1} - k_4 l_{D1})^2 \quad (9)$$

является характеристическим частотным уравнением.

Используя (8) – (10), можно отметить, что в координатах \bar{y}_0 , $\bar{\varphi}$ структурная модель исходной системы по рис. 1 состоит из двух парциальных блоков, соединенных упругими связями; система имеет две резонансные частоты, определяемые из частотного уравнения (10); кроме того, система по координатам \bar{y}_0 и $\bar{\varphi}$ обладает возможностями реализации режимов динамического гашения колебаний. Частоты режимов динамического гашения колебаний определяются из уравнений, получаемых при обнулении числителей передаточных функций (8), (9).

При динамическом гашении колебаний по координате \bar{y}_0 рабочий орган не имеет вертикальных поступательных движений и совершает лишь угловые колебания относительно центра масс рабочего органа (точка O на рис. 1). Такая точка, по существу, является узлом колебаний. При реализации динамического гашения колебаний по угловым движениям ($\bar{\varphi} = 0$) рабочий орган совершает лишь вертикальные поступательные движения, аналогичные тем условиям, которые реализуются при приложении вертикального возмущения к центру жесткости рабочего органа. Отдельные аспекты подходов рассмотрены в работе [11].

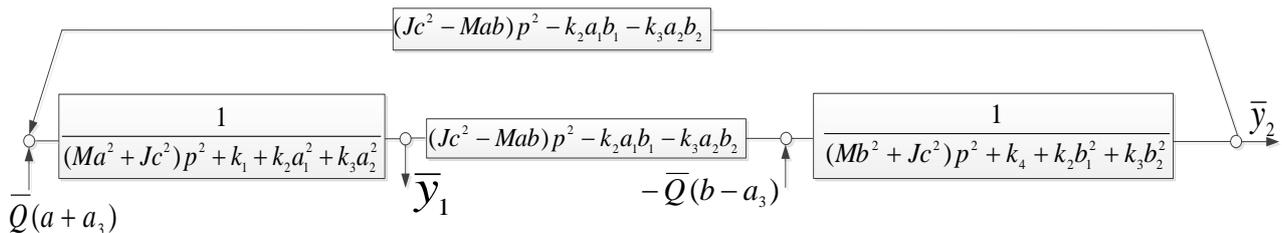


Рис. 3. Структурная математическая модель исходной системы в координатах \bar{y}_1 , \bar{y}_2

При смене системы координат необходимо учесть возможные изменения обобщенных сил. В данном случае необходимо соблюдать равенство работы обобщен-

2. Система координат \bar{y}_1 и \bar{y}_2 .

Для получения математической модели в координатах \bar{y}_1 и \bar{y}_2 необходимо использовать ряд соотношений:

$$y_{B1} = y_1(a + cl_{B1}) + y_2(b - l_{B1}c), a_1 = a + cl_{B1},$$

$$b_1 = b - l_{B1}c, y_{C1} = y_1(a - cl_{C1}) + y_2(b + l_{C1}c), \quad (10)$$

$$a_2 = a - cl_{C1}, b_2 = b + l_{C1}c.$$

Запишем для системы координат y_1 и y_2 выражения для кинетической и потенциальной энергии:

$$T = \frac{1}{2} M (\dot{y}_1 a + \dot{y}_2 b)^2 + \frac{1}{2} J c^2 (\dot{y}_2 - \dot{y}_1)^2; \quad (11)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} k_1 y_1^2 + \frac{1}{2} k_4 y_2^2 + \frac{1}{2} k_2 y_{B1}^2 + \frac{1}{2} k_3 y_{C1}^2$$

или:

$$\Pi = \frac{1}{2} k_1 y_1^2 + \frac{1}{2} k_4 y_2^2 + \frac{1}{2} k_2 (y_1 a_1 + y_2 b_1)^2 + \frac{1}{2} k_3 (y_1 a_2 + y_2 b_2)^2, \quad (12)$$

где $a_1 = a + cl_{B1}, b_1 = b - cl_{B1}, a_2 = a - cl_{C1}, b_2 = b + cl_{C1}$.

После проведения промежуточных выкладок запишем уравнения движения системы по рис. 1 в координатах y_1 и y_2 :

$$y_1'' (Ma^2 + Jc^2) + y_1 (k_1 + k_2 a_1^2 + k_3 a_2^2) - y_2'' (Jc^2 - Mab) + (k_2 a_1 b_1 + k_3 a_2 b_2) y_2 = Qa + Qa_3, \quad (13)$$

$$y_2'' (Mb^2 + Jc^2) + y_2 (k_4 + k_2 b_1^2 + k_3 b_2^2) - y_1'' (Jc^2 - Mab) + (k_2 a_1 b_1 + k_3 a_2 b_2) y_1 = Qb + Qa_3. \quad (14)$$

Система уравнений (13), (14) в операторной форме после преобразований Лапласа при нулевых начальных условиях принимает вид:

$$\bar{y}_1 [(Ma^2 + Jc^2)p^2 + k_1 + k_2 a_1^2 + k_3 a_2^2] - \bar{y}_2 [(Jc^2 - Mab)p^2 + k_1 + k_2 a_1 b_1 + k_3 a_2 b_2] = \bar{Q}a + \bar{Q}a_3, \quad (15)$$

$$\bar{y}_2 [(Mb^2 + Jc^2)p^2 + k_4 + k_2 b_1^2 + k_3 b_2^2] - \bar{y}_1 [(Jc^2 - Mab)p^2 + k_2 a_1 b_1 + k_3 a_2 b_2] = \bar{Q}b + \bar{Q}a_3, \quad (16)$$

где $a_3 = \frac{l_E}{l_1 + l_2}$.

Структурная математическая модель исходной системы по рис. 1 в координатах \bar{y}_1 и \bar{y}_2 приведена на рис. 3.

ных сил на возможных перемещениях [12]. Используя структурную схему на рис. 3, запишем передаточную функцию системы по координате \bar{y}_1 :

$$W_1'(p) = \frac{\bar{y}_1}{\bar{Q}} = \frac{(a + a_3) \left[(Mb^2 + Jc^2)p^2 + k_4 + k_2b_1^2 + k_3b_2 \right] + (b - a_3) \times \left[(Jc^2 - Mab)p^2 - k_2a_1b_1 - k_3a_2b_2 \right]}{A'(p)}, \quad (17)$$

где:

$$A'(p) = \left[(Ma^2 + Jc^2)p^2 + k_1 + k_2a_1^2 + k_3a_2^2 \right] \times \left[(Mb^2 + Jc^2)p^2 + k_4 + k_3b_2^2 + k_2b_1^2 \right] - \left[(Jc^2 - Mab)p^2 - k_2a_1b_1 - k_3a_2b_2 \right]^2 \quad (18)$$

является частотным характеристическим уравнением системы со структурной схемой по рис. 3.

В свою очередь, по координате \bar{y}_2 имеем:

$$W_2'(p) = \frac{\bar{y}_2}{\bar{Q}} = \frac{(a_3 - b) \left[(Ma^2 + Jc^2)p^2 + k_1 + k_2a_1^2 + k_3a_2^2 \right] + (a + a_3) \times \left[(Jc^2 - Mab)p^2 - k_2a_1b_1 - k_3a_2b_2 \right]}{A'(p)}. \quad (19)$$

При движении системы в координатах \bar{y}_1 и \bar{y}_2 в соответствии с характеристическим частотным уравнением, получаемым из знаменателя передаточных функций (17), (19), возможны две частоты собственных колебаний, а также реализация режимов резонанса по координатам \bar{y}_1 и \bar{y}_2 . Из числителя передаточных функций следует ((17), (19)), что при их «обнулении» возможно определение частот режимов динамического гашения колебаний. В этих случаях при $\bar{y}_1 = 0$ полагается, что т. A_1 совпадает с узлом колебаний в системе; при $\bar{y}_2 = 0$ – в т. D_1 также будет находиться узел колебаний системы.

III. Особенности динамических свойств системы.

Выбор системы координат для оценки динамических состояний исходной системы определяется набором задач, для решения которых исследуются возможности технических объектов.

1. При выборе координат \bar{y}_0 и $\bar{\varphi}$, как это следует из структурной схемы на рис. 2, при определенных параметрах системы возможным становится «обнуление» межпарциальных связей. Так, например, при соблюдении условия:

$$k_1l_{A1} + k_2l_{B1} - k_3l_{C1} - k_4l_{D1} = 0 \quad (20)$$

парциальные блоки могут совершать независимые друг от друга движения; т. е. поступательные колебательные вертикальные движения не оказывают влияния на угловые колебания рабочего органа относительно центра масс (т. O , такие эффекты могут представлять интерес в задачах перевозки грузов, ориентации деталей в сборочных комплексах и др.). Разделение движений позволяет получать определенные преимущества в разработке систем вибрационной защиты и виброизоляции объектов [8; 9; 13].

2. Система координат \bar{y}_1 и \bar{y}_2 интересна возможностями оценки динамических свойств межпарциальных связей, в частности, при введении понятия передаточной функции межпарциальной связи \bar{y}_2/\bar{y}_1 ; в этом

случае для системы, представленной структурной схемой на рис. 3, получим:

$$\frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1} = \frac{(a_3 - b) \left[(Ma^2 + Jc^2)p^2 + k_1 + k_2a_1^2 + k_3a_2^2 \right] + (a + a_3) \left[(Jc^2 - Mab)p^2 - k_2a_1b_1 - k_3a_2b_2 \right]}{(a + a_3) \left[(Mb^2 + Jc^2)p^2 + k_4 + k_2b_1^2 + k_3b_2 \right] + (b - a_3) \left[(Jc^2 - Mab)p^2 - k_2a_1b_1 - k_3a_2b_2 \right]} \quad (21)$$

Из (21) следует, что при $\frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1} = 1$ может быть найдена

частота, при которой рабочий орган не совершает угловых колебаний, что соответствует приложению внешнего воздействия \bar{Q} в точке, соотносящейся с центром жесткости.

При условии $\frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1} = -1$ может быть найдена частота,

при которой твердое тело будет совершать симметричные угловые колебания. Особенности расположения узлов колебаний в зависимости от различных параметров рассмотрены, в отдельных аспектах, в работах [4; 11].

3. Определение динамических реакций в соединениях взаимодействующих элементов механических колебательных систем связано также с оценкой динамических состояний, что требует учета особенностей распределения амплитуд колебаний в рабочем пространстве вибрационных технологических машин [28; 29]. В общем случае динамическая реакция в точке контакта двух элементов может определяться как произведение приведенной жесткости в рассматриваемой точке на величину динамического смещения точки от действия приложенных внешних сил.

Таким образом могут быть определены динамические реакции в характерных точках исходной системы (рис. 1, тт. A_1, B_1, C_1, D_1). В данном случае жесткости упругих элементов k_1, k_2, k_3, k_4 не зависят от частоты.

Динамические смещения в тт. A_1, B_1, C_1, D_1 могут быть определены с использованием передаточных функций $W_1(p), W_2(p)$ или $W_1'(p), W_2'(p)$, представленных соответственно выражениями (7), (8) или (17), (19).

В т. A_1 динамическое смещение может быть определено выражением:

$$\bar{y}_1 = W_1'(p)\bar{Q} = \frac{(a + a_3) \left[(Mb^2 + Jc^2)p^2 + k_4 + k_2b_1^2 + k_3b_2 \right] + (b - a_3) \times \left[(Jc^2 - Mab)p^2 - k_2a_1b_1 - k_3a_2b_2 \right]}{A_0'(p)} \quad (22)$$

Тогда динамическая реакция в т. A_1 составит:

$$\bar{R}_{A1} = \bar{y}_{A1}k_1. \quad (23)$$

Поскольку k_1 не зависит от частоты, то выполняется условие:

$$\left| \bar{R}_{A1} \right| = \left| \bar{R}_A \right|. \quad (24)$$

Для т. B_1 динамическое смещение определяется выражением:

$$\bar{y}_{B1} = \bar{y}_1a_1 + \bar{y}_2b_1, \quad (25)$$

где $a_1 = a + cl_{B1}, b_1 = b - cl_{B1}$.

Таким образом:

$$\bar{R}_{B1} = k_2 \bar{y}_{B1} = k_2(a + cl_{B1})\bar{y}_1 + k_2(b - cl_{B1})\bar{y}_2. \quad (26)$$

Аналогично вышеприведенному имеем также, что:

$$\left| \bar{R}_{B1} \right| = \left| \bar{R}_B \right|. \quad (27)$$

Предлагаемый подход позволяет найти динамические реакции также в тт. C_1, D_1 .

Динамические реакции отображаются дробно-рациональными выражениями. Знаменатель в этом случае соотносится с частотным характеристическим уравнением. В соответствии с этим можно отметить, что при частотах собственных колебаний величина динамической реакции будет возрастать. Вместе с тем, в силу специфики выражений (23), (26) динамическая реакция может принимать на определенных частотах нулевые значения.

Отметим, что динамическая реакция является, в общем случае, составляющей полной реакции; имеется ее статическая составляющая, создаваемая, в частности, силами тяжести элементов исходной системы. Поскольку динамическая реакция зависит от частоты колебаний и может принимать положительные и отрицательные значения, то анализ динамических реакций является обязательной частью расчетов систем при наличии соединений неударяющего типа.

Литература

1. Копылов Ю.Р. Динамика процессов виброударного упрочнения: монография / Воронеж: ИПЦ «Научная книга», 2011. 69 с.
2. Быховский И.И. Основы теории вибрационной техники / И.И. Быховский. М.: Машиностроение, 1968. 362 с.
3. Блехман И.И. Вибрационная механика. М.: Наука. 1994. 394 с.
4. Вьонг К.Ч. Возможности регулирования распределения амплитуд колебаний вибростенда // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2018. № 3 (59). С. 30–36.
5. Елисеев С.В., Большаков Р.С., Ситов И.С. Возможности структурного математического моделирования в оценке динамических свойств технологических вибрационных машин // Системы. Методы. Технологии. 2019. № 1 (41). С. 7–15.
6. Елисеев А.В., Сельвинский В.В., Елисеев С.В. Динамика вибрационных взаимодействий элементов технологических систем с учетом неударяющих связей. Новосибирск: Наука, 2015. 332 с.
7. Вибрации в технике: справочник в 6-ти томах / Ред. совет: В.Н. Челомей (пред.). М.: Машиностроение. 1981. Т. 4 Вибрационные процессы и машины / Под ред. Э.Э. Лавенделла. 1981. 504 с.
8. Karnovsky, I.A. Theory of vibration protection / I.A. Karnovsky, E. Lebed. Switzerland: Springer, 2016. 708 p.
9. Clarence W. Vibration. Fundamentals and Practice / Clarence W., De Silva. Boca Raton, London, New York, Washington, D.C.: CRC Press, 2000. 957 p.
10. Eliseev S.V., Eliseev A.V. Theory of oscillations. structural mathematical modeling in problems of dynamics of technical objects. Cham: Springer Nature Switzerland AG, 2019. 521 p.
11. Вьонг К.Ч. Новые возможности изменения динамических состояний вибрационных технологических машин // Системы. Методы. Технологии. 2018. № 2 (38). С. 25–31.
12. Лурье А.И. Аналитическая механика. М.: ГИФМЛ, 1961. 824 с.

Заключение. Введение избыточных связей в механические колебательные системы существенным образом оказывает влияние на динамические свойства исходных расчетных схем, создавая возможности для изменения, корректировки и формирования условий работы технологических объектов и транспортных средств.

1. Предлагается метод структурного математического моделирования, в рамках которого механической колебательной системе как расчетной схеме исходного технического объекта сопоставляется эквивалентная в динамическом отношении структурная схема автоматического управления. При наличии избыточных связей структурные подходы обладают возможностями использования преимуществ различных систем координат для упрощения процедур оценки динамических состояний объектов с выделением специфических режимов распределения амплитуд колебаний точек рабочих органов.

2. Характерные особенности динамических свойств исходных структур могут определяться на основе использования передаточных функций межпарциальных связей, что значительно упрощает анализ и оценку особенностей взаимодействия элементов систем с выделением характерных точек (таких, как узлы колебаний, центры жесткости, условия разделения систем на автономные блоки).

13. Harris C.M. Shock and Vibration Handbook / C. M. Harris, A. G. Piersol. New York: McGraw – Hill Book Co, 2002. 1457 p.

References

1. Kopylov Yu.R. Dynamics of vibro-impact hardening processes / Voronezh: IPC «Science book», 2011. 569 p.
2. Bikhovskiy I.I. Bases of vibration technics theory. M.: Mechanical engineering, 1968. 362 p.
3. Blekhman I.I. Vibrational mechanics. M.: Science. 1994. 394 p.
4. Vyong K.Ch. Possibilities of regulating the distribution of the amplitudes of vibrations of the vibration bench // Modern Technologies. System analysis. Modeling. 2018. No. 3 (59). P. 30–36.
5. Eliseev S.V., Bolshakov R.S., Sitov I.S. The possibilities of structural mathematical modeling in estimation the dynamic properties of technological vibratory machines // Systems. Methods. Technologies. 2019. № 1 (41). P. 7–15.
6. Eliseev A.V., Sel'vinskii V.V., Eliseev S.V. Dynamical of vibration interactions of technological systems elements with accounting of non-holding ties. Novosibirsk: Science. 2015. 332 p.
7. Vibrations in technology: a reference book in 6 volumes / Ed. advice: V.N. Chelomey (previous). M.: Mechanical Engineering. 1981. T.4 Vibration processes and machines / Ed. E.E. Lavendell. 1981. 504 p.
8. Karnovsky, I.A. Theory of vibration protection / I.A. Karnovsky, E. Lebed. Switzerland: Springer, 2016. 708 p.
9. Clarence W. Vibration. Fundamentals and Practice / Clarence W., De Silva. Boca Raton, London, New York, Washington, D.C.: CRC Press, 2000. 957 p.
10. Eliseev S.V., Eliseev A.V. Theory of oscillations. structural mathematical modeling in problems of dynamics of technical objects. Cham: Springer Nature Switzerland AG, 2019. 521 p.
11. Vyong K.Ch. New possibilities for changing the dynamic states of vibrating technological machines // Systems. Methods. Technologies. 2018.No 2 (38). S. 25–31.
12. Lur'e A.I. Analytical mechanics. M.: GIFML, 1961. 824 p.
13. Harris C.M. Shock and Vibration Handbook / C. M. Harris, A. G. Piersol. New York: McGraw – Hill Book Co, 2002. 1457 p.