

Моделирование влияния напряженного состояния на структурные превращения в элементах конструкций в процессе термообработки

Л.А. Бохоева^{1 a}, Е.Б. Бочектуева^{1 b}, В.Е. Рогов^{2 c}

¹Восточно-Сибирский государственный университет технологий и управления, ул. Ключевская 40в, Улан-Удэ, Республика Бурятия

²Байкальский институт природопользования Сибирского отделения РАН, ул. Сахьяновой 6, Улан-Удэ, Россия

^abohoeva@yandex.ru, ^bbochektueva.e@yandex.ru, ^crogov54v@mail.ru

Статья поступила 3.10.2017, принята 27.10.2017

В статье представлен расчет формирования различных структур при термической обработке. Кинетика превращений в деталях при термообработке существенно отличается от кинетики, полученной для стали, не подвергавшейся механическому воздействию. Влияние пластических деформаций при этом незначительно. Источниками остаточных термонапряжений являются деформации, связанные с неравномерностью температурного поля и со структурными превращениями. Остаточные напряжения, возникающие в элементах после их изготовления, формируются в процессе окончательной термической обработки. Для определения указанных термических напряжений необходимо решить связанную задачу термоупругоэластичности для материала с нестационарной структурой. Нестабильность структуры обусловлена тем, что при термической обработке стали происходят ее структурные превращения, в процессе которых выделяется скрытая теплота структурных переходов, а также происходит изменение объема, связанное с формированием другой кристаллической решетки. Кроме этого, структурные превращения оказывают существенное влияние на механические свойства стали. Сложные температурные режимы, реализуемые при термообработке прокатных валков, предъявляют особые требования к расчету структурного состояния.

Ключевые слова: термическая обработка; структурное состояние; аустенит; живучесть.

Modeling the influence of stress on structural transformations in structural elements during heat treatment

L.A. Bokhoeva^{1 a}, E.B. Bochektueva^{1 b}, V.E. Rogov^{2 c}

¹East Siberian State University of Technology and Management; 40B, Kluchevskaya St., Ulan-Ude, Republic of Buryatia, Russia

²Baikal Institute of Nature Management Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Sakhyanovoy str., 6Ulan-Ude, Russia

^abohoeva@yandex.ru, ^bbochektueva.e@yandex.ru, ^crogov54v@mail.ru

Received 3.10.2017, accepted 27.10.2017

The calculation of the formation of various structures during heat treatment is presented in the article. The kinetics of transformations in details during heat treatment is significantly different from the kinetics obtained for steel not subjected to mechanical action. The effect of plastic deformation is insignificant. The sources of residual thermal stresses are deformations associated with the unevenness of the temperature field and with structural transformations. Residual stresses arising in the elements after their manufacture are formed during the final heat treatment. To determine these thermal stresses, it is necessary to solve the related problem of thermoelastic coupler plasticity for a material with a nonstationary structure. The instability of the structure is due to the fact that during the thermal treatment of steel structural transformations take place in it. In the course of these transformations, the latent heat of the structural transitions is released, and a volume change is associated with the formation of another crystal lattice. In addition, structural transformations have a significant effect on the mechanical properties of steel. The complex temperature regimes realized during the heat treatment of rolling rolls make special demands on the calculation of the structural state.

Key words: heat treatment; structural state; austenite; survivability.

Введение

При термообработке различные точки тела нагреваются и остывают по-разному, и поэтому детали имеют неоднородную структуру. Сложные температурные режимы, реализуемые при термообработке, предъявляют особые требования к расчету структурного состояния. Математическое моделирование распада аустенита не может основываться на данных, взятых из термокине-

тических диаграмм, так как условия охлаждения различных точек вала при термической обработке существенно отличаются от охлаждения с постоянной скоростью. Наилучшее согласование с экспериментом достигается в случае прогнозирования структурных превращений при произвольном изменении температуры по теории изокинетических реакций [1, 2].

Методика расчета структурного состояния. Для описания изотермического распада аустенита в перлит использовано уравнение Авраами [3], а для бейнитного превращения — более сложное уравнение, учитывающее ускорение хода превращения под нагрузкой и снижение предельной степени распада:

$$V_B(\tau) = \{ 1 - \exp [-K_B(t) \cdot (\Omega(\sigma_i) \cdot \tau)^{n_B(t)}] \} \times A(t) \cdot B(\sigma_i) \cdot V_A^B, \quad (1)$$

где V_B, V_A^B — удельные доли бейнита и аустенита, сохранившегося к началу бейнитного превращения, соответственно; A — предельная степень превращения аустенита в бейнит при данной температуре [4]. Коэффициенты K_B и n_B можно определить по изотермической диаграмме превращений переохлажденного аустенита [5]. Зная для каждой температуры время начала τ_H^B и конца превращения τ_K^B , а также соответствующие им объемные доли перлита $V_B^H = 0,01$ и $V_B^K = 0,99$, получаем:

$$n(t) = \lg \frac{\ln(1 - V_H)}{\ln(1 - V_K)} / \lg \frac{\tau_H}{\tau_K},$$

$$K(t) = - \frac{\ln(1 - V_H)}{(\tau_H)^n}. \quad (2)$$

Подставляя в эти выражения τ_H^B и τ_K^B , можно получить коэффициенты K_B и n_B для любой температуры бейнитной области.

Расчет структурного состава ведется шаговым методом. Плавная кривая изменения температуры в каждой точке валка заменяется ломаной, т. е. принимается, что на каждом n -ом шаге по времени Δt_n температура мгновенно меняется с t_{n-1} на t_n и остается постоянной на данном шаге.

Согласно теории изокинетических реакций переход от изотермической кинетики распада аустенита к неизотермическим условиям осуществляется на основании правила аддитивности [2; 3]. Уравнения для определения удельной доли бейнита на n -ом шаге имеют вид [4]:

$$\tau_n^B = \frac{1}{\Omega(\sigma_i^{n-1})} \cdot \left[- \frac{\ln \left(1 - V_B^{n-1} / (V_A^B \cdot A(t_n) \cdot B(\sigma_i^{n-1})) \right)}{K(t_n)} \right]^{1/n_B(t_n)}, \quad (3)$$

$$V_B(\tau_n) = \left\{ 1 - \exp \left(- K_B(t_n) \left[\Omega(\sigma_i^{n-1}) (\tau_n^B + \Delta \tau_n) \right]^{n_B(t_n)} \right) \right\} \times V_A^B A(t_n) B(\sigma_i^{n-1})$$

где Ω, B — эмпирические зависимости, учитывающие ускорение хода превращения и снижения предельной степени распада под нагрузкой; σ_i — интенсивность напряжений.

Выражения для расчета удельной доли перлита получаются из уравнений (1) – (3) при замене индекса «Б» на «П» и значениях V_A^B, A, B и Ω , равных единице.

Для описания атермического мартенситного превращения использованы зависимости удельной доли от температуры, полученные в ходе dilatометрического исследования, проведенного в работе [6].

Таким образом, описанная методика расчета структурного состояния позволяет определять в каждой точке валка в каждый момент времени вектор удельных долей аустенита, перлита, бейнита и мартенсита соответственно — $\{V\} = \{V_a, V_p, V_b, V_m\}$. По данной методике была создана программа расчета на ПЭВМ. Исходными данными для программы являются: шаг по времени, температура и структурный состав на предыдущем шаге, температура на текущем шаге. Выходными данными — структурный состав, свободная деформация и суммарный коэффициент линейного расширения, учитывающий как чисто температурные деформации, так и деформации, связанные со структурными превращениями.

Адекватность математической модели структурных превращений аустенита подтверждалась посредством сравнения экспериментально полученной в работах [7–10] ТКД для стали 90ХФ с ТКД, прогнозируемой при использовании правила аддитивности. На рис. 1 штриховыми линиями изображены границы перлитной и бейнитной областей, определенные путем численного расчета, а сплошными линиями — экспериментальные кривые. Следует отметить, что для хорошего согласования опытных и расчетных данных в бейнитной области использована методика, изложенная в работе [16], согласно которой производится смещение бейнитной области на ИТД вверх путем подстановки в уравнения, описывающие ИТД, скорректированного значения температуры:

$$t_B = a_B \cdot t, \quad (4)$$

где t — температура; $a_B = 0,75$ — коэффициент, полученный в ходе численного эксперимента.

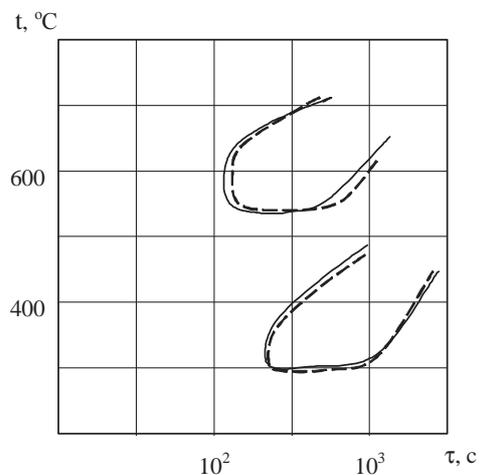


Рис. 1. Экспериментальные (сплошные линии) и расчетные (штриховые линии) термокинетические диаграммы стали 90ХФ

Остановимся теперь на задании теплофизических характеристик, зависящих от структуры. Коэффициент теплопроводности гетерогенной структуры можно определить, исходя из правила смеси:

$$\lambda = \lambda_\gamma \cdot V_A + \lambda_\alpha \cdot (1 - V_A), \quad (5)$$

где $\lambda_\gamma, \lambda_\alpha$ — коэффициенты теплопроводности аустенита и продуктов его распада соответственно.

Использование для перлита, бейнита и мартенсита одной зависимости λ_α объясняется несущественным отличием их коэффициентов теплопроводности [8], обусловленным единой основой α -железа для этих структур. Коэффициент теплопроводности стали в аустенитном состоянии слабо зависит от химического состава, исходя из этого, λ_γ принимался по усредненным значениям.

На рис. 2 представлены зависимости коэффициента теплопроводности от температуры для аустенитной стали (1) по усредненным справочным данным [9] и для инструментальной шарикоподшипниковой стали, близкой по химическому составу к валковым сталям, в перлитном состоянии. Указанные зависимости аппроксимировали прямыми линиями (Вт/м·К):

$$\lambda_\gamma = 14,9 + 0,0153 \cdot t$$

$$\lambda_\alpha = 42,1 - 0,0193 \cdot t$$

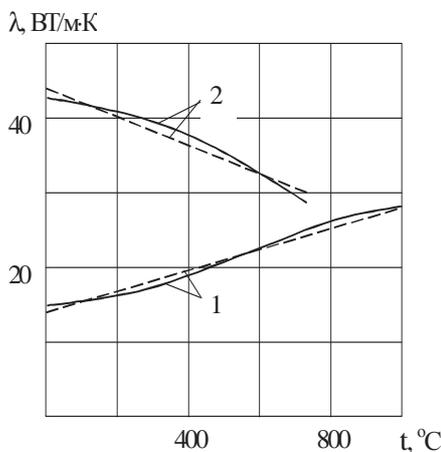


Рис. 2. Коэффициент теплопроводности: сплошные линии — расчет; штриховые линии — эксперимент

Коэффициент теплоемкости считался зависящим только от температуры и принимался по работе [15] в виде:

$$C = 450 + 0,167 \cdot t, \quad \text{Дж/кг·К}$$

Тепловые выделения при различных структурных превращениях рассчитывались по следующей конечно-разностной формуле:

$$q_V^S = \rho \cdot L_S \cdot \frac{\Delta V_S}{\Delta \tau},$$

где L_S — удельная теплота структурного превращения, V_S — объемная доля продукта распада.

Предполагая, что объемные деформации, связанные со структурными превращениями, так же, как и чисто температурные, происходят изотропно, плотность можно определить по свободной деформации [18]:

$$\rho = \rho_0 / (1 + 3 \cdot \epsilon_T),$$

где ϵ_T — свободная деформация, зависящая от температуры и структуры; $\rho_0 = 7,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ — плотность инструментальной стали в перлитном состоянии при температуре 20 °С.

Кроме отмеченного, вычисление структурного состояния стали в каждой конкретной точке элемента в каждый момент времени необходимо для расчета суммарного коэффициента линейного расширения, учитывающего как чисто температурные деформации, так и деформации, связанные с формированием другой кристаллической решетки при структурных превращениях. Этот коэффициент можно определить по следующей формуле:

$$\alpha_n = (\epsilon_T^n - \epsilon_T^{n-1}) / \Delta t_n, \quad (6)$$

где $\epsilon_T^n, \epsilon_T^{n-1}$ — свободные деформации на текущем и предыдущем шаге.

На основании правила смеси свободная деформация гетерогенной структуры ϵ_T может быть определена по свободным деформациям составляющих структур пропорционально их удельным долям [14]:

$$\epsilon_T = \epsilon_T^A V_A + \epsilon_T^B V_B + \epsilon_T^C V_C + \epsilon_T^M V_M, \quad (7)$$

где $\epsilon_T^A, \epsilon_T^B, \epsilon_T^C, \epsilon_T^M$ — свободные деформации аустенита, перлита, бейнита и мартенсита соответственно, которые можно определить по дилатограммам этих структур.

Принимая во внимание, что коэффициенты линейного расширения перлита, бейнита и мартенсита, имеющих в основе α -железа [9], должны отличаться незначительно, ϵ_T^B полагалась равной ϵ_T^C , а зависимость для ϵ_T^M получалась посредством смещения перлитной дилатограммы параллельно самой себе в точку со свободной деформацией мартенсита при 20 °С. Зависимости $\epsilon_T^A, \epsilon_T^B, \epsilon_T^C, \epsilon_T^M$ для стали 90ХФ принимались согласно работе [8], в которой было проведено дилатометрическое исследование валковой стали 90ХФ:

$$\begin{aligned} \epsilon_T^A &= 1,37 \cdot 10^{-12} t^2 + 2,21 \cdot 10^{-5} t - 8,18 \cdot 10^{-3}, \\ \epsilon_T^B &= 2,05 \cdot 10^{-14} t^2 + 1,31 \cdot 10^{-5} t - 2,61 \cdot 10^{-4}, \\ \epsilon_T^C &= 2,05 \cdot 10^{-14} t^2 + 1,31 \cdot 10^{-5} t + 1,03 \cdot 10^{-3}. \end{aligned} \quad (8)$$

При использовании численного метода расчета по температуре данного шага по формулам (8) можно рассчитать свободные деформации составляющих структур, а по выражению (7), зная структурный состав, — свободную деформацию гетерогенной структуры. Далее по формуле (6) можно определить суммарный коэффициент линейного расширения.

В качестве иллюстрации на рис. 3 представлено распределение структуры в зависимости от расстояния до рабочей поверхности в срединном сечении рабочего валка, расчет температурного поля [8].

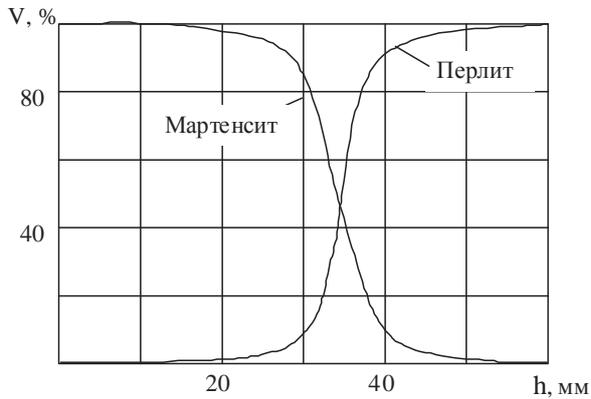


Рис. 3. Распределение структурного состава

На рис. 3 видно, что глубина закаленного слоя, содержащего 85–100 % мартенсита и имеющего твердость 93–98 HSD, составляет около 30 мм.

Математическая модель формирования остаточных напряжений. Реальные процессы термообработки деталей протекают таким образом, что в различных температурных интервалах в них могут формироваться как пластические деформации, так и деформации ползучести, поэтому математическая модель процесса формирования термических остаточных напряжений должна базироваться на упруговязкопластическом расчете [11–13]. В работе используется подход к решению задачи термоупруговязкопластичности, при котором принимается, что тензор полной скорости деформации можно представить в виде суммы:

$$\xi_{ij} = \xi_{ij}^e + \xi_{ij}^p + \xi_{ij}^c + \delta_{ij} \cdot \frac{d\epsilon_T}{dt}, \quad (9)$$

где $\xi_{ij}^e, \xi_{ij}^p, \xi_{ij}^c$ — компоненты скорости упругой, пластической деформации и деформации ползучести соответственно; ϵ_T — свободная деформация, учитывающая температурные и структурные изменения объема; δ_{ij} — символ Кронекера.

Для решения физически нелинейной задачи термоупруговязкопластичности для материала с нестабильной структурой применялся шаговый метод дополнительных деформаций. В основу расчета были положены неизотермическая теория пластического течения и неизотермическая теория ползучести с изотропным упрочнением, распространенные на случай материала с нестабильной структурой [18].

Согласно методу дополнительных деформаций, решение ведется в приращениях деформаций. При численной реализации приращение деформаций можно записать в конечно-разностной форме:

$$\Delta\epsilon_{ij} = \Delta\epsilon_{ij}^e + \Delta\epsilon_{ij}^p + \Delta\epsilon_{ij}^c + \delta_{ij} \cdot \Delta\epsilon_T, \quad (10)$$

где $\Delta\epsilon_{ij}^e, \Delta\epsilon_{ij}^p, \Delta\epsilon_{ij}^c, \Delta\epsilon_{ij}^c$ — компоненты приращения упругой, пластической деформации и деформации ползу-

чести соответственно; $\Delta\epsilon_T = \alpha \cdot \Delta t$; α — суммарный коэффициент линейного расширения.

Согласно методу дополнительных деформаций, решение задачи термоупруговязкопластичности сводится к последовательному решению задачи термоупругости. При этом три последних слагаемых в уравнении (10) объединяются в одно, тогда:

$$\Delta\epsilon_{ij} = \Delta\epsilon_{ij}^e + \Delta\epsilon_{ij}^0,$$

где $\Delta\epsilon_{ij}^0 = \Delta\epsilon_{ij}^p + \Delta\epsilon_{ij}^c + \delta_{ij} \cdot \Delta\epsilon_T$ — дополнительная деформация.

Величина $\Delta\epsilon_T$ остается постоянной на шаге, $\Delta\epsilon_{ij}^p$

и $\Delta\epsilon_{ij}^c$ итерационно уточняются.

Согласно работе [16] сделано предположение о существовании пластического потенциала, зависящего не только от параметра Удквиста и температуры, но также и от структурного состава:

$$F_p = (3/2 \cdot S_{ij} \cdot S_{ij})^{1/2} - f_T(q_p, Q) = 0 \quad (11)$$

где S_{ij} — девиатор напряжений; q_p — параметр Удквиста при пластичности; Q — параметр, характеризующий температурное и структурное состояние стали.

Откуда:

$$\sigma_i = f_T(q_p, Q). \quad (12)$$

Выбор условия пластичности в виде соотношения (12) равносильно гипотезе о том, что при данных температуре и структурном составе интенсивность напряжений является функцией параметра Удквиста [19], не зависящей от типа напряженного состояния. Таким образом, функцию f_T можно получить из мгновенных кривых растяжения, представив их в виде:

$$\sigma = f_T(q_p, Q). \quad (13)$$

При записи последнего уравнения учтено, что для одноосного растяжения $\sigma_i = \sigma$, а параметр Удквиста при пластичности q_p равен накопленной пластической деформации ϵ_p [19, 20].

На рис. 4 приведена схема мгновенной кривой растяжения при $Q = const$. В общем случае для данной накопленной пластической деформации ϵ_p изображающая точка может находиться либо ниже кривой (точка А), либо лежать на ней (точка В). В первом случае $\sigma < f_T(\epsilon_p, Q)$, и материал деформируется упруго.

Во втором $\sigma = f_T(\epsilon_p, Q)$, и поведение материала зависит от знака и величины приращения $d\sigma$. Необходимым условием приращения пластической деформации является требование, чтобы изображающая точка перемещалась по кривой растяжения, т. е. чтобы $d\sigma = df_T$. В случае переменных температуры и структурного состава это условие имеет следующий вид:

$$d\sigma = \frac{\partial f_T}{\partial \epsilon_p} \cdot d\epsilon_p + \frac{\partial f_T}{\partial Q} \cdot dQ. \quad (14)$$

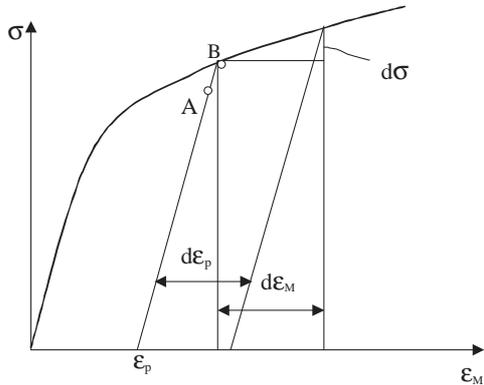


Рис. 4. Схема мгновенной кривой растяжения при $Q = const$

Как видно на рис. 4, приращение пластической деформации при $Q = const$ равно:

$$d\epsilon_p = d\epsilon_M - d\epsilon_e = \left(\frac{1}{E_K} - \frac{1}{E} \right) \cdot df_T, \quad (15)$$

где $d\epsilon_M$ — приращение мгновенной упругопластической деформации; $E_K = \frac{\partial f_T}{\partial \epsilon_M}$ — касательный модуль.

Принимая во внимание, что $\frac{\partial f_T}{\partial \epsilon_p} = \frac{df_T}{d\epsilon_p}$ при $Q = const$ и подставляя df_T , выраженное из формулы (14) в уравнение (15), получаем выражение для $d\epsilon_p$ в случае $Q = var$:

$$d\epsilon_p = \left(\frac{1}{E_K} - \frac{1}{E} \right) \cdot \left(d\sigma - \frac{\partial f_T}{\partial Q} \cdot dQ \right). \quad (16)$$

Применительно к сложному напряженному состоянию уравнение (16) имеет вид:

$$d\bar{\epsilon}_i^p = \left(\frac{1}{E_K} - \frac{1}{E} \right) \cdot \left(d\sigma_i - \frac{\partial f_T}{\partial Q} \cdot dQ \right). \quad (17)$$

Последнее выражение справедливо, так как для одноосного растяжения интенсивность приращений пластических деформаций $d\bar{\epsilon}_i^p$ равна приращению пластической деформации $d\epsilon_p$ [11].

Компоненты тензора приращений пластических деформаций определяются по уравнениям Прандтля – Рейсса [12]:

$$d\epsilon_{ij}^p = \frac{3}{2} \cdot \frac{d\bar{\epsilon}_i^p}{\sigma_i} \cdot S_{ij}. \quad (18)$$

Подстановка (17) в (18) приводит к следующему выражению:

$$d\epsilon_{ij}^p = \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{E_K} - \frac{1}{E} \right) \cdot \left(d\sigma_i - \frac{\partial f_T}{\partial Q} \cdot dQ \right) \cdot \frac{S_{ij}}{\sigma_i}. \quad (19)$$

Полученные соотношения являются определяющими для теории течения в случае нестационарности температуры и структуры.

Выводы

Таким образом, для достаточно точного прогнозирования хода превращений и, следовательно, термических напряжений необходимо изучить влияние напряженного состояния на структурные превращения в условиях одноосного растяжения и обобщения полученных результатов на случай сложного напряженного состояния. Проведен расчет температурно-структурного состояния в процессе термической обработки. Изучена кинетика формирования структуры и остаточных напряжений при закалке.

Работа выполнена при поддержке госзадания Минобрнауки, проект № 9.7667.2017/БЧ

Литература

1. Бочектуева Е.Б., Покровский А.М., Лешковцев В.Г., Полушин А.А. Моделирование структурного состояния и напряжений в прокатных валках при индукционной закалке // Металловедение и термическая обработка металлов. 2010. № 9. С. 40-43.
2. Бочектуева Е.Б., Бохова Л.А. Математическое моделирование формирования структуры при термообработке в элементах конструкций // Сб. науч. тр. БГУ. Сер. Механика конструкций и материалов (композиционные материалы и наноматериалы). Улан-Удэ, 2016. С. 75-83.
3. Бочектуева Е.Б. Численное определение напряженно-деформированного состояния в валках и усилий противозгиба в четырехвалковой клети прокатного стана // Вестн. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Машиностроение. 2010. № 1 (78). С. 45-53.
4. Бохова Л.А. Разрушение слоистых пластин с дефектами при сжатии // Вестн. Бур. гос. ун-та. 2006. № 5. С. 91.
5. Rogov V.E., Bokhova L.A., Radnatarov V.T. Reducing the wear of motor components by polymer additions// Russian Engineering Research. 2017. Vol. 37, № 1. С. 32-34.
6. Покровский А.М., Бочектуева Е.Б. Расчет усилий противозгиба прокатного стана кварто с учетом остаточных термонапряжений в валках // Производство проката. 2009. № 2. С. 14-18.
7. Ярема С.Я. Методология определения характеристик сопротивления развитию трещин (трещиностойкости) материалов при циклическом нагружении // Физико-химическая механика материалов. 1981. № 4. С. 100-110.
8. Покровский А.М., Чермошнцева А.С. Оценка живучести растянутой пластины с поперечной полуэллиптической трещиной // Изв. высш. учеб. заведений. Машиностроение. 2014. № 3 (648). С. 42-46.
9. Покровский А.М., Рыжиков А.В. Математическое моделирование температурного, фазово-структурного и напряженного состояний в процессе наплавки биметаллического прокатного валка // Механика и математическое моделирование в технике: сб. тез. М., 2016. С. 258-261.
10. Coupard D., Palinluk T., Ji V. Residual stresses during induction hardening of steel surface // Materials Science and Engineering. 2008. 487, № 1-2. С. 328-339.
11. Малинин Н.Н. Ползучесть в обработке металлов. М.: Машиностроение, 1986. 222 с.
12. Партон В.З., Морозов Е.М. Механика упруго-пластического разрушения. М.: Наука, 1985. 505 с.

13. Лощкарев В.Е. К вопросу об изменении предела текучести стали в процессе распада аустенита // *Металловедение и термическая обработка металлов*. 1988. № 1. С. 59-60.

14. Морозов Н.П. Производство и эксплуатация крупных опорных валков. М.: *Металлургия*, 1977. 77 с.

15. Термопрочность деталей машин / под ред. И.А. Биргера, Б.Ф. Шорра. М.: *Машиностроение*, 1975. 456 с.

16. Вафин Р.К., Покровский А.М., Лешковцев В.Г. Прочность термообрабатываемых прокатных валков. М.: Изд-во. МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. 264 с.

17. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. М.: *Наука*, 1966. 752 с.

18. Лешковцев В.Г., Покровский А.М. Применение сталей с высокой прокаливаемостью для изготовления крупногабаритных прокатных валков // *Металловедение и термическая обработка металлов*. 2007. № 11. С. 40-44.

19. Bakota A., Iskierka S. Numerical analysis of phase transformations and residual stresses in steel cone-shaped elements hardened by induction and flame methods // *Int. Journal Mech. Sci.* 1999. Vol. 40, № 6. P. 617-629.

20. Лешковцев В.Г., Покровский А.М. Расчет закалочных напряжений в стальных деталях с учетом упруговязкопластических свойств и изменения фазового состава // *Изв. АН. Механика твердого тела*. 1999. № 2. С. 101-107.

References

1. Bochektueva E.B., Pokrovskii A.M., Leshkovtsev V.G., Polushin A.A. Modeling of structural state and stresses in rolling rolls during induction hardening // *Metal Science and Heat Treatment*. 2010. № 9. P. 40-43.

2. Bochektueva E.B., Bokhovea L.A. Mathematical modeling of structure formation during heat treatment in structural elements // *Sb. nauch. tr. BGU. Ser. Mekhanika konstruksii i materialov (kompozitsionnye materialy i nanomaterialy)*. Ulan-Ude, 2016. P. 75-83.

3. Bochektueva E.B. Numerical determination of stress-strain state in rolls and counter-flexing forces in a four-high rolling stand mill // *Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Mechanical Engineering*. 2010. № 1 (78). P. 45-53.

4. Bokhovea L.A. Destruction of laminated plates with defects under compression // *Bulletin of the Buryat State University*. 2006. № 5. P. 91.

5. Rogov V.E., Bokhovea L.A., Radnatarov V.T. Reducing the wear of motor components by polymer additions // *Russian Engineering Research*. 2017. Vol. 37, № 1. P. 32-34.

6. Pokrovskii A.M., Bochektueva E.B. Calculation of anti-bending forces of a quart rolling mill taking into account residual thermal stresses in rolls // *Rolling*. 2009. № 2. P. 14-18.

7. Yarema S.Ya. Methodology for determining the resistance characteristics of the development of cracks (crack resistance) of materials under cyclic loading // *Materials Science*. 1981. № 4. P. 100-110.

8. Pokrovskii A.M., Chermoshentseva A.S. Evaluation of the survivability of an elongated plate with a transverse semielliptical crack // *Proceedings of Higher Educational Institutions*. 2014. № 3 (648). P. 42-46.

9. Pokrovskii A.M., Ryzhikov A.V. Mathematical modeling of temperature, phase-structural and stressed states in the process of surfacing a bimetallic rolling roll // *Mekhanika i matematicheskoe modelirovanie v tekhnike: sb. tez. M.*, 2016. P. 258-261.

10. Coupard D., Palinluk T., Ji V. Residual stresses during induction hardening of steel surface // *Materials Science and Engineering*. 2008. 487, № 1-2. P. 328-339.

11. Malinin N.N. Creep in metal processing. M.: *Mashinostroenie*, 1986. 222 p.

12. Parton V.Z., Morozov E.M. Mechanics of elastic-plastic failure. M.: *Nauka*, 1985. 505 p.

13. Loshkarev V.E. To the question of the change in the yield strength of steel during the decay of austenite // *Metal Science and Heat Treatment*. 1988. № 1. P. 59-60.

14. Morozov N.P. Production and operation of large support rolls. M.: *Metallurgiya*, 1977. 77 p.

15. Thermal strength of machine parts / pod red. I.A. Birgera, B.F. Shorra. M.: *Mashinostroenie*, 1975. 456 p.

16. Vafin R.K., Pokrovskii A.M., Leshkovtsev V.G. Strength of heat-treated rolls. M.: *Izd-vo. MGTU im. N.E. Baumana*, 2004. 264 p.

17. Raботнов Ю.Н. Creep of structural elements. M.: *Nauka*, 1966. 752 p.

18. Leshkovtsev V.G., Pokrovskii A.M. The use of steels with high hardenability for the manufacture of large-sized rolling rolls // *Metal Science and Heat Treatment*. 2007. № 11. P. 40-44.

19. Bakota A., Iskierka S. Numerical analysis of phase transformations and residual stresses in steel cone-shaped elements hardened by induction and flame methods // *Int. Journal Mech. Sci.* 1999. Vol. 40, № 6. P. 617-629.

20. Leshkovtsev V.G., Pokrovskii A.M. Calculation of hardening stresses in steel parts taking into account elastic-visco-plastic properties and changes in the phase composition // *Mechanics of Solids*. 1999. № 2. P. 101-107.