

Математические модели контактных взаимодействий на стадиях движения с отрывом

А.В. Елисеев^{1 a}, А.И. Орленко^{2 b}, И.С. Ситов^{3 c}

¹Иркутский государственный университет путей сообщения, ул. Чернышевского 15, Иркутск, Россия

²Красноярский институт железнодорожного транспорта (филиал ИрГУПС), ул. Ладо Кецховели 89, Красноярск, Россия

³Братский государственный университет, ул. Макаренко 40, Братск, Россия

^aeavsh@ya.ru, ^borlenko_ai@krsk.irgups.ru, ^csitov@yandex.ru

Статья поступила 9.10.2017, принята 10.11.2017

Целью предлагаемого исследования определена разработка теоретических основ динамики контактирующих элементов коллекторно-щеточного узла тягового двигателя электровоза. Существенной особенностью построения соответствующей математической модели является учет неудерживающих связей элементов контактирующей группы, предполагающих возможность возникновения зазора в условиях интенсивного динамического нагружения. Предметом изучения обозначены особенности влияния силовых факторов, действующих на щетку со стороны корпуса тягового двигателя и со стороны среды, в которой реализуется взаимодействие щетки и поверхности коллектора. Аналитический подход развивается на основе математического аппарата теории колебаний механических систем, элементы которых участвуют в сложных формах взаимодействий с возможными нарушениями контактов и возникновением периодических соударений. Предложен обобщенный подход к оценке взаимодействий, формируемых в процессе реализации неудерживающих связей. Разработаны принципы построения математической модели контактирования щетки с поверхностью коллектора на основе расширенной детализации фазовых состояний. Сформулированы условия и определены основные характеристики движения щетки с возможными отрывами от коллектора. Определены зависимости режимов нарушения контакта от динамических параметров движения поверхности коллектора. Развита обобщенный подход к оценке контактных взаимодействий. Разработка математической модели ведется на основе учета неудерживающих связей, с помощью обобщенной функции зазора. Использование данной функции в критериальном пространстве форм движений позволяет охарактеризовать динамику взаимодействий элементов коллекторно-щеточного узла при расширенных представлениях о вариантах внешних воздействий. Представлены аналитические выражения характеристик процессов контактирования; приводятся результаты вычислительных экспериментов. Научная концепция динамического взаимодействия элементов коллекторно-щеточного узла построена на математических моделях, для которых предполагается возможным определение закономерностей движения контактной поверхности.

Ключевые слова: механическая система; неудерживающие связи; функция зазора; вибрационное взаимодействие; коллекторно-щеточный узел; тяговый двигатель электровоза.

Mathematical models of contact interactions on the stages of motion with a gap

A.V. Eliseev^{1 a}, A.I. Orlenko^{2 b}, I.S. Sitov^{3 c}

¹Irkutsk State Transport University; 15, Chernyshevskiy St., Irkutsk, Russia

²Krasnoyarsk Institute of Railway Transport, Branch of Irkutsk State Transport University; 89, Lado Ketskhoveli St., Krasnoyarsk, Russia

³Bratsk State University; 40, Makarenko St., Bratsk, Russia

^aeavsh@ya.ru, ^borlenko_ai@krsk.irgups.ru, ^csitov@yandex.ru

Received 9.10.2017, accepted 10.11.2017

The aim of the proposed study is to develop the theoretical foundations of the dynamics of the contacting elements of the collector-brush assembly of the electric locomotive traction motor. An essential feature of the construction of the corresponding mathematical model is the consideration of non-restraining bonds of the elements of the contacting group, suggesting the possibility of the appearance of a gap in conditions of intense dynamic loading. The subject of the study indicates the features of the influence of the force factors acting on the brush on the side of the traction motor body and on the side of the medium in which the interaction of the brush and the collector surface is realized. The analytical approach is developed on the basis of the mathematical apparatus of the theory of oscillations of mechanical systems, the elements of which participate in complex forms of interactions with possible violations of contacts and the occurrence of periodic collisions. A generalized approach to the evaluation of interactions formed in the process of realizing non-sustaining links is proposed. The principles of constructing a mathematical model for contacting the brush with the collector surface are developed on the basis of extended phase state detailing. The conditions are formulated and the main characteristics of brush motion with possible separation from the collector are determined. The dependences of the contact violation modes on the dynamic parameters of the collector surface motion are determined. A generalized approach to the evaluation of contact interactions is developed. The ma-

thematical model is developed on the basis of accounting for non-retentive relationships using the generalized gap function. The use of this function in the criterial space of the forms of movements makes it possible to characterize the dynamics of interactions of the elements of the collector-brush assembly with extended representations of the variants of external influences. Analytical expressions of characteristics of contacting processes are presented; the results of computational experiments are given. The scientific concept of the dynamic interaction of the elements of the collector-brush assembly is based on mathematical models for which it is supposed possible to determine the regularities of motion of the contact surface.

Keywords: mechanical system; non-maintaining links; gap function; vibrational interaction; collector-brush assembly; traction motor of an electric locomotive.

Введение

Контактное взаимодействие твердых тел или рабочих сред с вибрирующими поверхностями разнообразно по своим формам и широко используется для динамических процессов, реализуемых различными машинами [1–5]. Особенности взаимодействия рабочих сред с исполнительными органами технологических вибрационных машин достаточно широко известны и нашли отражение в работах [6–8].

Большое значение для обеспечения надежности эксплуатации железнодорожного транспорта имеют вопросы контроля, оценки и управления динамическими состояниями контактирующих тел при учете неудерживающих связей.

В этом отношении представляют значительный интерес особенности динамических взаимодействий, характерных для работы коллекторно-щеточных узлов тяговых двигателей электровозов (ТЭД), которые работают в условиях возможных нарушений контакта, отрывов и создания режимов с непрерывным виброударным движением. Подобного рода динамические эффекты встречаются и в других практических реализациях технологических процессов, связанных с движением рабочих тел по неровной поверхности, вибрационным транспортированием, вибросепарацией и др. [6, 9–11].

Динамика коллекторно-щеточных узлов (КЩУ) представляет собой достаточно сложную задачу, в которой взаимодействующие элементы совершают сложные движения, определяемые параметрами движения транспортных средств [11].

Характерные особенности динамики КЩУ рассматривались в работах отечественных ученых, что представлено в ряде публикаций [12–15]. Вместе с тем, в проведенных исследованиях и разработках неудерживающий характер связи еще не получил должной степени детализации представлений, связанных с необходимостью учета различного рода дополнительных возмущающих факторов, реализующихся в виде дополнительных внешних сил, в том числе инерционных, отражающих возможности влияния внешних вибраций самого двигателя.

В предлагаемой статье развивается метод построения математических моделей особенностей контактирования твердого тела на вибрирующей поверхности с неудерживающими связями с учетом конструктивно-технических особенностей тяговых двигателей транспортных машин.

Основные положения. Постановка задачи исследования. Сложное взаимодействие щетки с поверхностью коллектора может быть, при учете ряда допущений, сведено к взаимодействию материальной частицы с вибрирующей поверхностью [8, 16–20]. В свою оче-

редь, процесс взаимодействия щетки и коллектора, отражающий возможность нарушения неудерживающей связи, может быть составлен из фаз контакта и отрыва. Авторами предлагается детализированная периодизация фаз, отражающая особенности динамического взаимодействия щетки. Для детализации фазовых взаимодействий учитывается контактная реакция, а именно, граничной фазой контактирования щетки с коллектором называется состояние взаимодействия с нулевой контактной реакцией. Состояние контакта с положительной контактной реакцией называется фазой пролеживания. Если состояние контакта нарушено, то под фазой отрыва, или фазой свободного движения, понимается движение щетки с положительным зазором — расстоянием между щеткой и поверхностью коллектора. Фазой восстановления считается момент контакта после свободного движения в предположении, что реализуется неупругий удар, и щетка мгновенно принимает скорость поверхности.

Полагается, что поверхность совершает гармонические колебания $H(t) = A \sin \omega t$ с некоторой A амплитудой и частотой ω . В зависимости от амплитуды и частоты щетка может совершать движение с учетом набора детализированных фазовых состояний.

На рис. 1 представлены фаза свободного движения (с) и состояние контакта (а), отражающее фазы пролеживания и граничного состояния.

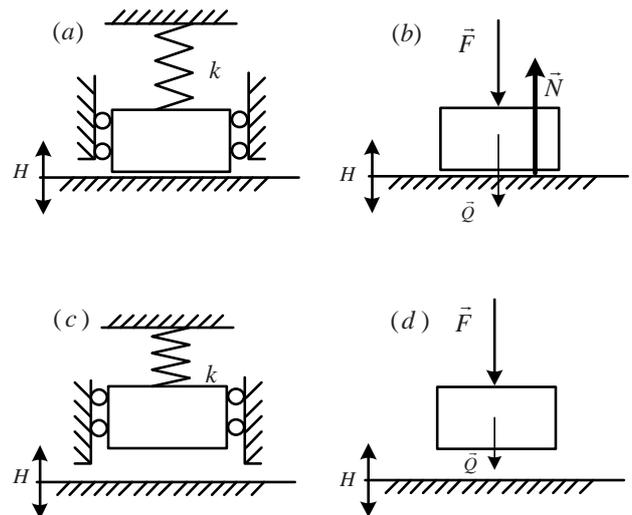


Рис. 1. Фазы взаимодействия щетки с коллектором. Фаза контакта: а — принципиальная схема, б — расчетная схема; фаза свободного движения: с — принципиальная схема, д — расчетная схема

Учет силовых факторов, действующих на щетку со стороны прижимного устройства, и силовых факторов,

отражающих особенности среды, в которой реализуется движение щетки, а также сил, вызванных движением корпуса ТЭД, отражается введением дополнительной силы F , в общем случае имеющей сложную зависимость от положения щетки и состояния среды.

Задача исследования заключается в определении особенностей форм движения для различных амплитудно-частотных параметров в зависимости от дополнительной силы F .

Математическая модель взаимодействия щетки с коллектором. Для построения математической модели, учитывающей дополнительные силы, вначале строится модель с учетом только гравитационных сил, действующих на щетку, совершающую движения в вертикальном направлении.

1. Гравитационная модель движения щетки в процессе взаимодействия с поверхностью коллектора строится на основе обобщенной функции зазора, представляющей собой разницу между всевозможными формами движения щетки в свободном движении после принудительного контакта с коллектором в произвольный момент времени t_0 [20]. Обобщенная форма X_H движения щетки после принудительного контакта, определяемого условиями равенства положений и скоростей щетки и поверхности коллектора в момент времени t_0 , может быть найдена из системы уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 X_H(t, t_0)}{\partial t^2} = -g, t \geq t_0 \\ \frac{\partial X_H(t, t_0)}{\partial t} \Big|_{t=t_0} = \omega A \cos(\omega t_0), \\ X_H(t, t_0) \Big|_{t=t_0} = A \sin(\omega t_0), \end{cases} \quad (1)$$

где A , ω — амплитуда и частота колебания поверхности; t_0 — момент времени принудительного контакта щетки и коллектора; X_H — обобщенная форма движения щетки (представляет собой семейство форм движений, определяемых всевозможными динамическими состояниями поверхности коллектора).

Сравнение обобщенной формы движения щетки с формой движения поверхности позволяет определить момент возникновения зазора и построить форму свободного движения щетки в фазе отрыва от поверхности коллектора.

2. Обобщением понятия зазора на случай всевозможных форм движения щетки служит обобщенная функция зазора вида [8; 20]:

$$R_H(t, t_0) = X_H(t, t_0) - H(t), \quad (2)$$

где $X_H(t, t_0)$ — обобщенная форма свободного движения щетки; $H(t)$ — форма движения поверхности коллектора.

Точка отрыва t_0 , в которой происходит смена фазы контакта на фазу свободного движения, может быть определена на основе дифференциального критерия отрыва [8, 20]. Для гармонической формы движения

поверхности коллектора возможны два принципиально различных варианта отрыва щетки, отличающихся последовательностью фазовых состояний. В случае, когда щетка из фазы пролеживания переходит в критическую фазу с нулевой контактной реакцией, а затем отрывается от поверхности, момент отрыва находится из системы условий:

$$\begin{cases} R_H(t, t_0) \Big|_{t=t_0} = 0, \\ \dot{R}_H(t, t_0) \Big|_{t=t_0} = 0, \\ \ddot{R}_H(t, t_0) \Big|_{t=t_0} = 0, \\ \ddot{\ddot{R}}_H(t, t_0) \Big|_{t=t_0} > 0. \end{cases} \quad (3)$$

В случае же, когда щетка, оказавшись после падения на поверхности и приняв скорость движения поверхности, вынуждена оторваться в тот же момент, исключая фазу пролеживания, момент отрыва определяется из условий:

$$\begin{cases} R_H(t, t_0) \Big|_{t=t_0} = 0, \\ \dot{R}_H(t, t_0) \Big|_{t=t_0} = 0, \\ \ddot{R}_H(t, t_0) \Big|_{t=t_0} > 0. \end{cases} \quad (4)$$

Точка отрыва, для которой третья производная от функции зазора положительна, может быть условно названа точкой отрыва 3-го порядка, если же положительна вторая производная от функции зазора — точкой отрыва 2-го порядка.

В работе [8] показано, что учет возможности реализации отрыва с заданным порядком создает предпосылки формирования динамических особенностей режимов периодического контактирования щетки с поверхностью коллектора.

3. Существенным фактором формирования режимов движения щетки с отрывом служит учет дополнительных сил, действующих в направлении сил тяжести или направлении, противоположном силам тяжести.

В табл. 1 представлены основные характеристики отрыва 3-го порядка для модели с учетом дополнительной силы \vec{F} . В аналитических выражениях используется модуль f дополнительной силы \vec{F} . Если сила \vec{F} сонаправлена с силой тяжести, то используется знак «+», если противоположна силе тяжести — знак «-».

Основной интерес в рамках задачи исследования динамики элементов коллекторно-щеточного узла в зависимости от дополнительных сил представляют такие параметры, как величина и длительность нарушения контакта между щеткой и поверхностью коллектора.

Чувствительность длительности полета к массе щетки для режима движения с отрывом. Для исследования характеристик процесса подбрасывания щетки в зависимости от ее массы m и дополнительной силы F можно определить соответствующие производные момента времени отрыва, высоты и длительности полета

щетки от необходимых параметров. Знаки полученных производных позволяют оценить характер изменения исследуемых характеристик для щеток с различными

массами и щеток, на которые действуют различные силы.

Таблица 1

Основные показатели режима подбрасывания с отрывом в точке 3-го порядка с учетом дополнительной силы F

Характеристика	Аналитическое выражение
Условия реализации отрыва в точке	$\begin{cases} -mA\omega^2 \sin(\omega t_0) + mg(1 \pm \frac{f}{mg}) = 0 \\ \cos(\omega t_0) > 0 \end{cases}$
Условия реализации режима кратного подбрасывания	$\frac{A\omega^2}{g(1 \pm \frac{f}{mg})} = \sqrt{1 + \pi^2 k^2}$
Момент времени отрыва	$t_0 = \frac{\arcsin\left(\frac{g(1 \pm \frac{f}{mg})}{A\omega^2}\right)}{\omega}$
Выражение траектории отрыва	$S(t) = A \sin(\omega t_0) + A\omega(t - t_0) \cos(\omega t_0) - \frac{1}{2} g(1 \pm \frac{f}{mg})(t - t_0)^2$
Высота подлета	$S_{\max} = A \sin(\omega t_0) + \frac{(A\omega \cos(\omega t_0))^2}{2g(1 \pm \frac{f}{mg})}$
Оценка величины зазора	$R(t) \leq 2A + \frac{(A\omega)^2}{2g(1 \pm \frac{f}{mg})}$
Оценка длительности подлета	$\Delta T = 2 \frac{A\omega}{g(1 \pm \frac{f}{mg})} - \frac{2}{\omega}$

В частности, если дополнительная сила действует в направлении силы тяжести, то производная по массе функции длительности подлета щетки, в соответствии с табл. 1, имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial m} \Delta T = \frac{2A\omega f}{(mg + f)^2}. \tag{5}$$

Если $f > 0$, т. е. на щетку действует сила в направлении действия силы тяжести, то из положительности полученной производной (5) следует, что щетка с большей массой находится в подлете дольше, чем щетка с меньшей массой. Если $f < 0$, т. е. дополнительная сила действует в противоположном направлении к силе тяжести, то щетка с большей массой находится в подлете меньшее время, чем щетка меньшей массы.

Характеристики движения с отрывом. Учет действия сил с переключением. Рассмотрим вариант силы, воздействующей на щетку, с переключением в момент t_{\max} достижения щеткой максимальной высоты с дальнейшим ее падением. На рис. 2 представлены при-

меры возможных форм движения щетки после отрыва от поверхности коллектора.

Кривая 1 (рис. 2) представляет собой форму движения щетки только под действием силы веса.

Форма движения 2 (рис. 2) отражает вариант движения щетки при условии, что с момента отрыва до момента достижения точки 5 (рис. 2) максимальной величины подлета на щетку действует дополнительная сила в направлении, противоположном силе веса; в момент достижения максимальной высоты дополнительная сила меняет свое направление и действует в направлении силы веса.

Форма движения 3 (рис. 2) отражает движение щетки при действии дополнительной силы, направленной силе веса, до точки 6 (рис. 2) максимального подлета и движение от точки 6 до 8 (рис. 2), когда дополнительная сила меняет свое направление на противоположное.

Вариант действия силы F с переключением и ключевые аналитические характеристики приведены в табл. 2.

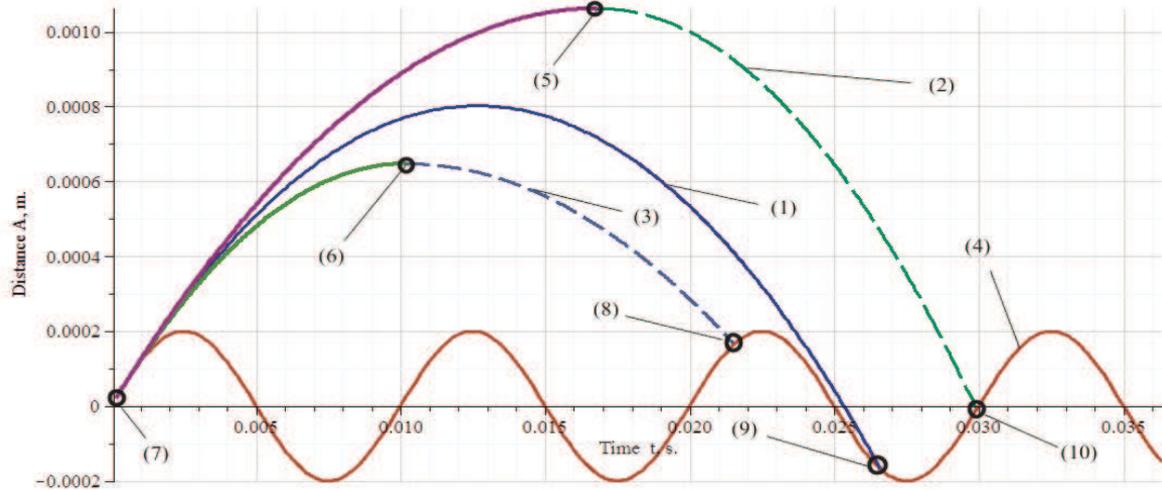


Рис. 2. Формы движение щетки для вариантов с переключением постоянной дополнительной силы: 1 — форма движения с учетом сил веса; 2 и 3 — формы движения с переключением направления силы в момент максимального подлета; 4 — форма движения поверхности коллектора; 5 и 6 — точки максимального подлета щетки над поверхностью коллектора; 7 — точки отрыва; 8, 9, 10 — точки восстановления контакта щетки и поверхности коллектора

Таблица 2

Аналитические характеристики траектории с переключением силы в момент достижения максимальной высоты подлета

Характеристика	Аналитическое выражение
Действующая сила	$F = \begin{cases} f_1, t < t_{\max}; \\ 0, t = t_{\max}; \\ f_2, t > t_{\max} \end{cases}$
Условие реализации отрыва 3-го порядка	$-mg < f_1 < -mg + mA\omega^2$
Момент отрыва	$t_0 = \frac{\arcsin\left(\frac{g\gamma_1}{A\omega^2}\right)}{\omega}$
Траектория движения вверх до максимальной высоты	$X_1(t) = A\sin(\omega t_0) + A\omega(t - t_0)\cos(\omega t_0) - \frac{1}{2}g\gamma_1(t - t_0)^2$
Траектория движения вниз с максимальной высоты	$X_2(t) = -\frac{1}{2}g\gamma_2(t - t_{\max})^2 + \frac{\gamma_1}{2}\frac{g}{\omega} + \frac{1}{2\gamma_1}\frac{A^2\omega^2}{g}$
Момент времени достижения максимальной высоты	$t_{\max} = t_0 + \frac{A\omega\cos(\omega t_0)}{g\gamma_1}$
Максимальная высота	$X_2(t_{\max}) = \frac{\gamma_1}{2}\frac{g}{\omega} + \frac{1}{2\gamma_1}\frac{A^2\omega^2}{g}$
Длительность достижения максимальной высоты	$\Delta T_1 = \frac{A\omega}{g\gamma_1} - \frac{1}{\omega}$
Длительность движения вниз с максимальной высоты	$\Delta T_2 = \frac{1}{\sqrt{\gamma_1\gamma_2}}\frac{A\omega}{g} - \sqrt{\frac{\gamma_1}{\gamma_2}}\frac{1}{\omega}$
Длительность нахождения в подлете	$\Delta T = \left(1 + \sqrt{\frac{\gamma_1}{\gamma_2}}\right)\left(\frac{A\omega}{g\gamma_1} - \frac{1}{\omega}\right)$
Дополнительные характеристики	$\gamma_1 = 1 + \frac{f_1}{mg}, \gamma_2 = 1 + \frac{f_2}{mg}$

Параметры f_1 и f_2 , характеризующие силы для различных направлений, могут быть интерпретированы как интенсивность соответствующих сил. Если параметр f_i принимает положительное значение, то считается, что сила действует в направлении силы тяжести.

Характеристики движения с отрывом. Учет различных дополнительных сил. Положим, что в выражении времени подлета в соответствии с табл. 2 f_2 фиксирована, а сила f_1 — переменная величина. Называя f_1 переменной величиной, считаем, что рассматриваются различные режимы подбрасывания щетки с фиксированной дополнительной силой, действующей на этапе движения щетки вверх. Для обеспечения возвратного подбрасывания необходимо, чтобы выполнялось условие:

$$1 + \frac{f_1}{mg} > 0. \quad (6)$$

Условия существования отрыва могут быть представлены в виде:

$$\frac{A\omega^2}{g(1 + \frac{f_1}{mg})} > 1. \quad (7)$$

Объединение обозначенных условий определяет диапазон сил, которые обеспечивают подбрасывание:

$$-mg < f_1 < -mg + mA\omega^2. \quad (8)$$

Выводы

На основании проведенных исследований можно сделать следующие выводы:

1. В рамках задачи моделирования динамики элементов коллекторно-щеточного узла с возможностями нарушения контакта авторами разработана новая математическая модель, которая позволяет учитывать дополнительные силы в сложных формах взаимодействия щетки с коллектором.

2. Предложен детализированный набор фазовых состояний, характеризующих динамическое взаимодействие щетки с поверхностью коллектора: фаза пролеживания, граничное состояние контакта, фаза отрыва, фаза соударения с поверхностью.

3. Введено новое понятие в виде обобщенной функции зазора, которая, с учетом дополнительной силы, предопределяет детализацию представлений о различных формах нарушения контакта, условно обозначенных 2-м и 3-м порядком отрыва щетки от коллектора.

4. На основе предложенного подхода авторами получены аналитические соотношения, определяющие особенности динамических режимов контактного взаимодействия с учетом действия дополнительных сил.

Литература

1. Karnovsky I.A., Lebed E. Theory of Vibration Protection, Springer International Publishing, Switzerland, 2016. 708 p.
2. Rocard Y. General Dynamics of Vibrations. Paris: Masson, 1949. 458 p.
3. Clarence W. de Silva. Vibration. Fundamentals and Practice. Boca Raton, London; New York; Washington D.C.: CRC Press, 2000. 957 p.
4. Harris C.M., Crede C.E. Shock and Vibration Handbook. New York: McGraw — Hill Book Co, 2002. 1457 p.
5. Front Matter, In Power Electronics Handbook (Fourth Edition), edited by Muhammad H. Rashid, Butterworth-Heinemann, 2018. 1510 p.
6. Блехман И.И. Теория вибрационных процессов и устройств. Вибрационная механика и вибрационная техника. СПб.: ИД «Руда и Металлы», 2013. 640 с.
7. Пановко Г.Я. Динамика вибрационных технологических процессов. М.; Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика»: Ин-т комп. технол., 2006. 176 с.
8. Елисеев А.В., Сельвинский В.В., Елисеев С.В. Динамика вибрационных взаимодействий элементов технологических систем с учетом неудерживающих связей: моногр. Новосибирск: Наука, 2015. 332 с.
9. Копылов Ю.Р. Динамика процессов виброударного упрочнения: моногр. Воронеж: ИПЦ «Научная книга», 2011. 568 с.
10. Гончаревич И.Ф., Фролов К.В. Теория вибрационной техники. М.: Наука, 1981. 320 с.
11. Орленко А.И., Петров М.Н., Терегулов О.А. Комплексная диагностика тягового электродвигателя электроваза: моногр. Красноярск, 2016. 218 с.
12. Авилов В. Д. Оптимизация коммутационного процесса в коллекторных электрических машинах постоянного тока: моногр. Омск, 2013. 356 с.
13. Авилов В.Д. Влияние соотношения воздушных зазоров в магнитной цепи дополнительных полюсов тяговых и других электрических машин на условия коммутации // Пути повышения энергетической эффективности магистральных электровазов: межвуз. тем. сб. науч. тр. / ОмИИТ. Омск, 1984. С. 55-61
14. Карасев М.Ф., Беляев В.П., Авилов В.Д., Козлов В.Н., Трушков А.М., Елисеев С.В. Оптимальная коммутация машин переменного тока: моногр. Иркутск: Иркут. гос. ун-т путей сообщения, 1967. 180 с.
15. Елисеев С.В., Лоткин О.И. Условия существования и нарушения контакта для систем с неудерживающими связями // Тр. ОмИИТа. 1966. Вып. 69. С. 93-99.
16. Eliseev A.V., Artyunin A.I., Eliseev S.V. Generalized gap function in the dynamic interaction problems of elements of vibrational technological machines with "not holding" ties // Vibroengineering PROCEDIA. KAUNAS, LITHUANIA. October 2016, Vol. 8. P. 495-500.
17. Елисеев А.В. Особенности взаимодействия материальной частицы с вибрирующей поверхностью в зависимости от дополнительной силы с неудерживающей связью // Междунар. журн. прикладных и фундаментальных исслед. 2013. № 3. С. 9-15.
18. Eliseev A.V., Artyunin A.I., Sigachev N.P., Sitov I.S. Unilateral constraints in vibrating technological processes: mathematical models, features of interaction of elements // The fifth International Symposium on Innovation and Sustainability of Modern Railway (ISMR2016) / Nanchang, China, October, 20-21. 2016. P. 261-269.
19. Eliseev A.V., Sitov I.S. Model problems of dynamics of mechanical vibration systems with unilateral constraints // Proceedings of the fourth international symposium on innovation &

Sustainability of modern railway (ISMR'2014) / Irkutsk State Transport University. Irkutsk: Publishing by Irkutsk State Transport University. 2014. P. 181-185.

20. Ситов И.С., Елисеев А.В. Теоретические основы процессов взаимодействия материальной частицы с вибрирующей поверхностью с неудерживающими связями // Системы. Методы. Технологии. 2012. № 4 (16). С. 19-29.

References

1. Karnovsky I.A., Lebed E. Theory of Vibration Protection, Springer International Publishing, Switzerland, 2016. 708 p.

2. Rocard Y. General Dynamics of Vibrations. Paris: Masson, 1949. 458 p.

3. Clarence W. de Silva. Vibration. Fundamentals and Practice. Boca Raton, London; New York; Washington D.C.: CRC Press, 2000. 957 p.

4. Harris S.M., Srede S.E. Shock and Vibration Handbook. New York: McGraw - Hill Book So, 2002. 1457 p.

5. Front Matter, In Power Electronics Handbook (Fourth Edition), edited by Muhammad H. Rashid, Butterworth-Heinemann, 2018. 1510 p.

6. Blekhman I.I. The Theory of vibrational processes and devices. Vibrational mechanics and vibrational technique. SPb.: ID «Ruda i Metally», 2013. 640 p.

7. Panovko G.Ya. Dynamics of vibrational technological processes. M.; Izhevsk: NITs «Regularnaya i khaoticheskaya dinamika»: In-t komp. tekhnol., 2006. 176 p.

8. Eliseev A.V., Sel'vinskii V.V., Eliseev S.V. Dynamics of a vibratory interaction of elements of technological systems subject to unilateral constraints relations: monogr. Novosibirsk: Nauka, 2015. 332 p.

9. Kopylov Yu.R. Dynamics of vibroimpact hardening: monogr. Voronezh: IPTs «Nauchnaya kniga», 2011. 568 p.

10. Goncharevich I.F., Frolov K.V. Theory of vibration technique. M.: Nauka, 1981. 320 p.

11. Orlenko A.I., Petrov M.N., Teregulov O.A. Complex diagnostics of traction motor of electric locomotive: monogr. Krasnoyarsk, 2016. 218 p.

12. Avilov V.D. Optimization of the switching process in the collector electric DC machines: monogr. Omsk, 2013. 356 p.

13. Avilov V.D. Effect of the ratio of air gaps in the magnetic circuit of the additional poles of the traction and other electric cars in terms of switching // Puti povysheniya energeticheskoi effektivnosti magistral'nykh elektrovozov: mezhvuz. tem. sb. nauch. tr. / OMIIT. Omsk, 1984. P. 55-61.

14. Karasev M.F., Belyaev V.P., Avilov V.D., Kozlov V.N., Trushkov A.M., Eliseev S.V. Optimum switching machines of alternating current: monogr. Irkutsk: Irkut. gos. un-t putei soobshcheniya, 1967. 180 p.

15. Eliseev S.V., Lotkin O.I. The conditions of existence and breach of contact for systems with unilateral constraints such // Tr. OMIITa. 1966. Vyp. 69. P. 93-99.

16. Eliseev A.V., Artyunin A.I., Eliseev S.V. Generalized gap function in the dynamic interaction problems of elements of vibrational technological machines with "not holding" ties // Vibroengineering PROCEDIA. KAUNAS, LITHUANIA. October 2016, Vol. 8. P. 495-500.

17. Eliseev A.V. Features of the interaction of material particles from the vibrating surface depending on the additional hand with unilateral constraints communication // International Journal of Applied and Fundamental Research. 2013. № 3. P. 9-15.

18. Eliseev A.V., Artyunin A.I., Sigachev N.P., Sotov I.S. Unilateral constraints in vibrating technological processes: mathematical models, features of interaction of elements // The fifth International Symposium on Innovation and Sustainability of Modern Railway (ISMR'2016) / Nanchang, China, October, 20-21. 2016. P.261-269

19. Eliseev A.V., Sotov I.S. Model problems of dynamics of mechanical vibration systems with unilateral constraints // Proceedings of the fourth international symposium on innovation & Sustainability of modern railway (ISMR'2014) / Irkutsk State Transport University. Irkutsk: Publishing by Irkutsk State Transport University. 2014. P. 181-185.

20. Sotov I.S., Eliseev A.V. Theoretical basis of the interaction of the material particle with a vibrating surface with unilateral constraints such // Systems. Methods. Technologies. 2012. № 4 (16). P. 19-29.