

34. Saurabh Samadhya, Amit Yadav, Dr. B.R Rawal. Biomechanical analysis of different knee prosthesis biomaterials using fem // IOSR Journal of Mechanical and Civil Engineering. 2014. Vol. 11. P. 120-128.

35. Sidambe A.T. Biocompatibility of Advanced Manufactured Titanium Implants-A Review // Materials. 2014. Vol. 7. P. 8168-8188.

36. BomBač D., Brojan M., Fajfar P., Kosel F., Turk R. Review of materials in medical applications // RMZ - Materials and Geoenvironment. 2007. Vol. 54, № 4. P. 471-499.

37. Elias C.N., Lima J.H.C., Valiev R., Meyers M.A. Biomedical applications of titanium and its alloys // The Journal of The

Minerals, Metals & Materials Society (TMS). 2008. Vol. 60. P. 46-49.

38. Mueller E., Kammula R., Marlowe D. Regulation of "Biomaterials" and Medical Devices // MRS Bull. 1991. Vol. 16. P. 39-41.

39. Oldani C., Dominguez A. Titanium as a Biomaterial for Implants. Recent Advances in Arthroplasty, Dr. Samo Fokter (Ed.), InTech. 2012. P. 149-163.

40. Saini M., Singh Y., Arora P., Arora V., Jain K. Implant biomaterials: A comprehensive review // World Journal of Clinical Cases. 2015. Vol. 3. P. 52-57.

УДК 621.01:621.81:621:891

DOI: 10.18324/2077-5415-2017-4-102-107

Внедрение жесткой сферы и шероховатой поверхности в полимерный слой

А.С. Кожевников^a, Ю.Н. Алпатов^b, В.К. Елсуков^c

Братский государственный университет, ул. Макаренко 40, Братск, Россия

^akozhevnikovart@inbox.ru, ^biipm@brstu.ru, ^celswk@mail.ru

Статья поступила 8.10.2017, принята 11.11.2017

Статья посвящена анализу инженерных подходов к определению внедрения сферы и шероховатой поверхности в полимерный слой. Как известно, в большинстве случаев классические решения контактных задач для тел с изменяющимися по глубине механическими характеристиками не позволяют применять полученные результаты для практических целей обеспечения заданных условий трения, изнашивания и герметичности. Показано, что наиболее практичными являются инженерные методы решения контактных задач на основе упрощающих гипотез, например, представление слоистого тела как конструкции с особыми механическими свойствами, зависящими от механических свойств материалов основания и покрытия, а также толщины покрытия. Анализ использования предлагаемых инженерных решений при расчетах величины внедрения сферы показал преимущества метода, основанного на жесткостной модели слоистого тела. При этом эффективный модуль упругости и коэффициент Пуассона определяются для любых значений толщины покрытия при осесимметричном нагружении слоистого полупространства. Предлагаемое инженерное решение по изменению эффективного модуля упругости хорошо сочетается с дискретной моделью шероховатости, что позволяет успешно определять контактные характеристики при взаимодействии шероховатой поверхности со слоистым телом для разных видов контакта. Сравнение полученных зависимостей для определения сближения шероховатой поверхности со слоистым полупространством с опубликованными экспериментальными данными продемонстрировало удовлетворительное совпадение. В целом полученные результаты подтверждают высокую чувствительность предлагаемого метода к изменению толщины покрытия и его механических свойств.

Ключевые слова: полимерное покрытие; слоистое полупространство; переменный модуль упругости; внедрение сферы; шероховатая поверхность; сближение поверхностей.

The introduction of a rigid sphere and a rough surface in polymer layer

A.S. Kozhevnikov^a, Yu.N. Alpatov^b, V.K. Elsukov^c

Bratsk State University, 40, Makarenko str., Bratsk, Russia

^akozhevnikovart@inbox.ru, ^biipm@brstu.ru, ^celswk@mail.ru

Received 8.10.2017, accepted 11.11.2017

The article is devoted to the analysis of engineering approaches to determining the introduction of a sphere and a rough surface into a polymer layer. As is known, in most cases, classical solutions of contact problems for bodies with varying mechanical properties do not allow the applied results to be applied for practical purposes to provide specified conditions for friction, wear and tightness. It is shown that the most practical are the engineering methods for solving contact problems based on simplifying hypotheses, for example, the representation of a layered body as a construction with special mechanical properties that depend on the mechanical properties of the base and coating materials and the coating thickness. Analysis of the use of the proposed engineering solutions in calculating the value of the introduction of the sphere showed the advantages of the method based on the rigid model of the layered body. In this case,

the effective modulus of elasticity and the Poisson's ratio are determined for any values of the thickness of the coating for axially symmetric loading of a layered half-space. The proposed engineering solution for changing the effective modulus of elasticity is well combined with a discrete roughness model, which makes it possible to successfully determine the contact characteristics when a rough surface interacts with a layered body for different types of contact. A comparison of the obtained dependences for determining the approach of a rough surface to a layered half-space with published experimental data has demonstrated a satisfactory agreement. In general, the results obtained confirm the high sensitivity of the proposed method to a change in the thickness of the coating and its mechanical properties.

Keywords: polymer coating; layered half-space; variable modulus of elasticity; introduction of sphere; rough surface; convergence of surfaces.

Введение

В уплотнительной технике, если позволяет температурный диапазон, широко используются металлополимерные уплотнения [1]. При этом возникает необходимость решать ряд сложных проблем, связанных с обеспечением минимального давления на уплотнитель при сохранении заданной нормы герметичности соединения, минимального коэффициента трения сопряжений, работающих в широком температурном диапазоне, в условиях повышенного давления сред и вакуума. Одно из перспективных направлений, повышающих эффективность работы уплотнений и узлов трения — нанесение на их рабочие поверхности полимерных покрытий или использование тонких полимерных пленок [2]. Опыт эксплуатации уплотнений и узлов трения с такими покрытиями показывает, что их эксплуатационные показатели определяются не только свойствами материала покрытия, но и его толщиной.

Наличие покрытия предполагает учет изменения механических свойств в зависимости от расстояния до поверхности. В рамках теории упругости это означает, что следует рассматривать упругое тело с изменяющимися значениями модуля упругости и коэффициента Пуассона [3].

Контактные задачи для тел с изменяющимися по глубине механическими характеристиками рассмотрены многими исследователями [3–10 и др.]. По мнению автора [3], методы исследования можно разделить на три больших группы: аналитические (главным образом асимптотические), численные и численно-аналитические методы. Однако применять полученные результаты для решения практических задач трения, изнашивания и герметичности не удастся. Исключением является работа [2], в которой для решения пространственной осесимметричной задачи использован метод интегрального преобразования Фурье–Бесселя, позволяющий получить выражения для описания напряженно-деформированного состояния в упругом слое при внедрении в него сферического индентора в форме, доступной для практического использования. В этом плане следует также отметить работу [11], где приведено приближенное решение осесимметричной контактной задачи для упругого слоя конечной толщины. Практическая значимость полученного решения состоит в том, что зависимости между основными параметрами упругого контакта были выделены в замкнутой форме.

В отдельную группу следует отнести инженерные методы решения контактных задач на основе упрощающих гипотез, например, представление слоистого тела (топокомпозиата, по определению Н.А. Воронина [12]) как конструкции с особыми механическими свойствами, зависящими от механических свойств материалов основания и покрытия, толщины покрытия. В рабо-

тах [13, 14] для этой цели предложено использовать теорию Герца. На основе достоверных результатов для крайних значений толщин покрытия и с использованием двухточечной аппроксимации Паде получено выражение для безразмерного упругогеометрического параметра, с помощью которого определяются упругая постоянная топокомпозиата и все основные характеристики при его осесимметричном нагружении. Авторами [15–19], по мере развития метода на основании жесткой модели слоистого тела, определены упругая постоянная (или эффективный модуль упругости) и коэффициент Пуассона для любых значений толщин покрытия при осесимметричном нагружении слоистого полупространства. При этом использовался классический подход, основанный на применении потенциальных функций Бусинеску для перемещения любой точки по оси симметрии внутрь однородного полупространства [20]. Используя достижения предшествующих работ [15–19], автором [21] предложена упрощенная модель слоистого тела, что является альтернативным и более простым инженерным решением при определении относительной площади контакта через тонкие слои упругого [22–24], вязкоупругого [25] и упругопластического [26, 27] покрытий.

Целью настоящего исследования является проверка инженерных подходов к определению внедрения сферы и шероховатой поверхности в полимерный слой.

Контакт сферы со слоистым полупространством. Согласно приближенному решению задачи о внедрении сферы радиусом R в упругий слой толщиной δ , лежащий на жестком основании [11], имеем:

$$P = \frac{8\theta a^3}{3R} + \frac{16\theta\delta^2 a}{\pi} \cdot \frac{N_3(a/\delta)}{1 - N_1(a/\delta)}; \quad (1)$$

$$w = \frac{a^2}{R} - \frac{4\delta a}{R} \cdot \frac{N_2(a/\delta)}{1 - N_1(a/\delta)}, \quad (2)$$

где P — усилие, приложенное к сфере; w — величина внедрения; a — радиус площадки контакта; $\theta = E/2(1 - \nu^2)$, E и ν — модуль упругости и коэффициент Пуассона упругого слоя; $N_i(a/\delta)$ — функции, приведенные в [11].

Введем обозначения: $\alpha = a/\delta$, $\bar{\delta} = \delta/R$, $\bar{w} = w/h$, $E^* = E/(1 - \nu^2)$, $\bar{P} = P/(E^* R^2)$ и представим выражения (1) и (2) в виде:

$$\bar{P}(\alpha, \bar{\delta}) = \frac{4}{3} \alpha^3 \bar{\delta}^3 + \frac{8}{\pi} \alpha \bar{\delta}^3 \cdot \frac{N_3(\alpha)}{1 - N_1(\alpha)}, \quad (3)$$

$$\bar{w}(\alpha, \bar{\delta}) = \alpha^2 \bar{\delta} - \frac{4}{\pi} \alpha \bar{\delta} \cdot \frac{N_2(\alpha)}{1 - N_1(\alpha)}. \quad (4)$$

Определим аналогичные зависимости для внедрения сферы в слоистое полупространство, используя инженерные решение из [21]. Схема контакта представлена на рис. 1.

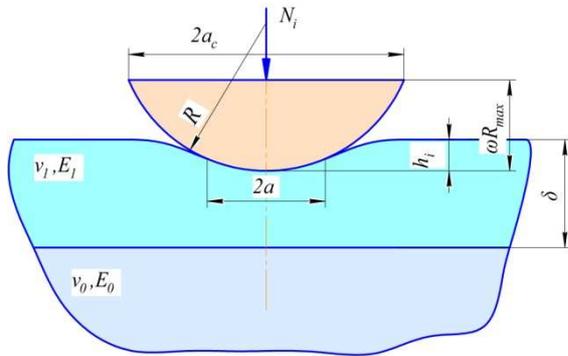


Рис. 1. Схема контакта сферы (сферической неровности) со слоистым полупространством

Эффективный модуль упругости определяется выражениями:

$$E_{01}^* = E_1^* \cdot F; \quad (5)$$

$$F = F(\bar{z}, I_e) = \frac{\pi/2}{\pi/2 - K_1(\bar{z}) + K_0(\bar{z}) \cdot I_e}; \quad (6)$$

$$K_i(\bar{z}) = \text{arccctg} \bar{z} + \frac{\nu_i}{1 - \nu_i} \bar{z} (1 - \bar{z} \cdot \text{arccctg} \bar{z}); \quad (7)$$

где $I_e = \frac{E_1^*}{E_0^*} = I \cdot \frac{1 - \nu_0^2}{1 - \nu_1^2}$, $I = \frac{E_1}{E_0}$; $\bar{z} = \frac{z}{a}$.

Для случая контакта жесткой сферы с упругим слоистым полупространством сближение и радиус пятна контакта определяются выражениями:

$$w_{01} = w_1 \cdot F_1^{\frac{2}{3}}, \quad a_{01} = a_1 F^{\frac{1}{3}}. \quad (8)$$

Используя формулу Герца для радиуса пятна контакта:

$$a^3 = \frac{3PR}{4E^*}, \quad (9)$$

получим:

$$\bar{P} = \frac{P}{E^* R^2} = \frac{4}{3} \frac{a^3}{R^3}. \quad (10)$$

С учетом вышепринятых обозначений и выражений (5), (6) и (8):

$$\bar{P}(\alpha, \bar{\delta}) = \frac{4}{3} \alpha^3 \bar{\delta}^3 F(\alpha, I_e), \quad (11a)$$

$$w(\alpha, \bar{\delta}) = \alpha^2 \bar{\delta} \cdot [F(\alpha, I_e)]^{\frac{2}{3}}, \quad (11b)$$

здесь $\alpha = \bar{z}^{-1} = a/\delta$.

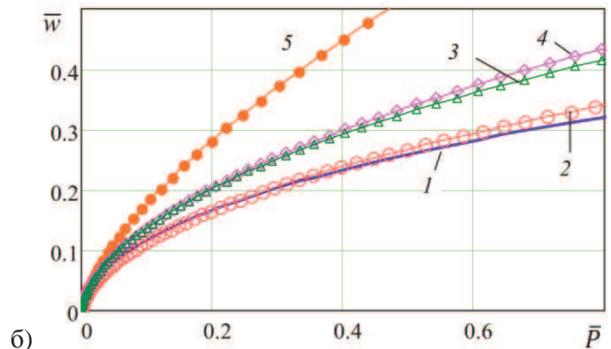
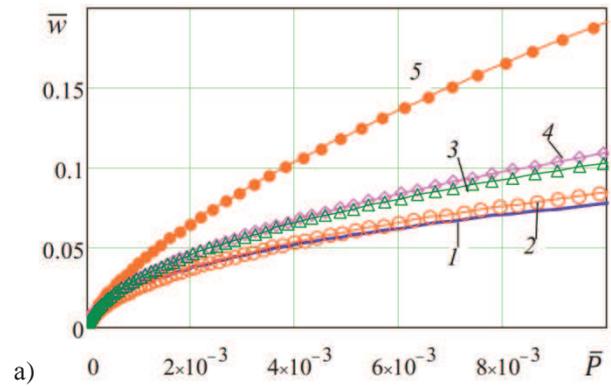


Рис. 2. Зависимости относительного внедрения от относительной нагрузки: а) $\bar{\delta} = 0.2$; б) $\bar{\delta} = 1$.

На рис. 2 представлены зависимости относительного внедрения от относительной нагрузки: кривая 1 соответствует выражениям (11); кривая 2 — выражениям (3) и (4); кривая 3 и 4 — соответственно данным работ [2, выражение (2.39)] и [13, выражение (20)], приведенным к принятым обозначениям; кривая 5 соответствует внедрению сферы в упругое полупространство из материала покрытия.

Контакт шероховатой поверхности через слой полимерного покрытия. Используем дискретную модель шероховатости в виде набора сферических сегментов радиусом R , высотой ωR_{\max} и радиусом основания a_c [28]. Схема взаимодействия отдельной неровности представлена на рис. 1. Принимая функцию распределения неровностей $\varphi_n(u)$ непрерывной, определим число неровностей в слое между уровнями u и $u + du$:

$$dn_r = n_c \varphi'_n(u) du, \quad (12)$$

где $n_c = A_c / (\pi a_c^2)$, A_c — контурная площадь.

При описании опорной кривой бета-функцией плотность функции распределения неровностей по высоте описывается выражением:

$$\varphi'_n(u) = \frac{u^{p-2} (1-u)^{q-2} [(p-1)(1-u)(q-1)u]}{\varepsilon_s^{p-1} (1-\varepsilon_s)^{q-1}}, \quad (13)$$

где p и q — параметры бета-функции, которые определяются высотными параметрами шероховатости; ε_s определяется из условия $\varphi_n(\varepsilon_s) = 1$; $\omega = 1 - \varepsilon_s$.

При описании опорной кривой параболой имеем:

$$\phi'_n(u) = (v-1) \frac{u^{v-2}}{\varepsilon_s^{v-1}}, \quad (14)$$

где v — параметр опорной кривой.

Используя решение задачи Герца о внедрении сферы на величину $h_i = R_{\max}(\varepsilon - u)$ в упругое полупространство, определяем необходимое для этого усилие N_i :

$$N_i = \frac{4}{3} E_{01}^* R^{\frac{1}{2}} R_{\max}^{\frac{2}{3}} (\varepsilon - u)^{\frac{3}{2}}. \quad (15)$$

Суммируя по всем неровностям и учитывая, что $R = a_c^2 / (2\omega R_{\max})$, получим:

$$N = \frac{8}{3} n_c a_c \omega R_{\max} \int_0^{\min(\varepsilon, \varepsilon_s)} E_{01i}^* \left(\frac{\varepsilon - u}{2\omega} \right)^{\frac{3}{2}} \phi'_n(u) du \quad (16)$$

Для определения $E_{01i}^* = E_1^* \cdot F_i(\bar{z}_i)$ используем выражения (5) – (7). Величину \bar{z}_i представим в виде:

$$\bar{z}_i = \frac{\delta}{a_i} = \frac{\delta}{a_c} \cdot \frac{a_c}{a_{ri}} = \gamma \cdot \eta_i^{-0.5}, \quad (17)$$

где $\gamma = \delta / a_c$, $a_i \equiv a_{ri}$, $\eta_i = a_{ri}^2 / a_c^2$.

Тогда:

$$F_i = F_i(\gamma, \eta_i, I_e) = F_i(\gamma, \varepsilon, u, I_e), \quad (18)$$

так как:

$$\eta_i = \frac{\varepsilon - u}{2\omega}. \quad (19)$$

Используя выражение (7), имеем:

$$F_i(\gamma, \varepsilon, u, I_e) = \frac{\pi/2}{\pi/2 - K_1(\gamma, \varepsilon, u) + K_0(\gamma, \varepsilon, u) \cdot I_e}. \quad (20)$$

Значения $K_1(\gamma, \varepsilon, u)$ рассчитываются по выражению (7) с учетом (17) и (19).

Подставляя выражение (20) в (16) и учитывая, что $q_c = N/A_c$, получим:

$$q_c = \frac{8}{3\pi} \cdot \frac{\omega R_{\max}}{a_c} E_1^* \times \int_0^{\min(\varepsilon, \varepsilon_s)} F_i(\gamma, \varepsilon, u, I_e) \cdot \left(\frac{\varepsilon - u}{2\omega} \right)^{\frac{3}{2}} \phi'_n(u) du, \quad (21)$$

или в безразмерной форме:

$$F_{q1} = \frac{q_c a_c}{\omega R_{\max} E_1^*} = \frac{8}{3\pi} \cdot \int_0^{\min(\varepsilon, \varepsilon_s)} F_i(\gamma, \varepsilon, u, I_e) \cdot \left(\frac{\varepsilon - u}{2\omega} \right)^{\frac{3}{2}} \phi'_n(u) du. \quad (22)$$

На рис. 3 представлены зависимости сближения шероховатой поверхности и полимерного слоя от номинального давления, рассчитанные в среде Mathcad

по выражению (21). Точками обозначены предварительно «оцифрованные» экспериментальные данные, приведенные в работе [2, рис. 3.14]. В расчетах использовались следующие параметры шероховатости: $R_{\max} = 8.25$ мкм, $R = 20$ мкм, $b = 1.9$, $v = 1.59$, что соответствует параметрам $p = 2.05$ и $q = 2.5$ при описании опорной кривой бета-функцией. Как видно (рис. 3), результаты расчетов и экспериментов по внедрению шероховатой поверхности в полимерные покрытия удовлетворительно совпадают, средние отклонения для каждой кривой не превышают 11 %.

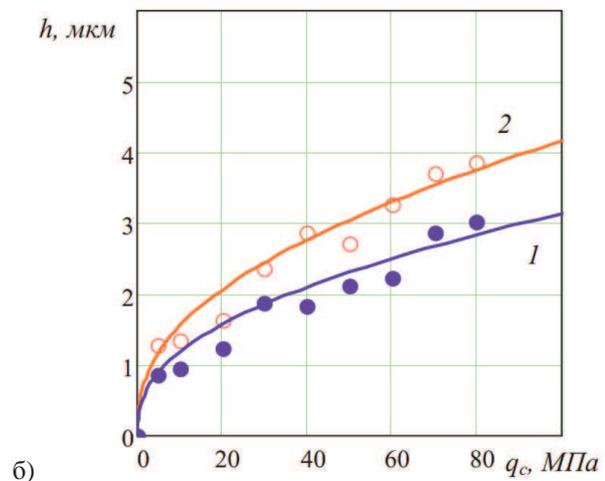
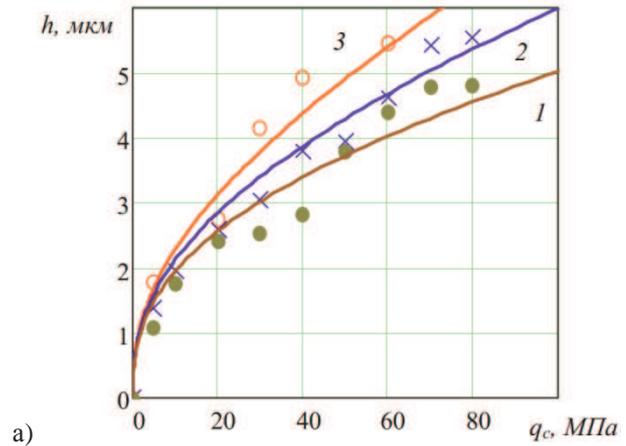


Рис. 3. Зависимости сближения шероховатой поверхности и полимерного слоя от номинального давления а – фторопластовое покрытие ФБФ-74Д (1 – при $\delta=12$ мкм; 2 – при $\delta=25$ мкм; 3 – «массивный» материал ; б – пленки лавсановая $\delta=25$ мкм (кривая 1) и полиамидная ПМ-1, $\delta=45$ мкм (кривая 2)

Обсуждение полученных результатов. Проверка инженерных решений по исследованию изменения модуля упругости в зависимости от отношения радиуса пятна контакта к толщине полимерного покрытия α проводилась по двум направлениям. Во-первых, сравнивались результаты использования предлагаемых решений при внедрении сферы в полимерный слой; во-вторых, исследовалось применение лучшего решения для расчета величины внедрения шероховатой поверхности в полимерный слой разной толщины и с разными механическими характеристиками.

Так как приближенное решение осесимметричной контактной задачи для упругого слоя конечной толщины [11] предполагает жесткую «нелицевую» поверхность, что близко к рассматриваемому случаю – полимерному слою, то полученный по внедрению сферы результат должен быть нижней границей по использованию предлагаемых решений. Верхняя граница должна соответствовать внедрению сферы в полупространство из материала покрытия. На рис. 2 нижняя и верхняя границы соответствуют кривым 2 и 5. Как видно на рис. 2, ближе всех к решению [11] расположена зависимость (кривая 1), основанная на подходах, предложенных в работах [17–19, 21]. Кривые 3 и 4 расположены несколько выше, что, возможно, объясняется погрешностями аппроксимации предлагаемых инженерных решений при $I_e = 0.002...0.01$.

При контактировании шероховатой поверхности через полимерный слой учитывалось, что каждой неровности соответствует определенный модуль упругости, который определяется уровнем вершины и величиной сближения. Таким образом, предлагаемое инженерное решение по изменению модуля упругости проверялось интегрально для всех неровностей одновременно. Полученные результаты показали высокую чувствительность предлагаемого метода к изменению толщины покрытия и его механических свойств.

Заключение

1. В большинстве случаев решения контактных задач для тел с изменяющимися по глубине механическими характеристиками не позволяют применять полученные результаты для решения практических задач трения, изнашивания и герметичности.

2. Более простыми в этом плане являются инженерные методы решения контактных задач на основе упрощающих гипотез, например, представление слоистого тела как конструкции с особыми механическими свойствами, зависящими от механических свойств материалов основания и покрытия, толщины покрытия.

3. Анализ предлагаемых инженерных решений показал преимущества метода, основанного на жесткостной модели слоистого тела. При этом эффективный модуль упругости и коэффициент Пуассона определяются для любых значений толщин покрытия при осесимметричном нагружении слоистого полупространства.

4. Предлагаемое инженерное решение по изменению эффективного модуля упругости хорошо сочетается с дискретной моделью шероховатости, что позволяет успешно определять контактные характеристики при взаимодействии шероховатой поверхности со слоистым телом.

Литература

1. Уплотнения и уплотнительная техника: справочник / под ред. А.И. Голубева, Л.А. Кондакова. 2-е изд. М.: Машиностроение, 1994. 448 с.
2. Макушкин А.П. Полимеры в узлах трения и уплотнениях при низких температурах М.: Машиностроение, 1993. 288 с.
3. Торская Е.В. Моделирование фрикционного взаимодействия тел с покрытиями: дис. ... д-ра техн. наук. М., 2014. 251 с.

4. Александров В.М., Мхитарян С.М. Контактные задачи для тел с упругими покрытиями и прослойками. М.: Наука, 1983. 488 с.
5. Александров В.М. Механика и научно-технический прогресс. М., 1988. Т. 3. С. 170-180.
6. Айзикович С.М., Александров В.М., Трубчик И.С., Крнев Л.И. Внедрение сферического индентора в полупространство с функционально-градиентным упругим покрытием // Докл. Акад. наук: [сб.]. 2008. Т. 418, № 2. С. 186.
7. Айзикович С.М., Александров В.М., Васильев А.С., Крнев Л.И., Трубчик И.С. Аналитические решения смешанных осесимметричных задач для функционально-градиентных сред. М.: Физматлит, 2011.
8. Giannakopoulos A.T., Suresh T. Indentation of solids with gradients in elastic properties. Part I Point force // Int J Solids Struct. 1997, № 34 (19). P. 2357-2392.
9. Giannakopoulos A.E., Suresh S. Indentation of solids with gradients in elastic properties. Part II Axisymmetric indenters // Int J Solids Struct. 1997, № 34 (19). P. 2393-2428.
10. Потележко В.П. Задача Буссинеску для двухслойного полупространства // Механика и физика процессов на поверхности и в контакте твердых тел и деталей машин. 2006. № 2. С. 27-32.
11. Аргатов И.И. Приближенное решение осесимметричной контактной задачи для упругого слоя конечной толщины // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2004. № 6. С. 35-40.
12. Воронин Н.А. Топокомпозиты – новый класс конструкционных материалов триботехнического назначения Ч. 1 // Трение и износ. 1999. Т. 20, № 3. С. 313-320.
13. Воронин Н.А. Применение теории упругого контакта Герца к расчету напряженно-деформированного состояния слоистого упругого тела // Трение и износ. 1993. Т. 14, № 2. С. 250-258.
14. Воронин Н.А. Особенности и прикладной аспект механики контактного взаимодействия жесткого сферического штампа с упругопластичным слоистым полупространством // Механика и физика процессов на поверхности и в контакте твердых тел, деталей технологического и энергетического оборудования. 2006. № 2. С. 32-55.
15. Огар П.М., Максимова О.В., Автушко А.Н., Устюжанин Е.В. К расчету напряженно-деформированного состояния слоистого упругого тела // Труды Братского государственного университета. Сер. Естественные и инженерные науки. 2006. № 2. С. 297-302.
16. Огар П.М., Ключев Е.А., Максимова О.В. Инженерная методика определения упругих характеристик топокомпозитов // Системы. Методы. Технологии. 2009. № 1. С. 19-22.
17. Огар П.М., Тарасов В.А., Федоров И.Б. Управление жесткостью контактных систем уплотнительных соединений // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2013. № 1. С. 22-27.
18. Ogar P.M., Tarasov V.A. Determination of the Elastic Characteristics of Bodies with Thin Coatings // Advanced Materials Research. 2013. Vol. 677. P. 267-272.
19. Огар П.М., Горохов Д.Б., Кожевников А.С. Эффективный модуль упругости слоистого тела // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2016. № 4 (52). С. 37-42.
20. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. М.: Мир, 1989. 510 с.
21. Кожевников А.С. Новое инженерное решение для определение эффективного модуля упругости слоистого тела // Труды Братского государственного университета. Сер. Естественные и инженерные науки. 2016. № 2. С. 70-76.
22. Огар П.М., Максимова О.В., Автушко А.Н., Устюжанин Е.В. Контакт шероховатой поверхности со слоистым упругим полупространством // Труды Братского государственного университета. Сер. Естественные и инженерные науки. 2016. № 2. С. 70-76.

венного университета. Сер. Естественные и инженерные науки. 2006. № 2. С. 302-307.

23. Огар П.М., Максимова О.В., Тарасов В.А. Влияние толщины покрытия на относительную площадь контакта сопряжений деталей машин // Системы. Методы. Технологии. 2009. № 2. С. 13-15.

24. Ogar P.M., Tarasov V.A., Gorokhov D.B. The influence of coating thickness on the relative area of triounits contact // Advanced Materials Research. 2015. Vol. 1061-1062. С. 614-618.

25. Огар П.М., Беляева О.В., Алпатов Ю.Н. Контактное взаимодействие жесткой шероховатой поверхности с упругим полупространством через слой вязкоупругого покрытия // Системы. Методы. Технологии. 2011. № 2(10). С. 10-14.

26. Огар П.М., Тарасов В.А., Турченко А.В. Контактное взаимодействие жесткой шероховатой поверхности через слой упругопластического покрытия // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2012. № 3. С. 42-45.

27. Огар П.М., Тарасов В.А., Турченко А.В. Влияние толщины упругопластического покрытия на относительную площадь контакта // Системы. Методы. Технологии. 2012. № 4. С. 14-17.

28. Огар П.М., Горохов Д.Б., Кожевников А.С. Контактные задачи в герметологии неподвижных соединений. Братск: Изд-во БрГУ, 2017. 242 с.

References

1. Seals and sealing equipment: a handbook: spravochnik / pod red. A.I. Golubeva, L.A. Kondakova. 2-e izd. M.: Mashinostroenie, 1994. 448 p.

2. Makushkin A.P. Polymers in friction and seal assemblies at low temperatures. M.: Mashinostroenie, 1993. 288 p.

3. Torskaya E.V. Modeling of frictional interaction of bodies with coatings: dis. ... d-ra tekhn. nauk. M., 2014. 251 p.

4. Aleksandrov V.M., Mkhitarian S.M. Contact problems for bodies with elastic coatings and interlayers. M.: Nauka, 1983. 488 p.

5. Aleksandrov V.M. Mechanics and scientific and technical progress. M., 1988. V. 3. P. 170-180.

6. Aizikovich S.M., Aleksandrov V.M., Trubchik I.S., Krenev L.I. The introduction of a spherical indenter into a half-space with a functionally gradient elastic coating // Dokl. Akad. nauk: [sb.]. 2008. V. 418, № 2. P. 186.

7. Aizikovich S.M., Aleksandrov V.M., Vasil'ev A.S., Krenev L.I., Trubchik I.S. Analytical solutions of mixed axisymmetric problems for functional gradient media. M.: Fizmatlit, 2011.

8. Giannakopoulos A.T., Suresh T. Indentation of solids with gradients in elastic properties. Part I. Point force // Int J Solids Struct. 1997, № 34 (19). P. 2357-2392.

9. Giannakopoulos A.E., Suresh S. Indentation of solids with gradients in elastic properties. Part II. Axisymmetric indenters // Int J Solids Struct. 1997, № 34 (19). P. 2393-2428.

10. Potelezhko V.P. The Bousinescu problem for a two-layer half-space // Mekhanika i fizika protsessov na poverkhnosti i v kontakte tverdykh tel i detalei mashin. 2006. № 2. P. 27-32.

11. Argatov I.I. Approximate solution of an axisymmetric contact problem for an elastic layer of finite thickness // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. 2004. № 6. P. 35-40.

12. Voronin N.A. Topocomposites are a new class of structural materials tribological // Journal of Friction and Wear. 1999. V. 20, № 3. P. 313-320.

13. Voronin N.A. Application of the theory of the elastic Hertz contact to the calculation of the stress-strain state of a layered elastic body // Journal of Friction and Wear. 1993. V. 14, № 2. P. 250-258.

14. Voronin N.A. Features and applied aspect of the mechanics of the contact interaction of a rigid spherical die with an elastoplastic layered half-space // Mekhanika i fizika protsessov na poverkhnosti i v kontakte tverdykh tel, detalei tekhnologicheskogo i energeticheskogo oborudovaniya. 2006. № 2. P. 32-55.

15. Ogar P.M., Maksimova O.V., Avtushko A.N., Ustyuzhanin E.V. The calculation of the stress-strain state of a layered elastic body // Trudy Bratskogo gosudarstvennogo universiteta. Ser. Estestvennye i inzhenernye nauki. 2006. № 2. P. 297-302.

16. Ogar P.M., Klyuchev E.A., Maksimova O.V. Engineering method for determining the elastic characteristics topocompositions // Systems. Methods. Technologies. 2009. № 1. P. 19-22.

17. Ogar P.M., Tarasov V.A., Fedorov I.B. Stiffness control of contact systems of sealing joints // Modern technologies. System analysis. Modeling. 2013. № 1. P. 22-27.

18. Ogar P.M., Tarasov V.A. Determination of the Elastic Characteristics of Bodies with Thin Coatings // Advanced Materials Research. 2013. Vol. 677. P. 267-272.

19. Ogar P.M., Gorokhov D.B., Kozhevnikov A.S. The effective modulus of elasticity of a layered body // Modern technologies. System analysis. Modeling. 2016. № 4 (52). P. 37-42.

20. Dzhonson K. Contact mechanics. M.: Mir, 1989. 510 p.

21. Kozhevnikov A.S. New engineering solution for determining the effective modulus of elasticity of a layered body // Trudy Bratskogo gosudarstvennogo universiteta. Ser. Estestvennye i inzhenernye nauki. 2016. № 2. P. 70-76.

22. Ogar P.M., Maksimova O.V., Avtushko A.N., Ustyuzhanin E.V. Contact of a rough surface with a layered elastic half-space // Trudy Bratskogo gosudarstvennogo universiteta. Ser. Estestvennye i inzhenernye nauki. 2006. № 2. P. 302-307.

23. Ogar P.M., Maksimova O.V., Tarasov V.A. The influence of the coating thickness on the relative area of contact conjugations of machine parts // Systems. Methods. Technologies. 2009. № 2. P. 13-15.

24. Ogar P.M., Tarasov V.A., Gorokhov D.B. The influence of coating thickness on the relative area of triounits contact // Advanced Materials Research. 2015. Vol. 1061-1062. P. 614-618.

25. Ogar P.M., Belyaeva O.V., Alpatov Yu.N. Contact interaction of rigid rough surface with elastic half-space through viscoelastic coating layer // Systems. Methods. Technologies. 2011. № 2 (10). P. 10-14.

26. Ogar P.M., Tarasov V.A., Turchenko A.V. Rough rigid surface contacting through the elastoplastic coating layer // Modern technologies. System analysis. Modeling. 2012. № 3. P. 42-45.

27. Ogar P.M., Tarasov V.A., Turchenko A.V. Effect of the thickness of the elastoplastic coating on the relative contact area // Systems. Methods. Technologies. 2012. № 4. P. 14-17.

28. Ogar P.M., Gorokhov D.B., Kozhevnikov A.S. Contact tasks in hermetology of fixed joints. Bratsk: Izd-vo BrGU, 2017. 242 p.