

Вибровращательное погружение диска в пластическую среду и явление атипичного детерминированного хаоса

В.А. Коронатов^а, С.Н. Герасимов^б

Братский государственный университет, ул. Макаренко 40, Братск, Россия

^аkortavik@mail.ru, ^бsdm_gerasimov@rambler.ru

Статья поступила 12.03.2017, принята 21.04.2017

При проектировании оптимальных параметров и задании режимов работы для дисковой заглаживающей машины вибрационного типа приходится решать две противоречивые задачи. Для увеличения производительности проводимых работ по выравниванию поверхности не застывшей бетонной смеси, а также для задания высокочастотного вибрационного воздействия следует задавать наибольшую частоту вращения для вала электродвигателя. В то же время, для предотвращения возможности чрезмерного подтапливания диска следует ограничивать его угловую скорость путем уменьшения частоты вращения вала, так как в противном случае технологический процесс будет нарушен. Для решения подобного рода задач предлагается новая динамическая модель заглаживающей машины, которая, в отличие от существующих моделей, учитывает возможность подтапливания за счет действия не только силы тяжести и вибрационной силы, но и вращательного движения. Предполагается, что вращение диска и его погружение могут чередоваться с кратковременными остановками (заклиниванием). Применяется теория погружения вращающегося твердого тела в грунт, разработанная одним из авторов статьи. Задача рассматривается в простейшей постановке, когда диск заглаживает бетонную смесь в одном месте заданное время, без учета движения диска вдоль обрабатываемой поверхности. Для выражения динамического характера силы лобового сопротивления вместо аппроксимации Паде 1-го порядка используется качественно эквивалентная аналитическая зависимость: отношение линейной функции от скоростей вращения и погружения диска к корню квадратному из их квадратичной формы. В этом случае сила сопротивления выражается гладкой функцией и определяет более точную аппроксимацию экспериментальной характеристики. Приведены результаты численного моделирования процесса подтапливания диска, включая случаи возникновения детерминированного хаоса. Обнаружен атипичный детерминированный хаос.

Ключевые слова: заглаживающая машина; теория погружения; крутильные автоколебания; атипичный детерминированный хаос.

Vibratory-rotary immersion of a disc in a plastic medium and phenomenon of atypical deterministic chaos

V.A. Koronotov^а, S.N. Gerasimov^б

Bratsk State University; 40, Makarenko St., Bratsk, Russia

^аkortavik@mail.ru, ^бsdm_gerasimov@rambler.ru

The article was received 12.03.2017, adopted 21.04.2017

When designing optimal parameters and setting the operating modes for a vibration-type disk smoothing machine, two conflicting tasks have to be solved. To increase the productivity of the work on leveling the surface of a non-solidified concrete mixture, as well as for setting a high-frequency vibration, the maximum speed for the motor shaft should be set. At the same time, to prevent the possibility of excessive disk flooding, it is necessary to limit its angular velocity by reducing the shaft rotation frequency, otherwise the technological process will be broken. To solve such problems, a new dynamic model of the smoothing machine is proposed, which, unlike existing models, takes into account the possibility of underflooding due to the action of not only the force of gravity and vibrational force, but also the rotational motion. It is assumed that the rotation of the disk and its immersion can alternate with short-term stops (jamming). The theory of immersing a rotating solid body in the soil, developed by one of the authors of the article, is used. The problem is considered in the simplest formulation, when a disc smoothes a concrete mixture in one place for a given time without taking into account the motion of the disk along the surface being treated. To express the dynamic nature of the drag force, instead of the first-order Padé approximation, a qualitatively equivalent analytical dependence is used: the ratio of the linear function to the rotation and immersion rates of the disc to the square root of their quadratic form. In this case, the resistance force is expressed by a smooth function and determines a more accurate approximation of the experimental characteristic. The results of numerical simulation of the process of disk underflooding are presented, including cases of the emergence of deterministic chaos. An atypical deterministic chaos is found.

Keywords: smoothing machine; immersion theory; torsional auto-oscillations; atypical deterministic chaos.

Введение

Моделируется процесс подтапливания рабочего органа дисковой заглаживающей машины вибрационного

типа при выравнивании не затвердевшей бетонной смеси. Предполагается, что вращение диска и его погружение могут чередоваться с кратковременными ос-

тановками (заклиниванием). Исследовались возникающие крутильные автоколебания релаксационного типа.

Актуальность данного вопроса определяется тем, что чрезмерное подтапливание приводит к ухудшению качества проводимых работ или делает их невозможными, приводит к нарушению технологического процесса [1; 3; 4]. Опытные данные говорят о том, что подтапливание происходит за счет действия не только силы тяжести и вибрационной силы, но и вращения диска. Именно вращение заглаживающего диска здесь играет определяющую роль и приводит к уменьшению сопротивляемости бетонной смеси. Рассматриваемая задача, помимо прикладного значения, представляет и самостоятельный теоретический интерес.

До недавнего времени подобные задачи на погружение в механике считались нерешаемыми главным образом из-за затруднений введения аналитической зависимости для силы лобового сопротивления со стороны сопротивляющейся среды. Такие силы, как известно, прямо пропорциональны линейной скорости погружения и обратно пропорциональны угловой скорости вращения тела [11], и обычные аналитические зависимости при нулевых значениях скоростей приводят к некорректностям математического и логического характера. Последнее вынуждало описывать данный процесс без учета влияния угловой скорости [5–9]. Как оказалось, такие некорректности удастся избежать, если для силы сопротивления в качестве аналитического выражения использовать аппроксимацию Паде [10]. В данной работе для выражения динамического характера силы лобового сопротивления вместо аппроксимации Паде 1-го порядка используется качественно эквивалентная аналитическая зависимость: отношение линейной функции от скоростей вращения и погружения диска к корню квадратному из их квадратичной формы. В этом случае сила сопротивления выражается гладкой функцией и определяет более точную аппроксимацию экспериментальной характеристики. Кроме того, как и при использовании аппроксимации Паде, такой подход позволяет описывать прерывистость процесса погружения, напрямую увязывая механические свойства среды с возможностью погружения тела. В качестве заглаживающей машины рассматривается модель, разработанная и созданная на кафедре подъемно-транспортных, строительных, дорожных машин и оборудования (СДМ) БрГУ одним из авторов статьи [2; 3].

Описание модели. Для изучения возможности подтапливания рабочего органа заглаживающей машины и возникающих при этом крутильных автоколебаний будем исходить из простейшей одномассовой модели (рис. 1), которая принципиально никак не отличается от ранее введенной модели для бурильной колонны [10], добавив при этом вибрационную силу $H \sin vt$.

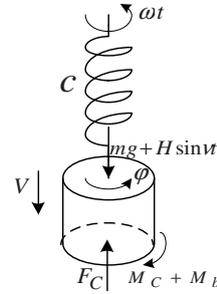


Рис. 1. Динамическая модель заглаживающей машины

Здесь предполагается, что вал электродвигателя имеет постоянную угловую скорость ω , а через упругое передаточное звено — пружину — вращение передается к заглаживающему диску, имеющему угол закручивания ϕ , на который со стороны забоя действуют момент M_c и сила F_c сопротивления (m, I — соответственно масса заглаживающей машины и осевой момент инерции заглаживающего диска радиуса R); v — текущая скорость подтапливания диска. Упругий момент со стороны упругого передаточного звена введем согласно закону Гука: $M = -c(\phi - \omega t)$, где t — текущее время; c — жесткость пружины кручения, определяющая упругие свойства передаточного звена; момент сил вязкого сопротивления M_b примем равным: $M_b = a\dot{\phi}^2$, где a — коэффициент вязкого сопротивления; точкой обозначена производная по времени t .

Постановка и решение задачи. Задача рассматривается в простейшей постановке, когда диск заглаживает бетонную смесь в одном месте заданное время, то есть без учета движения диска в горизонтальном направлении вдоль обрабатываемой поверхности. Кроме того, предполагается, что диск может кратковременно заклинивать при погружении и во вращательном движении. Согласно теории погружения вращающегося твердого тела в грунт, изложенной, например, в работе [10], получим:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x} \equiv 0, \text{ nпу } |\dot{\phi}| < \frac{\Delta}{bR} \sqrt{\left(\frac{n_1}{1+h \sin vt}\right)^2 - 1}; \\ \ddot{x} = g(1+h \sin vt) - n_1 g \frac{\dot{x} + \Delta}{\sqrt{(\dot{x} + \Delta)^2 + (bR\dot{\phi})^2}}, \text{ nпу } \dot{x} \geq 0; \\ \dot{\phi} \equiv 0, \text{ nпу } c|\phi - \omega t| < \begin{cases} \rho_1 mg(1+h \sin vt), \text{ nпу } \dot{x} \equiv 0; \\ \rho_1 n_1 mg, \text{ nпу } \dot{x} \geq 0; \end{cases} \\ I\ddot{\phi} + a\dot{\phi}^2 \text{ sign}\dot{\phi} + c(\phi - \omega t) = \begin{cases} -\rho_0 mg(1+h \sin vt) \text{ sign}\dot{\phi}, \text{ nпу } \dot{x} \equiv 0; \\ -\rho_0 n_1 mg \frac{\dot{x} + \Delta}{\sqrt{(\dot{x} + \Delta)^2 + (bR\dot{\phi})^2}} \text{ sign}\dot{\phi}, \text{ nпу } \dot{x} \geq 0. \end{cases} \end{array} \right. \quad (1)$$

Остановку погружения диска следует ожидать тогда, когда одновременно будет:

$$\begin{aligned} \dot{x} = 0 \text{ и } \sigma_{\partial 1} > \sigma &\Leftrightarrow \\ \dot{x} = 0 \text{ и } |\dot{\phi}| < \frac{\Delta}{bR} \sqrt{\left(\frac{n_1}{1+h \sin vt}\right)^2 - 1}. \end{aligned} \quad (2)$$

Остановку вращения диска следует ожидать тогда, когда одновременно будет:

$$\begin{aligned} \dot{\phi} = 0 \text{ и} \\ c|\phi - \omega t| \leq \begin{cases} \rho_0 mg(1+h \sin vt), \text{ нпу } \dot{x} \equiv 0; \\ \rho_0 n_1 mg \frac{\dot{x} + \Delta}{\sqrt{(\dot{x} + \Delta)^2 + (bR\dot{\phi})^2}}, \text{ нпу } \dot{x} \geq 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь следует иметь в виду, что в случае невыполнения неравенств условий (2), (3) кратковременных или длительных остановок в погружении или вращении не произойдет, будут лишь мгновенные остановки с изменением направления вращения или продолжением погружения диска.

Дополнительно к обозначениям, введенным в описании модели, приняты следующие: x – текущая координата погружения заглаживающего диска по отношению к поверхности бетонной смеси ($\dot{x} = V$); h, v – соответственно приведенная амплитуда и частота вибрационной силы. Здесь и далее естественно считать, что $1+h \sin vt > 0$, так как в противном случае может наблюдаться подпрыгивание диска, что нежелательно для технологического процесса по выравниванию бетонной поверхности. Угловая скорость может иметь произвольный знак, а линейная скорость погружения всегда положительна, поэтому аналитическая зависимость для силы лобового сопротивления, а значит, и для момента сопротивления, берется, согласно теории погружения вращающегося твердого тела в грунт [10], в виде аппроксимации Паде такого вида [12–14]:

$$F_c = F_0 \frac{\dot{x} + \Delta}{\sqrt{(\dot{x} + \Delta)^2 + (bR\dot{\phi})^2}}; \quad M_c = \rho F_c. \quad (4)$$

Здесь b, Δ – коэффициенты полиномиальных членов аппроксимации Паде, которые определяются из экспериментальных характеристик для силы сопротивления бетонной смеси, поверхность которой заглаживается; R – радиус заглаживающего диска; F_0 – коэффициент пропорциональности, подлежащий определению; ρ – удельный момент сопротивления на единицу давления бетонной смеси, имеющий физическую природу, близкую к коэффициенту трения скольжения [11], который, будем полагать, изменяется согласно закону Кулона (рис. 2):

$$\rho = \begin{cases} \rho_0 \operatorname{sign} \frac{d\phi}{dt}, & \text{нпу } \frac{d\phi}{dt} \neq 0; \\ -\rho_1 \leq \rho \leq \rho_1, & \text{нпу } \frac{d\phi}{dt} \equiv 0 \left(\varepsilon = \frac{\rho_1}{\rho_0} > 1 \right). \end{cases}$$

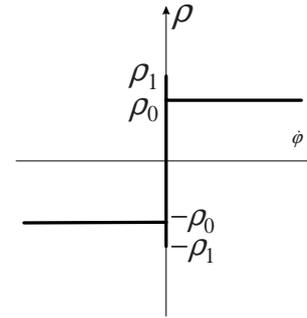


Рис. 2. Закон Кулона

При кратковременной остановке погружения:

$$F_0 = kmg(1+h \sin vt), \quad \text{где } k = \sqrt{1 + \left(\frac{bR}{\Delta} \dot{\phi}\right)^2} \text{ — коэффициент}$$

динамичности, возникающий при вращении диска и определяющий влияние вращения заглаживающего диска на силу сопротивления со стороны бетонной смеси. Первое уравнение системы (1) можно предста-

вить в таком виде: $\sigma_{\partial} = \frac{\sigma}{k}$, определяющее динамическое напряжение, возникающее в бетонной смеси при

вращении диска; здесь $\sigma = \sigma_0(1+h \sin vt)$ – напряжение без учета динамического воздействия, создаваемо-

го вращением диска; $\sigma_0 = \frac{mg}{\pi R^2}$. Очевидно, что вид

приведенного выражения для динамического напряжения не изменится, и при определении его предельного

значения: $\sigma_{\partial 1} = \frac{\sigma_1}{k}$; здесь $\sigma_{\partial 1}, \sigma_1$ – предельные дина-

мическое и обычное напряжения. Заглаживающий диск начнет погружаться, как только $\sigma_{\partial 1} = \sigma_0(1+h \sin vt)$.

Тем самым в момент начала погружения заглаживающего диска коэффициент динамичности достигает сво-

его предельного значения: $k_* = \frac{n_1}{1+h \sin vt}$, где

$n_1 = \frac{\sigma_1}{\sigma_0}$ – запас прочности бетонной смеси на погруже-

ние для заглаживающей машины данного веса. Отсюда критическая угловая скорость заглаживающего диска

будет равна: $|\dot{\phi}|_* = \frac{\Delta}{bR} \sqrt{\left(\frac{n_1}{1+h \sin vt}\right)^2 - 1}$, начиная с ко-

торой будет начинаться погружение. Коэффициент F_0 перед началом погружения диска достигнет своего

предельного значения: $F_{0*} = n_1 mg$ и при погружении будет оставаться неизменным.

Введем безразмерные переменные и параметры:

$$\tau = \sqrt{\frac{c}{I}} t, \quad \xi = \frac{c}{\rho_0 mg} (\phi - \omega t), \quad \eta = \frac{c}{b\rho_0 mg R} x;$$

$$\Omega = \frac{\sqrt{cI}}{\rho_0 mg} \omega, \quad \chi = \frac{I}{b\rho_0 mR}, \quad \beta = \frac{a}{\sqrt{cI}},$$

$$\delta = \frac{\sqrt{cI}}{b\rho_0 mgR} \Delta, \quad p = v\sqrt{\frac{I}{c}}, \quad h = \frac{H}{mg}.$$

Если обозначить точкой производную по времени τ , то задача (1–3) в безразмерном виде запишется ($1 + h \sin p\tau > 0$):

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\eta} \equiv 0, \quad npu \left| \dot{\xi} + \Omega \right| < \delta \sqrt{\left(\frac{n_1}{1 + h \sin vt} \right)^2 - 1}; \\ \ddot{\eta} = \chi(1 + h \sin p\tau) - \chi n_1 \frac{\dot{\eta} + \delta}{\sqrt{(\dot{\eta} + \delta)^2 + (\dot{\xi} + \Omega)^2}}, \quad npu \dot{\eta} \geq 0; \\ \dot{\xi} \equiv -\Omega, \quad npu \left| \dot{\xi} \right| < \begin{cases} \varepsilon(1 + h \sin p\tau), & npu \dot{\eta} \equiv 0; \\ \varepsilon n_1, & npu \dot{\eta} \geq 0; \end{cases} \\ \ddot{\xi} + \beta(\dot{\xi} + \Omega)^2 \operatorname{sign}(\dot{\xi} + \Omega) + \xi = \begin{cases} -(1 + h \sin p\tau) \operatorname{sign}(\dot{\xi} + \Omega), & npu \dot{\eta} \equiv 0; \\ -n_1 \frac{\dot{\eta} + \delta}{\sqrt{(\dot{\eta} + \delta)^2 + (\dot{\xi} + \Omega)^2}} \operatorname{sign}(\dot{\xi} + \Omega), & npu \dot{\eta} \geq 0. \end{cases} \end{array} \right. \quad (5)$$

Остановка погружения диска будет происходить в моменты, когда одновременно:

$$\dot{\eta} = 0, \quad u \left| \dot{\xi} + \Omega \right| < \delta \sqrt{\left(\frac{n_1}{1 + h \sin vt} \right)^2 - 1}. \quad (6)$$

Остановка вращения диска будет происходить в моменты, когда одновременно:

$$\dot{\xi} = -\Omega u \left| \dot{\xi} \right| \leq \begin{cases} 1 + h \sin p\tau, & npu \dot{\eta} \equiv 0; \\ n_1, & npu \dot{\eta} \geq 0. \end{cases} \quad (7)$$

Здесь также следует иметь в виду, что в случае невыполнения неравенств условий (6), (7) кратковременных или длительных остановок в погружении или вращении не произойдет, будут лишь мгновенные остановки с изменением направления вращения или продолжением погружения диска.

Для проведения численных расчетов следует принять во внимание следующее [2; 3]:

$$\omega = \frac{n_{dvig}}{u}; \quad v = n_{dvig} \left(1 - \frac{1}{u} \right); \quad H = M_{dvig} A v^2;$$

$$c = \frac{E d_{prov}^4}{32 n_{vitk} (D_{pru} + d_{prov})};$$

Здесь n_{dvig} , M_{dvig} , u , A , D_{pru} , d_{prov} , n_{vitk} — соответственно частота вращения и масса двигателя; передаточное число; высота кулачка; диаметры пружины кручения и проволоки, из которой изготовлена пружина; число витков пружины. Дополнительно к этому на приводимых ниже графиках численного счета следует иметь в виду: $c_\varphi = c$, $a_{vsk} = a$ определяют жесткость кручения пружины и коэффициент вязкого трения; R_{disk} , h_{disk} — радиус и толщина заглаживающего диска; $\dot{\varphi} = \varphi - \omega t$. Исходные данные на приведенных графиках даются в системе СИ.

Полученные результаты. Система уравнений (5) с учетом условий (6), (7) представляет собой полный алгоритм для проведения численного моделирования происходящих процессов — крутильных автоколебаний заглаживающего диска с учетом его возможностей подтапливания и кратковременных заклиниваний вращательного движения и погружения. Результаты численного счета приведены на рис. 4–10. На рис. 3 и 4 продемонстрирован пример № 1 обычного не хаотичного режима, на рис. 5 и 7 — пример № 2 нетипичного детерминированного хаоса в сравнении, когда одно из начальных условий ξ_0 изменено на весьма малую величину, на рис. 8 и 10 — пример № 3 также нетипичного детерминированного хаоса при отсутствии вибрационной силы $h = 0$ в сравнении, когда одно из начальных условий ξ_0 изменено на весьма малую величину.

В этих примерах нетипичность детерминированного хаоса проявляется в том, что фазовая траектория в пространстве переменных $(\dot{x}, \dot{\varphi}, x)$ является не хаотичной, как это обычно бывает [15], а кривой вполне определенной формы, состоящей из нескольких петель определенного вида. При этом весьма существенно, что петли располагаются хаотично, то есть порядок их следования заранее неизвестен и при самом незначительном изменении начальных условий задачи (в приведенных примерах сначала $\xi_0 = 0$, затем $\xi_0 = 10^{-5}$) существенно меняется, а вид самих петель — нет. Увеличение времени счета не приводит к регуляризации процесса.

Другие графики, иллюстрирующие протекающий процесс, при этом очень сильно изменяются, что и говорит о хаотичности явления.

Все это продемонстрировано в приведенных примерах, причем, как при наличии вибрационного воздействия, так и при его отсутствии. Такое развитие детерминированного хаоса еще никем не описывалось, по крайней мере, авторам об этом не известно. По мнению авторов, подобное может наблюдаться в триггерных системах с нетривиальными условиями переключения с одного режима на другой. Исследуе-

мая система именно такой и является, как это видно из записанных соотношений (1) – (3) или (5) – (7).

В приведенных примерах исходные данные соответствуют параметрам реальных моделей дисковой

заглаживающей машины вибрационного типа, созданных на кафедре СДМ БрГУ [2; 3]. Выходные данные в виде графиков даются в размерных величинах системы СИ.

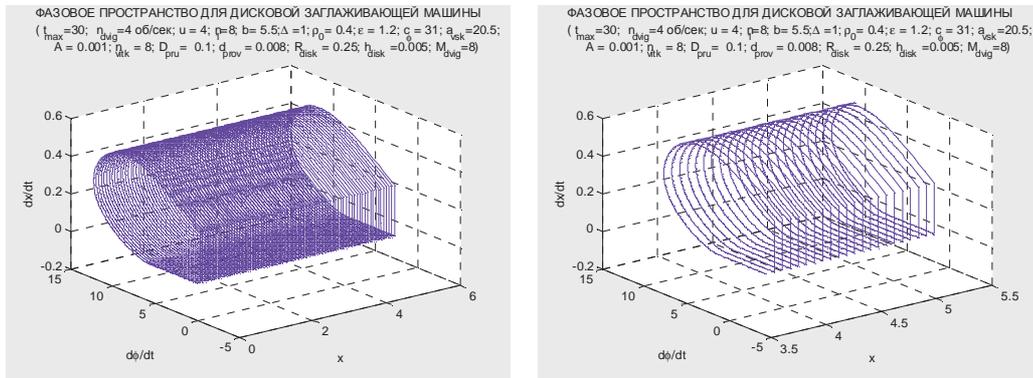


Рис. 3. Пример № 1 обычного режима не хаотичных автоколебаний

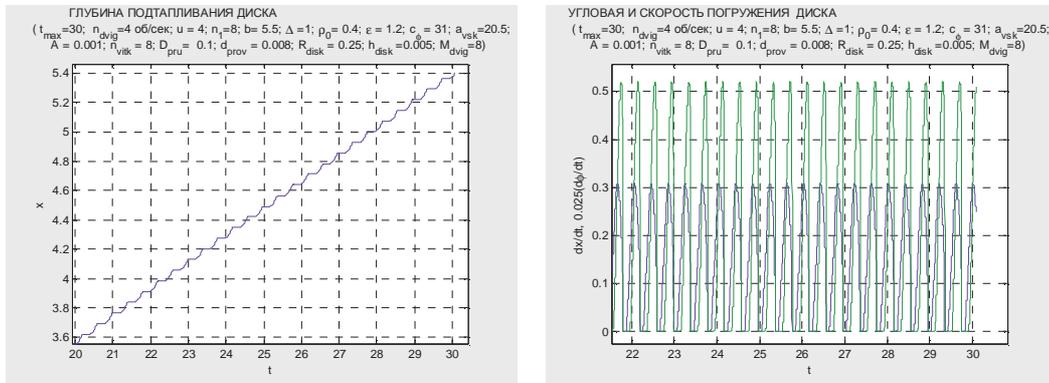


Рис. 4. Пример № 1 (продолжение) обычного режима не хаотичных автоколебаний

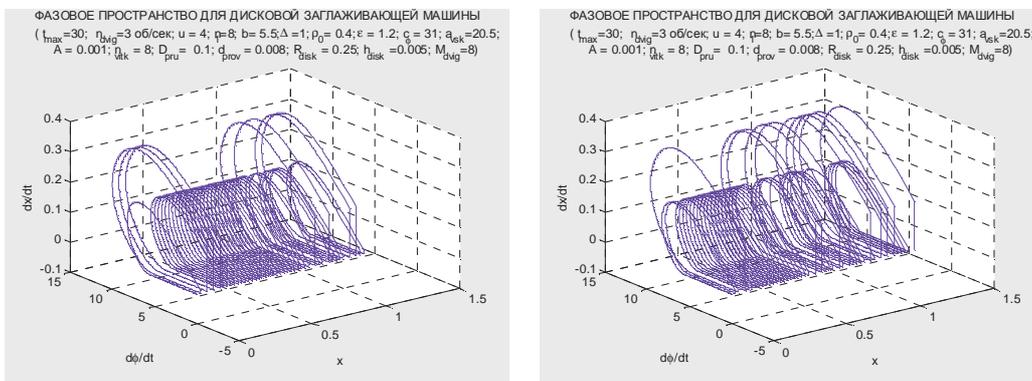


Рис. 5. Пример № 2 режима детерминированного хаоса (при $\xi_0 = 0$ и при $\xi_0 = 10^{-5}$)

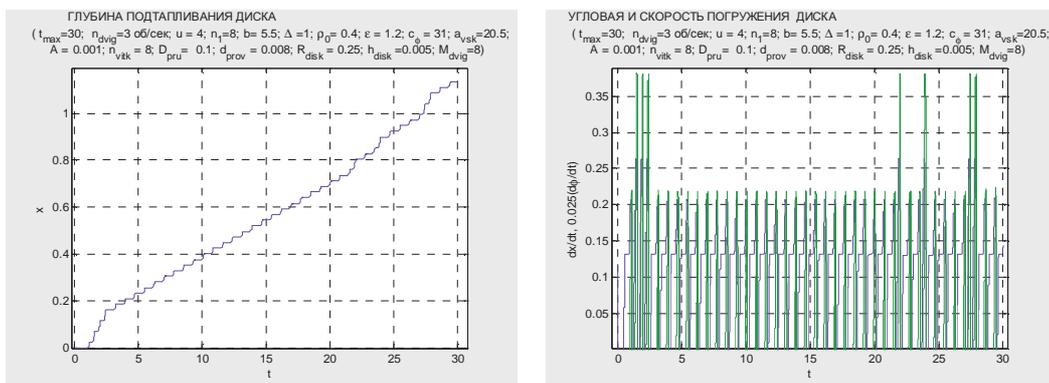


Рис. 6. Пример № 2 (продолжение) режима детерминированного хаоса при $\xi_0 = 0$ и $h = 0.001$

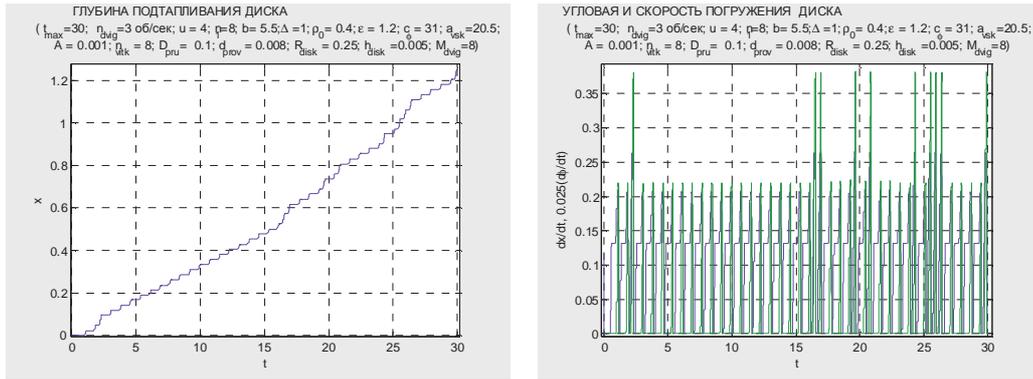


Рис. 7. Пример № 2 (продолжение) режима детерминированного хаоса при $\xi_0 = 10^{-5}$ и $h = 0.001$

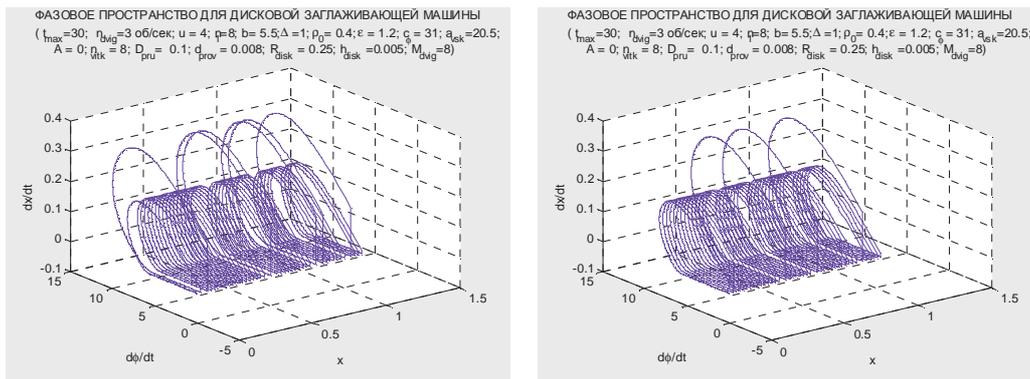


Рис. 8. Пример № 3 режима детерминированного хаоса (при $\xi_0 = 0$ и при $\xi_0 = 10^{-5}$)

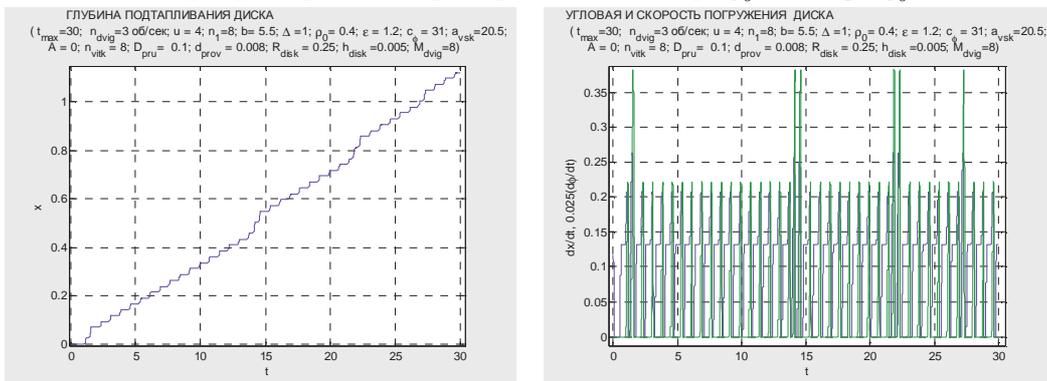


Рис. 9. Пример № 3 (продолжение) режима детерминированного хаоса при $\xi_0 = 0$ и $h = 0$

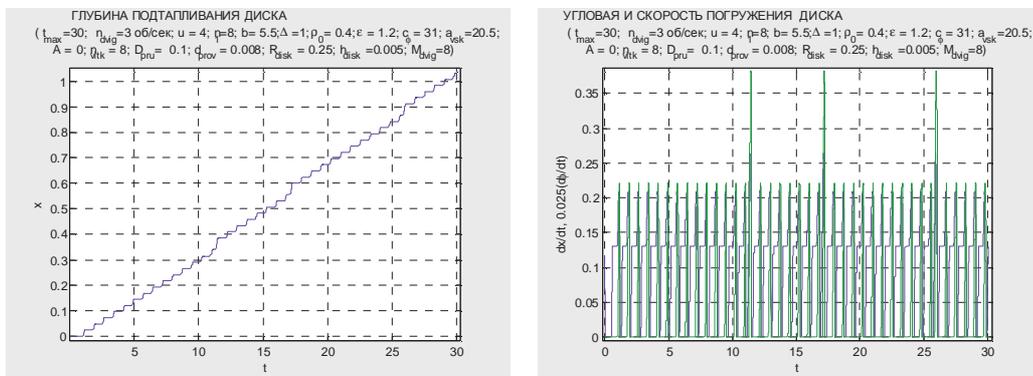


Рис. 10. Пример № 3 режима детерминированного хаоса при $\xi_0 = 10^{-5}$ и $h = 0$

Выводы

Изложенную теорию и расчетные формулы можно использовать при проектировании и задании оптимальных режимов работы дисковой заглаживающей

машины данного типа. Общие принципы теории не изменятся, если в качестве рабочего органа заглаживающей машины будет выбран не диск, а другое тело. Приведенная динамическая модель представляет также

самостоятельный теоретический интерес, поскольку позволяет обнаруживать и изучать явления детерминированного хаоса, обычного и атипичного, и является базовой при решении прикладных задач на погружение вращающегося твердого тела в грунт.

Литература

1. Болотный А.В. Заглаживание бетонных поверхностей. Л.: Стройиздат. Ленингр. отд-ние, 1979. 128 с (Наука-строит. производству).
2. Мамаев Л.А., Коронатов В.А., Белокобыльский С.В., Герасимов С.Н. Рабочий орган заглаживающей машины: пат. 2182536 Рос. Федерация. № 2000116313; заявл. 20.06.00; опубл. 20.06.02.
3. Герасимов С.Н. Определение рациональных параметров и режимов работы вибрационного дискового рабочего органа для обработки бетонных поверхностей: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Хабаровск, 2003. 19 с.
4. Белокобыльский С.В., Коронатов В.А., Герасимов С.Н. Динамика взаимодействия дисковой заглаживающей машины с бетонными смесями. Братск: Изд-во БрГУ, 2014. 67 с.
5. Коронатов В.А. Вибропогружение дисковой заглаживающей машины при кулоновом трении // Механики XXI века. 2008. № 7. С. 16-19.
6. Мамаев Л.А., Коронатов В.А., Герасимов С.Н., Мазовец С.А. Ручная дисковая заглаживающая машина осциллирующего типа // Вестн. КГТУ. 2001. Вып. 25. Транспорт. 303 с.
7. Мамаев Л.А., Зайцев А.Н., Кононов А.А., Герасимов С.Н. Вибропроцессы и вибромашины по обработке бетонных поверхностей // Проблемы механики современных машин: материалы междунар. конф. Улан-Удэ, 2000. Т. 2. С. 122-127.
8. Мамаев Л.А., Герасимов С.Н. Динамика вибрационных рабочих органов машин для обработки незатвердевших бетонных поверхностей // Материалы XIII симпозиума «Динамика виброударных (сильно нелинейных) систем» / ИМАШ РАН. М., 2001. С. 180.
9. Белокобыльский С.В., Коронатов В.А., Герасимов С.Н. Детерминированный хаос дисковой заглаживающей машины при кулоновом трении Современные технологии // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2014. № 2 (42). С. 20-25.
10. Коронатов В.А. Новая динамическая модель бурильной колонны и численное описание крутильных автоколебаний во время проходки - углубления забоя скважины // Системы. Методы. Технологии. 2015. № 1 (25). С. 48-59.
11. Нагаев Р.Ф., Исаков К.А., Лебедев Н.А. Динамика горных машин. СПб.: Изд-во СППГИ (ТУ), 1996. 155 с.
12. Андронов А.А., Журавлев В.Ф. Сухое трение в задачах механики. М.; Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотичная механика»: Ин-т компьютерных исследований, 2010. 164 с.
13. Киреенков А.А., Семендяев С.В. Связанные модели трения скольжения и верчения: от теории к эксперименту // Аэрокосмические исследования, прикладная механика: тр. МФТИ. 2010. Т. 2, № 3. С. 174-181.
14. Бейкер Дж. (мл.), Грейс-Моррис П. Аппроксимация Паде: пер. с англ. М.: Мир, 1986. 502 с.

15. Спротт Дж. К. Элегантный хаос. Алгебраические простые хаотические потоки. М.: Ижевск: Ижевский ин-т компьютерных исследований, 2012. 328 с.

References

1. Bolotnyi A.V. Smoothing of concrete surfaces. L.: Stroizdat. Leningr. otd-nie, 1979. 128 p. (Nauka-stroit. proizvodstvu).
2. Mamaev L.A., Koronotov V.A., Belokobyl'skii S.V., Gerasimov S.N. The working body of the smoothing machine: pat. 2182536 Ros. Federatsiya. № 2000116313; zayavl. 20.06.00; opubl. 20.06.02.
3. Gerasimov S.N. Determination of rational parameters and operating modes of the vibrating disk working body for processing concrete: avtoref. dis. ... kand. tekhn. nauk. Khabarovsk, 2003. 19 p.
4. Belokobyl'skii S.V., Koronotov V.A., Gerasimov S.N. Dynamics of interaction of the disk smoothing machine with concrete mixes. Bratsk: Izd-vo BrGU, 2014. 67 p.
5. Koronotov V.A. Vibration of a disc smoothing machine with Coulomb friction // Mekhaniki XXI veku. 2008. № 7. P. 16-19.
6. Mamaev L.A., Koronotov V.A., Gerasimov S.N., Mazovets S.A. Manual disk smoothing machine oscillating type // Vestn. KGTU. 2001. Vyp. 25. Transport. 303 p.
7. Mamaev L.A., Zaitsev A.N., Kononov A.A., Gerasimov S.N. Vibroprocesses and vibromachines for processing concrete surfaces // Problemy mekhaniki sovremennykh mashin: materialy mezhdunar. konf. Ulan-Ude, 2000. T. 2. P. 122-127.
8. Mamaev L.A., Gerasimov S.N. Dynamics of vibratory working organs of machines for processing non-hardened concrete surfaces // Materialy XIII simpoziuma «Dinamika vibroudarnykh (sil'no nelineinykh) sistem» / IMASH RAN. M., 2001. P. 180.
9. Belokobyl'skii S.V., Koronotov V.A., Gerasimov S.N. Deterministic chaos of a disk smoothing machine with Coulomb friction // Modern technologies. System analysis. Modeling. 2014. № 2 (42). P. 20-25.
10. Koronotov V.A. A new dynamic model of a drill string and a numerical description of torsional self-oscillations during penetration - deepening of the bottom of a well // Systems. Methods. Technologies. 2015. № 1 (25). P. 48-59.
11. Nagaev R.F., Isakov K.A., Lebedev N.A. Dynamics of mining machines. SPb.: Izd-vo SPPGI (TU), 1996. 155 p.
12. Andronov A.A., Zhuravlev V.F. Dry friction in problems of mechanics. M.; Izhevsk: NITs «Regulyarnaya i khaotichnaya mekhanika»: In-t komp'yuternykh issledovaniy, 2010. 164 p.
13. Kireenkov A.A., Semendyaev S.V. Associated models of friction of sliding and torsion: from theory to experiment // Aero-kosmicheskie issledovaniya, prikladnaya mekhanika: tr. MFTI. 2010. T. 2, № 3. P. 174-181.
14. Beiker Dzh. (ml.), Greis-Morris P. Approximation of Pade: per. s angl. M.: Mir, 1986. 502 p.
15. Sprott Dzh. K. Elegant chaos. Algebraic simple chaotic flows. M.: Izhevsk: Izhevskii in-t komp'yuternykh issledovaniy, 2012. 328 p.

Уточнение уравнений предельного состояния материала конструкций с учетом реального вида их деформирования

Е.В. Зеньков^{1 a}, Л.Б. Цвик^{2 b}

¹Иркутский национальный исследовательский технический университет, ул. Лермонтова 83, Иркутск, Россия

²Иркутский государственный университет путей сообщения, ул. Чернышевского 15, Иркутск, Россия

^ajovanny1@yandex.ru, ^btsvik_l@mail.ru

Статья поступила 24.04.2017, принята 30.04.2017

Рассматривается необходимость учета вида напряженно-деформированного состояния (НДС) в возможном очаге разрушения деталей машин и механизмов при оценке их конструкционной прочности. Приводятся два способа учета вида НДС — на основании так называемых объединенных критериев прочности и анализа результатов лабораторных испытаний специальных образцов, имеющих в очаге их разрушения тот же вид НДС, что и в очаге возможного разрушения рассматриваемого элемента конструкции. Обоснована ограниченность использования этих способов на примере рассмотрения физически непротиворечивого объединенного критерия Писаренко–Лебедева. Предлагается уточненная расчетно-экспериментальная методика расчета, сочетающая в себе элементы этих двух способов и заключающаяся в определении прочностных параметров материала конструкции, входящих в уравнение критерия Писаренко–Лебедева с учетом реального вида НДС наиболее нагруженной области конструкции. Реализация методики осуществляется на основе подбора соответствующих экспериментальных лабораторных образцов, где вид НДС в рабочей зоне совпадает с видом НДС конструкции, прочность которой оценивается. Приведен алгоритм действий по определению прочностных параметров, входящих в уравнение предельного состояния материала конструкции. Процесс уточнения уравнения предельного состояния продемонстрирован при определении прочностных параметров стали 50ХФА, находящейся в состоянии двухосного растяжения, характерного для наружной поверхности в зоне стыка патрубка с корпусом штуцерного узла сосуда давления. Расчетно-экспериментальным путем установлено, что для данной стали предельное значение механических напряжений почти на четверть снижается по сравнению с величиной ее традиционного предела прочности.

Ключевые слова: уравнение предельного состояния; призматический образец; одноприводная машина; метод конечных элементов; прочностные параметры; двухосное растяжение; конструкционная прочность; моделирование; критерий прочности; напряженно-деформированное состояние.

Update of the equations of the limit state of the structural materials with the realization of their deformation

E.V. Zenkov^{1 a}, L.B. Tsvik^{2 b}

¹Irkutsk National Research Technical University; 83, Lermontov St., Irkutsk, Russia

²Irkutsk State Transport University; 15, Chernyshevsky St., Irkutsk, Russia

^ajovanny1@yandex.ru, ^btsvik_l@mail.ru

Received 24.04.2017, accepted 30.04.2017

The need to take into account the type of stress-strain state (SSS) in a possible center of destruction of machine parts and mechanisms in evaluating their structural strength is considered. There are two ways to account for the type of SSS - based on the so-called combined strength criteria and analysis of the results of laboratory tests of special samples that have the same type of SSS in the focus of their destruction as in the area of possible destruction of the structural element under consideration. The limitations of the use of these methods on the example of considering the physically consistent Pisarenko-Lebedev joint test are justified. A refined calculation and experimental calculation technique, which combines the elements of these two methods, is proposed. It determines the strength parameters of the construction material that enter into the equation of the Pisarenko-Lebedev test, taking into account the real type of SSS of the most loaded area of the design. Implementation of the methodology is based on the selection of appropriate experimental laboratory samples, where the type of SSS in the working area is the same as the type of construction of SSS, the strength of which is estimated. An algorithm for determining the strength parameters entering into the equation of the limiting state of the structural material is given. The process of refinement of the limit state equation is demonstrated when determining the strength parameters of 50HFA steel in the state of biaxial stretching, which is characteristic of the outside surface in the joint area of the branch pipe with the body of the pressure vessel junction. It has been calculated by experimental means that for a given type of steel the limiting value of mechanical stresses is reduced by almost a quarter compared with the value of its traditional strength limit.

Keywords: limit state equation; prismatic sample; single-drive machine; finite element method; strength parameters; biaxial stretching; structural strength; modeling; strength criterion; stress-strain state.

Введение

Оценка конструкционной прочности деталей машин и механизмов должна в ряде случаев осуществляться с учетом вида напряженно-деформированного состояния (НДС) в возможном очаге их разрушения [1–5]. Такой учет важен, например, при оценке статической прочности штуцерных узлов сосудов давления, элементов железнодорожных вагонов — боковой рамы, цельнокатаного колеса, при анализе прочности различных деталей в виде пластин и оболочек, изгибаемых в двух различных направлениях, при действии температурных перепадов и в других случаях. Ряд методик расчета на прочность [6–10] опирается при этом на результаты лабораторных испытаний образцов, имеющих в очаге их разрушения тот же вид НДС, что и в рассматриваемой детали. Для этого обычно используется испытательное оборудование с несколькими силовыми приводами, создающими разнонаправленные воздействия на испытываемый образец.

Учет вида НДС может осуществляться двумя способами. Первый из них представлен так называемыми объединенными критериями прочности (далее — уравнениями предельного состояния) типа Писаренко–Лебедева, Ягна–Бужинского, Друккера–Прагера и др. [3] и основан на предварительном определении прочностных характеристик материала рассматриваемой конструкции, определяемых путем квазистатического разрушения лабораторных образцов в условиях типовых видов нагружения этого материала — одноосного растяжения, сжатия и среза (соответственно определение значений σ_v , $\sigma_{сж}$ и $\tau_{ср}$). Указанные условия являются объединенным критерием прочности, так как содержат два слагаемых с различными весовыми множителями, которые соответствуют разрушению срезом (первое слагаемое) и отрывом. С указанных позиций фактором, ограничивающим точность такого способа, является различие реального вида НДС конструкции и вида НДС образцов, испытываемых до разрушения при определении величин σ_v , $\sigma_{сж}$ и $\tau_{ср}$. Кроме того, необходимость предварительного определения указанных величин и соответствующее разнообразие лабораторной испытательной техники усложняет реализацию этого способа, но не исключает его.

Второй способ учета вида НДС опирается на результаты лабораторных испытаний специальных образцов, имеющих в очаге их разрушения тот же вид НДС, что и в очаге возможного разрушения рассматриваемого элемента конструкции. При реализации второго способа используется специальная испытательная техника с несколькими силовыми приводами, создающая разнонаправленные воздействия на испытываемый образец, что также затрудняет привычное использование этого способа и сдерживает его применение.

В данной работе рассматривается уточненная расчетно-экспериментальная методика расчета, сочетающая в себе элементы этих двух способов и позволяющая с помощью типовых одноприводных испытательных машин учесть реальный вид НДС элемента конструкции в очаге разрушения. При этом уточнение расче-

та достигается за счет использования экспериментальных данных о разрушении лабораторного образца, напряженное состояние которого в момент разрушения моделирует в рабочей зоне напряженное состояние реальной конструкции.

Постановка задачи и методика решения проблематики. Для определенности рассмотрим уравнение предельного состояния типа Писаренко–Лебедева [1; 3], используемое при оценке статической прочности конструкций, изготовленных из изотропных материалов. Соответствующее условие, при котором наступает квазистатическое разрушение материала, сопровождаемое появлением трещин, имеет вид:

$$\alpha \sigma_i^{nped} + (1 - \alpha) \sigma_1^{nped} A^{1-P} = \sigma_g, \quad (1)$$

где σ_i — интенсивность напряжений в возможном очаге разрушения;

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}, \quad (2)$$

где $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ — главные напряжения, возникающие в этом очаге; P — коэффициент Смирнова–Аляева [4; 5], характеризующий вид НДС в рассматриваемой точке, определяемый равенством:

$$P = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{\sigma_i}, \quad (3)$$

(в случае двухосного растяжения величина P достигает значения $P = 2$, в случае простого одноосного растяжения $P = 1$, простого одноосного сжатия $P = -1$); α и A — эмпирические константы, характеризующие прочность материала, не зависящие от вида и уровня НДС материала детали в очаге ее разрушения (далее — прочностные параметры материала) и вычисляемые по формулам:

$$\alpha = \frac{\sigma_g}{\sigma_{сж}}, \quad A = \frac{\varphi - \sqrt{3}\alpha}{1 - \alpha}, \quad \varphi = \frac{\sigma_g}{\tau_k}. \quad (4)$$

Как уже отмечалось ранее, точность рассматриваемого уравнения предельного состояния (1) в ряде случаев недостаточна для инженерной практики вследствие различия реального вида НДС в возможном очаге разрушения конструкции и вида НДС образцов, испытываемых до разрушения при определении величин $\sigma_g, \sigma_{сж}, \tau_{ср}$ и входящих в уравнение (1) посредством констант α и A , не зависящих от коэффициента P и уровня НДС материала детали в очаге ее разрушения. В работах [11; 12] значение величины P , определяемой равенством (3), существенно влияет на расположение очага разрушения: с увеличением P (по Смирнову–Аляеву — с увеличением «жесткости» вида НДС) предельные значения интенсивности напряжений и первого главного напряжения снижаются.

Для уточнения уравнения предельного состояния материала конструкции и, соответственно, повышения достоверности ее прочностного расчета предложен расчетно-экспериментальный подход, заключающийся

в определении прочностных параметров материала исследуемой конструкции, входящих в уравнение (1), с учетом реального вида НДС наиболее нагруженной

области конструкции. Общая схема предлагаемого подхода представлена на рис. 1.



Рис. 1. Схема уточненного прочностного расчета на основе уравнения предельного состояния материала конструкции с учетом реального вида ее НДС

Суть предлагаемого подхода состоит в следующем. Из уравнения (1) видно, что α и A могут рассматриваться как коэффициенты эмпирической формулы, характеризующие конструкционную прочность материала рассматриваемой конструкции с определенными расчетными значениями величин σ_1^{nped} , σ_i^{nped} и Π^{nped} . Т.е. параметры α и A могут быть вычислены непосредственно из уравнения (1), зная остальные его параметры — σ_1^{nped} , σ_i^{nped} и Π^{nped} . Из этого вытекает, что α и A , вычисляемые из (4), не обладают в этом случае традиционным физическим смыслом, заложенным изначально в критерий Писаренко–Лебедева, а являются параметрами постоянными или мало зависящими от вида НДС материала, из которого изготовлена конструкция. С учетом сказанного прочностные параметры α и A могут быть видоизменены, что позволяет рассматривать их как коэффициенты эмпирической формулы, определяемые по результатам испытаний до разрушения образцов, моделирующих НДС оцениваемой конструкции в ее интересующей области. Параметры α и A могут определяться более сложным образом и, по крайней мере, слабо зависеть от величины коэффициента Π , определяемой равенством (3).

В работе, как и в уравнении Писаренко–Лебедева, сохраняется предположение о независимости параметров α и A , входящих в уравнение (1), от величин интенсивности σ_i и первого главного напряжения σ_1 в возможном очаге разрушения, но не исключается зависимость этих параметров от величины Π . Уравнение (1) при таком подходе является аппроксимацией истинного уравнения предельного состояния, построенного для конкретного (или относительно узкого диапазона изменения) значения коэффициента Π , характеризующего тот или иной вид НДС. Этот вид определяется конструктивными особенностями испытанных до разрушения образцов, а очаг их разрушения должен при этом характеризоваться значением Π , совпадающим (или близким по величине) со значением Π для области конструкции, рассчитываемой на прочность.

При реализации предлагаемого подхода после отыскания расчетного значения коэффициента Π для опре-

деления значений параметров α и A , входящих в уравнение (1), необходимо осуществить подбор соответствующих экспериментальных лабораторных образцов так, чтобы вид их НДС совпадал (или был близок) с видом НДС конструкции, прочность которой оценивается. В этом случае для определения двух параметров α и A достаточно испытания до разрушения двух лабораторных образцов, отличающихся друг от друга геометрическими размерами и расчетными характеристиками НДС в момент разрушения их материала. В соответствии с этим определение прочностных параметров α и A осуществляется на основании следующего алгоритма:

- подбор геометрических параметров двух различных конструктивных вариантов образцов специальной формы со значениями Π , близких к Π для области оцениваемой конструкции;
- испытание до разрушения конструктивных вариантов образцов;
- расчетное определение величин σ_1^{nped} , σ_i^{nped} и Π^{nped} — характеристик уровня и вида НДС, входящих в уравнение (1), в зоне разрушения выбранных образцов;
- определение величин α и A из разрешающей системы уравнений:

$$\alpha \sigma_i^{1 nped} + (1 - \alpha) \sigma_1^{1 nped} A^{1 - \Pi^{1 nped}} = \sigma_g \quad (5)$$

$$\alpha \sigma_i^{2 nped} + (1 - \alpha) \sigma_1^{2 nped} A^{1 - \Pi^{2 nped}} = \sigma_g,$$

где значения величин $\sigma_i^{1 nped}$, $\sigma_1^{1 nped}$, $\Pi^{1 nped}$ соответствуют экспериментально установленному моменту разрушения первого из подобранных образцов; $\sigma_i^{2 nped}$, $\sigma_1^{2 nped}$, $\Pi^{2 nped}$ — второго из разрушенных образцов.

Уточнение расчета достигается в предлагаемой методике за счет использования экспериментальных данных о разрушении лабораторных образцов, полученных в условиях НДС реальной конструкции. Обстоятельством, вызывающим затруднение при реализации подхода в уточнении уравнения предельного состояния материала конструкции, является необходимость иметь значения прочностных характеристик с учетом их за-

в зависимости от соотношения главных напряжений. Авторами работы предложен призматический образец для оценки прочности материала при сложном напряженном состоянии [9], который позволяет получать ин-

формацию о прочности материала в зависимости от требуемого коэффициента Π путем его нагружения на стандартной испытательной машине (рис. 2).

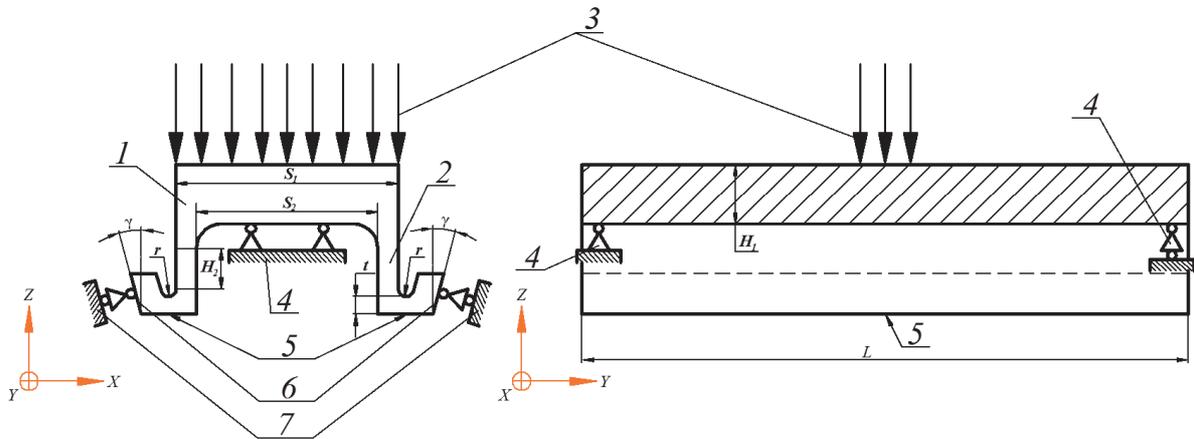


Рис. 2. Геометрические параметры и схема нагружения призматического образца: 1 — образец; 2 — боковые выступы образца; 3 — усилие, создаваемое толкателем испытательной машины; 4 — концевые опоры; 5 — рабочая зона; 6 — наклонные опорные поверхности образца; 7 — наклонные поверхности призматической опоры

Результаты расчетных и экспериментальных исследований. С целью реализации процесса уточнения уравнения предельного состояния материала конструкции с учетом особенностей ее деформирования было осуществлено определение прочностных параметров α и A для стали 50ХФА, находящейся в условиях двухосного растяжения ($1 < \Pi < 2$). Для исследований выбрано НДС, характеризуемое значением величины $\Pi = 1,85$. Указанное состояние соответствует виду НДС в момент разрушения штуцерного узла сосуда давления на его наружной поверхности, в зоне стыка патрубка с корпусом [11].

Предварительно было осуществлено испытание на растяжение стандартных круглых образцов из стали 50ХФА. Результаты показали, что выбранная сталь характеризуется значениями предела текучести $\sigma_T = 1\ 050$ МПа, предела прочности $\sigma_B = 1\ 300$ МПа и относительным удлинением $\delta = 7,5\ %$ [14; 15; 19; 20].

По методике (см. рис. 1) для определения значений двух параметров α и A , входящих в уравнение (1), предварительно необходимо осуществить разрушение двух конструктивных вариантов образцов, отличающихся друг от друга размерами и соответствующими значениями величин $\sigma_i^{1\ пред}, \sigma_1^{1\ пред}$ и $\sigma_i^{2\ пред}, \sigma_1^{2\ пред}$ в

момент разрушения, но совпадающих (или близких) по значению с коэффициентом Π в своих рабочих зонах. В этом случае уравнения вида (1), соответствующие двум выбранным конструктивным вариантам, образуют систему двух нелинейных алгебраических уравнений относительно неизвестных величин α и A , которая может быть решена методом последовательных приближений. Возможность и порядок выбора необходимых образцов приведены, например, в работах [15; 19; 20]. В соответствии с алгоритмом были изготовлены две серии образцов, № 1 и 2, по три образца в каждой серии. Их размеры (табл. 1) подбирались так, чтобы в рабочей зоне образцов их НДС характеризовалось значением $\Pi = 1,85$ [19; 20].

Экспериментальное разрушение призматических образцов, геометрические размеры которых для серий № 1 и 2 приведены в табл. 1, осуществлялось на типовой одноприводной испытательной машине Instron 5989. Результаты показали, что для усилий F_1 и F_2 (рис. 2, поз. 3) в момент разрушения (по результатам усреднения экспериментальных данных) выполнялись равенства:

$$F_1 = 205\ \text{кН};\ F_2 = 235\ \text{кН}. \quad (6)$$

Таблица 1

Основные размеры экспериментальных призматических образцов

$H, \text{ мм}$	$H_1, \text{ мм}$	$H_2, \text{ мм}$	$H_3, \text{ мм}$	$S, \text{ мм}$	$L, \text{ мм}$	№ 1, 2 $t, \text{ мм}$	$r, \text{ мм}$	$\gamma, \text{ град}$
33	12	11	21	44	220	4 6	2	15

Полученные значения усилий F_1 и F_2 были использованы как исходные величины для численного анализа НДС конструктивных вариантов образцов в момент их разрушения. При этом использовались заранее разработанные расчетные модели деформирования, подтвержденные вычислительными тестами и натурным

экспериментом. Численный анализ осуществлялся с помощью метода конечных элементов с учетом возможного возникновения в материале образца упруго-пластических деформаций. При этом в качестве математической модели процесса развития упруго-пластических деформаций использованы уравнения пластиче-

ского течения с изотропным упрочнением (уравнения Прандтля–Рейсса [17]). Таким образом, для первого из подобранных призматических образцов ($\Pi^1_{пред} = 1,9$) определялись расчетные величины $\sigma_i^{1 пред}, \sigma_1^{1 пред}$; для второго ($\Pi^2_{пред} = 1,8$) из разрушенных образцов — $\sigma_i^{2 пред}, \sigma_1^{2 пред}$. Результаты численного анализа призматических образцов серии № 1 ($\Pi^1_{пред} = 1,9$) в момент их разрушения (момент возникновения трещины) пока-

заны на рис. 3 а — распределение интенсивности напряжений, на рис. 3 б — распределение компоненты первого главного напряжения. Результаты численного анализа деформирования призматических образцов серии № 2 ($\Pi^2_{пред} = 1,8$) в момент их разрушения приведены на рис. 4 а — распределение интенсивности напряжений, на рис. 4 б — распределение компоненты первого главного напряжения.

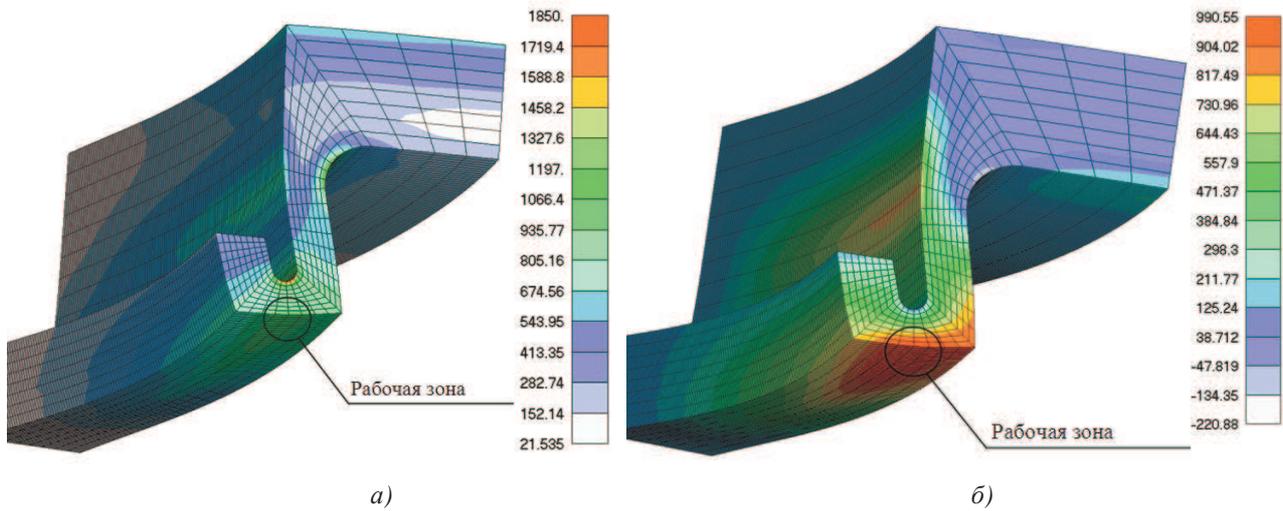


Рис. 3. Расчетное распределение напряжений в момент разрушения образцов серии № 1 (вид четверти образца, высеченной из него двумя плоскостями симметрии): а — интенсивности напряжений σ_i ; б — первого главного σ_1

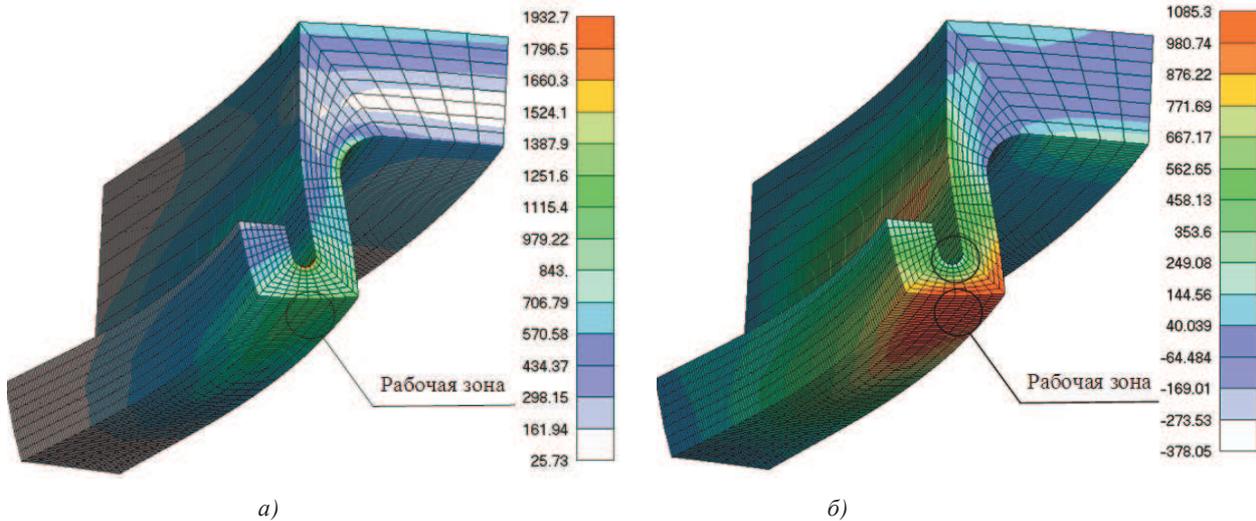


Рис. 4. Расчетное распределение напряжений в момент разрушения образцов серии № 2 (вид четверти образца, высеченной из него двумя плоскостями симметрии): а — интенсивности напряжений σ_i ; б — первого главного σ_1

В совокупности полученные расчетно-экспериментальные данные представлены в табл. 2. Полученные экспериментальные результаты показывают, что влияние двухосного растяжения в очаге разрушения конструкции может быть значительным — для испытанных образцов серии № 1 предельное значение интенсивности напряжений $\sigma_i^{1 пред}$, соответствующего моменту их разрушения, равно 895 МПа, что почти на четверть ниже значения предела прочности σ_σ исследуемой стали $\sigma_i^{пред} = \sigma_\sigma = 1\ 270$ МПа, определенного в

условиях одноосного растяжения ($\Pi = 1$). Полученный результат качественно совпадает с результатом экспериментальных исследований Я.А. Вилимок, К.А. Назарова, А.К. Евдокимова [20], установивших аналогичный эффект существенного снижения (более чем на четверть) величины $\sigma_i^{пред}$ в условиях двухосного растяжения стали 12Х18Н10Т с коэффициентом вида НДС $\Pi \approx 2$, полученный на специальном испытательном оборудовании.

Таблица 2

Расчетные характеристики НДС образцов в момент их разрушения

Номер серии	Рабочая зона			
	σ_1 , МПа	σ_2 , МПа	σ_i , МПа	Π
1	985	743	892	1,9
2	1 050	615	917	1,8

Для определения прочностных параметров уравнения (1), подставив полученные из эксперимента (табл. 2) расчетные значения характеристик НДС в систему уравнений (5), получаем:

$$\begin{cases} \alpha 892 + (1 - \alpha) 985 A^{1-1,9} = 1270 \\ \alpha 917 + (1 - \alpha) 1050 A^{1-1,8} = 1270 \end{cases} \quad (7)$$

Решая систему уравнений (7) относительно величин α и A методом последовательных приближений, получаем следующие равенства:

$$\alpha = 0,73; \quad A = 0,40. \quad (8)$$

Эти значения позволяют использовать уравнения (1) для уточненного расчета на прочность элементов конструкций, изготовленных из стали 50ХФА и характеризующихся равенством $\Pi \approx 1,85$.

Выводы

Предложенный расчетно-экспериментальный подход уточнения уравнения предельного состояния материала конструкции, основанный на предварительной расчетной оценке вида НДС в возможном очаге разрушения конструкции и на последующем квазистатическом испытании до разрушения соответствующих призматических образцов, позволил определить численные значения прочностных параметров, входящих в уравнение предельного состояния типа Писаренко–Лебедева, характеризующихся значением $\Pi \approx 1,85$ и изготовленных из рассматриваемой стали.

Расчетно-экспериментальным путем установлено, что для стали 50ХФА, из которой были изготовлены опытные призматические образцы для лабораторных испытаний, предельное значение первого главного напряжения при двухосном растяжении ($\Pi \geq 1,8$) почти на четверть снижается по сравнению с величиной ее предела прочности, определенного в условиях одноосного растяжения ($\Pi = 1$).

Литература

1. Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. Справочник по сопротивлению материалов. Киев: Дельта, 2008. 816 с.
2. Лебедев А.А., Ковальчук Б.И. Механические свойства конструкционных материалов при сложном напряженном состоянии. Киев: Изд. дом «Ин Юре», 2003. 540 с.
3. Когаев В.П., Махутов Н.А., Гусенков А.П. Расчеты де-

талей машин и конструкций на прочность и долговечность. М.: Машиностроение, 1985. 224 с.

4. Цвик Л.Б., Зеньков Е.В. Определение прочностных характеристик материалов экспериментальных призматических образцов при двухосном растяжении // Вестн. машиностроения. 2015. № 1. С. 42–46.

5. Есиев Т.С., Басиев К.Д., Стеклов О.И. Образец для испытания металла при двухосном напряженном состоянии: пат. 2073842 Рос. Федерация. № 925042491; заявл. 18.05.92; опубл. 20.02.97, Бюл. № 7.

6. Гагарин Ю.А., Пичков С.Н. Исследование поведения дефектов в полях растягивающих и сжимающих напряжений // Проблемы прочности и пластичности: межвуз. сб. ст. Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2000. С. 11–116.

7. Вансович К.А., Ядров В.И. Экспериментальное изучение скорости роста поверхностных трещин в алюминиевом сплаве АК6 и в стали 20 при двухосном нагружении // Изв. Самар. науч. центра Рос. акад. наук. 2013. № 4. С. 436–438.

8. Гагарин Ю.А. О влиянии характера напряженного состояния на пластичность и разрушение конструкционных сталей // Проблемы прочности. 1978. № 6. С. 70–75.

9. Важенцев О.Г. Призматический образец для оценки механических свойств материала: а.с. 1793320 СССР. № 4904190/28; заявл. 22.01.91; опубл. 07.02.93, Бюл. № 5.

10. Цвик Л.Б. Укрепление отверстий и статическая прочность осесимметричных штуцерных узлов // Проблемы машиностроения и надежности машин. 1993. № 1. С. 58–65.

11. Зеньков Е.В., Цвик Л.Б., Запольский Д.В. Призматический образец для оценки прочности материала: пат. 2516599 Рос. Федерация. № 2012140619/28; заявл. 29.09.12; опубл. 27.03.14, Бюл. № 9.

12. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. М.: Высш. школа, 1986. 416 с.

13. Галин Л.А. Контактные задачи теории упругости и вязкоупругости. М.: Наука, 1980. 304 с.

14. Зеньков Е.В., Андреева А.А. Методика экспериментального исследования полей деформаций на основе использования цифровой оптической системы // Проблемы транспорта Восточной Сибири: сб. науч. тр. IV Всерос. науч.-практической конф. ИргУПС. Иркутск, 2013. Ч. 1. С. 95–99.

15. Зеньков Е.В., Цвик Л.Б. Расчетно-экспериментальная оценка напряженно-деформированного состояния лабораторного образца с галтельным // Вестн. ИргТУ. Иркутск, 2013. № 9. С. 70–78.

16. Sutton M.A., Orteu J.-J., H.Schreier H. Image Correlation for Shape, Motion and Deformation Measurements // University of South Carolina, Columbia, SC, USA, 2009. 364 p.

17. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. М.: Машиностроение, 1975. 398 с.

18. Lohr R.D., Ellison E.G., Biaxial high strain fatigue testing of Cr-Mo-V steel // Fatigue Eng. Mater. and Structure. 1980. № 1. P. 19-37.

19. Zenkov E.V., Tsvik L.B. Stress-Strain State of Prismatic Samples with Hollow Chamfers // Russian Engineering Research, 2013. Vol. 33, № 10. P. 562-565.

20. Zenkov E.V., Tsvik L.B. Formation of divergent testing efforts and experimental evaluation of material strength under biaxial stretching // PNRPU Mechanics Bulletin, 2015. № 4. P. 110-120.

References

1. Pisarenko G.S., Yakovlev A.P., Matveev V.V. Handbook on the resistance of materials. Kiev: Del'ta, 2008. 816 p.
2. Lebedev A.A., Koval'chuk B.I. Mechanical properties of structural materials in complex stress state. Kiev: Izd. dom «In Yure», 2003. 540 p.
3. Kogaev V.P., Makhutov N.A., Gusenkov A.P. Calculations of machine parts and structures for strength and durability. M.: Mashinostroenie, 1985. 224 p.
4. Tsvik L.B., Zen'kov E.V. Determination of strength characteristics of materials at two-axis tension of experimental prismatic specimens // Russian Engineering Research. 2015. № 1. P. 42-46.
5. Esiev T.S., Basiev K.D., Steklov O.I. A sample for testing a metal under a biaxial stress state: pat. 2073842 Ros. Federatsiya. № 925042491; zayavl. 18.05.92; opubl. 20.02.97, Byul. № 7.
6. Gagarin Yu.A., Pichkov S.N. Investigation of the behavior of defects in the fields of tensile and compressive stresses // Problemy prochnosti i plastichnosti: mezhd. sb. st. N. Novgorod: Izd-vo NNGU, 2000. P. 11-116.
7. Vansovich K.A., Yadrov V.I. Experimental Research the Growth Rate of Surface Cracks in AK6 Aluminium Alloy and in Steel 20 at Biaxial Loading // Proceedings of the Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences. 2013. № 4. P. 436-438.
8. Gagarin Yu.A. Effect of the nature of the stressed state on ductility and failure in structural steels // Strength of Materials. 1978. № 6. P. 70-75.
9. Vazhentsev O.G. Prismatic sample for evaluation of mechanical properties of the material: a.s. 1793320 SSSR. № 4904190/28; zayavl. 22.01.91; opubl. 07.02.93, Byul. № 5.
10. Tsvik L.B. Strengthening holes and axisymmetric static strength choke assemblies // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. 1993. № 1. P. 58-65.
11. Zen'kov E.V., Tsvik L.B., Zapol'skii D.V. Prismatic sample for evaluation of material strength: pat. 2516599 Ros. Federatsiya. № 2012140619/28; zayavl. 29.09.12; opubl. 27.03.14, Byul. № 9.
12. Targ S.M. Short course of theoretical mechanics. M.: Vyssh. shkola, 1986. 416 p.
13. Galin L.A. Contact problems of the theory of elasticity and viscoelasticity. M.: Nauka, 1980. 304 p.
14. Zen'kov E.V., Andreeva A.A. Methods of experimental study of deformation fields through the use of digital optical system // Problemy transporta Vostochnoi Sibiri: sb. nauch. tr. IV Vseros. nauch.-prakticheskoi konf. IrGUPS. Irkutsk, 2013. Ch. 1. P. 95-99.
15. Zen'kov E.V., Tsvik L.B. Experiment-Calculated Evaluation of Stress-Strain State of Laboratory Specimen with Radius Chamfer // Bulletin of Irkutsk State Technical University. 2013. № 9. P. 70-78.
16. Sutton M.A., Ortu J.-J., H.Schreier N. Image Correlation for Shape, Motion and Deformation Measurements // University of South Carolina, Columbia, SC, USA, 2009. 364 p.
17. Malinin N.N. Applied theory of plasticity and creep Prikladnaya teoriya plastichnosti i polzuchesti. M.: Mashinostroenie, 1975. 398 p.
18. Lohr R.D., Ellison E.G., Biaxial high strain fatigue testing of Cr-Mo-V steel // Fatigue Eng. Mater. and Structure. 1980. № 1. P. 19-37.
19. Zenkov E.V., Tsvik L.B. Stress-Strain State of Prismatic Samples with Hollow Chamfers // Russian Engineering Research, 2013. Vol. 33, № 10. P. 562-565.
20. Zenkov E.V., Tsvik L.B. Formation of divergent testing efforts and experimental evaluation of material strength under biaxial stretching // PNRPU Mechanics Bulletin, 2015. № 4. P. 110-120.

О влиянии динамического гасителя колебаний на распределение амплитуд движения точек рабочего органа вибрационной машины

Нгуен Дык Хуинь

Иркутский государственный университет путей сообщения, ул. Чернышевского 15, Иркутск, Россия
huynhd1987@gmail.com

Статья поступила 23.04.2017, принята 20.05.2017

В статье получено развитие теоретической базы обоснования методики определения особенностей распределения амплитуд колебаний рабочего органа вибростенда. Цель исследования заключается в разработке метода построения математической модели вибрационной технологической машины, имеющей расчетную схему в виде твердого тела на упругих опорах. Для решения задач используются структурные математические модели в виде структурных схем эквивалентных в динамическом отношении систем автоматического управления. Применяется аналитический аппарат теории автоматического управления, исследуются особенности взаимодействия рабочего органа стенда и динамического гасителя колебаний. Показаны особенности формирования вибрационного поля при изменении места закрепления динамического гасителя колебаний. Вводится понятие о передаточной функции межпарциальной связи для оценки взаимодействия элементов системы в различных частотных диапазонах. Показано, что изменение места закрепления динамического гасителя колебаний может существенно трансформировать форму и структуру вибрационного поля. Получены аналитические соотношения реализации режима работы, при котором рабочий орган вибростенда может совершать одномерные вертикальные колебания при «обнулении» угловых движений. Результаты исследований представляют интерес для настройки технологических вибрационных машин, а также в целях повышения их динамического качества.

Ключевые слова: динамический гаситель колебаний; передаточная функция; межпарциальная связь; частота динамического гашения; частотная диаграмма.

On the influence of a dynamic vibration damper on the distribution of the amplitude of motion of the points of the vibration machine working member

Nguyen Duc Huynh

Irkutsk State Transport University; 15, Chernyshevskiy St., Irkutsk, Russia
huynhd1987@gmail.com

Received 23.04.2017, accepted 20.05.2017

A theoretical basis has been developed to justify the method for determining the distribution of the amplitudes of vibrations of the working member of the vibration machine. The purpose of the study is to develop a method for constructing a mathematical model of a vibrating technological machine that has a design scheme in the form of a rigid body on elastic supports. To solve the problems, structural mathematical models are used in the form of structural schemes of dynamically equivalent automatic control systems. The analytical apparatus of the theory of automatic control is used. The features of interaction between the working organ of the stand and the dynamic vibration damper are investigated. The features of the formation of a vibrational field are shown when the dynamic damper is changed. To evaluate the interaction of system elements in different frequency ranges, the notion of a transfer function of inter-partial communication is introduced. It is shown that changes in the location of the dynamic vibration damper can significantly change the shape and structure of the vibrational field. The analytical relations of operational mode implementation, in which the working body of the vibration table can make one-dimensional vertical oscillations with "zeroing" of angular motion, are obtained. The results of the research are of interest for technological vibration machines tuning and increasing their dynamic quality.

Keywords: dynamic vibration damper; transfer function; inter-partial communication; frequency of dynamic absorbing; frequency diagram.

Введение

Технологические машины для реализации процессов вибрационного упрочнения деталей, обработки полостей гранулированными рабочими средами, транспортировки и сепарации сыпучих смесей снабжаются рабочими органами в виде твердых тел, совер-

шающих определенные периодические движения. В этом плане показательна работа вибростендов различных конструктивно-технических типов и способов возбуждения вибрации [1–4]. Эффективность технологических процессов и производительность вибростендов и вибрационных технологических машин существен-

ным образом зависят от структуры вибрационного поля, то есть от особенностей распределения амплитуд колебаний точек рабочего органа по его длине. Некоторые технологические процессы, например, перемещение сыпучей смеси вверх по наклонной плоскости или сепарация смесей, требуют, чтобы вибрационные поля имели вполне определенную структуру [5; 6].

Способы настройки и корректировки вибрационных полей реализуются, по существу, в двух направлениях, ориентируясь на изменение условий работы вибровозбудителей или использование специальных средств, применяемых в вибростендах как дополнительные связи. Упомянутые подходы требуют использования достаточно сложных корректирующих механизмов и источников питания для их работы.

Использование динамических гасителей колебаний для коррекции динамических свойств систем рассмотрено в работах [11–13], где затронуты некоторые важные аспекты этой проблемы. Вместе с тем, эффекты влияния динамических связей достаточно разнообразны, что требует учета многих приводящих факторов, в частности оценки влияния на связность движения между координатами объектов с двумя степенями свободы, что характерно для вибрационных технологических стендов.

В статье предложен метод построения математической модели вибрационной технологической машины с динамическим корректором в виде гасителя колебаний для обеспечения определенных форм вибрационного поля.

Некоторые общие положения. Расчетная схема технологической вибрационной машины представляет собой механическую колебательную систему с тремя степенями свободы, как это показано на рис. 1.

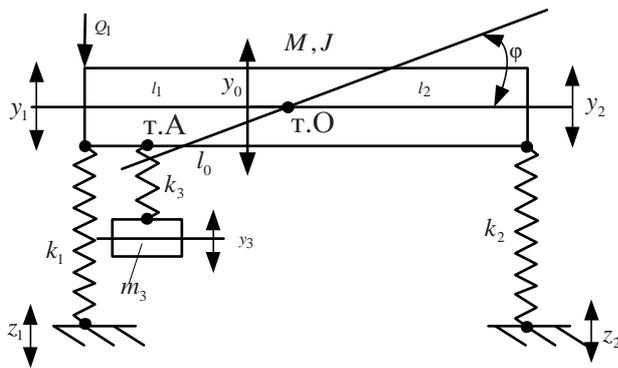


Рис. 1. Расчетная схема технологической вибрационной машины с динамическим гасителем колебаний

Система состоит из твердого тела массой M , имеющего момент инерции J относительно центра тяжести. Динамический гаситель колебаний присоединяется в т. А на расстоянии l_0 от центра тяжести (т. О) твердого тела. Гаситель имеет массу m_3 и подвешен на пружине с жесткостью k_3 . Твердое тело опирается на упругие элементы с жесткостями k_1, k_2 . Предполагается, что система обладает линейными свойствами и совершает малые колебания относительно положения статического равновесия. Движение системы описывается координатами y_1, y_2, y_3 и y_0, φ, y_3 в неподвижном базисе.

Внешняя сила Q_1 приложена в точке закрепления упругого элемента k_1 .

Уравнения движения исходной системы (рис. 1) могут быть построены на основе использования уравнения Лагранжа 2-го рода [14; 15]. Составим выражения для кинетической и потенциальной энергий:

$$T = \frac{1}{2} M \dot{y}_0^2 + \frac{1}{2} J \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} m_3 \dot{y}_3^2, \quad (1)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} k_1 y_1^2 + \frac{1}{2} k_2 y_2^2 + \frac{1}{2} k_3 (y_3 - y_A)^2. \quad (2)$$

Между координатами y_1, y_2, y_3 и y_0, φ, y_A существует ряд соотношений:

$$\left. \begin{aligned} y_0 &= ay_1 + by_2, \varphi = c \cdot (y_2 - y_1), y_1 = y_0 - l_1 \varphi, \\ y_2 &= y_0 + l_2 \varphi, y_A = y_0 - l_0 \varphi, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где $a = \frac{l_2}{l_1 + l_2}, b = \frac{l_1}{l_1 + l_2}, c = \frac{1}{l_1 + l_2}$.

В свою очередь:

$$y_A = ay_1 + by_2 - l_0 c \cdot (y_2 - y_1) = a_1 y_1 + b_1 y_2. \quad (4)$$

При этом выполняются геометрические условия:

$$a_1 = a + l_0 c, \quad b_1 = b - l_0 c. \quad (5)$$

1. Выражения (1), (2) с учетом (3) – (5) можно записать в виде:

$$T = \frac{1}{2} M (a\dot{y}_1 + b\dot{y}_2)^2 + \frac{1}{2} J c^2 (\dot{y}_2 - \dot{y}_1)^2 + \frac{1}{2} m_3 \dot{y}_3^2, \quad (6)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} k_1 y_1^2 + \frac{1}{2} k_2 y_2^2 + \frac{1}{2} k_3 (y_3 - a_1 y_1 - b_1 y_2)^2. \quad (7)$$

Коэффициенты уравнений движения (6), (7) после преобразований Лапласа принимают вид, как приведено в табл. 1.

Таблица 1

Коэффициенты уравнений движения в координатах \bar{y}_1, \bar{y}_2 и \bar{y}_3 при силовом возмущении

a_{11}	a_{12}	a_{13}
$(Ma^2 + Jc^2)p^2 + k_1 + a_1^2 k_3$	$(Mab - Jc^2)p^2 + a_1 b_1 k_3$	$-a_1 k_3$
a_{21}	a_{22}	a_{23}
$(Mab - Jc^2)p^2 + a_1 b_1 k_3$	$(Mb^2 + Jc^2)p^2 + k_2 + b_1^2 k_3$	$-b_1 k_3$
a_{31}	a_{32}	a_{33}
$-a_1 k_3$	$-b_1 k_3$	$m_3 p^2 + k_3$
Обобщенные силы		
\bar{Q}_1	\bar{Q}_2	\bar{Q}_3
\bar{Q}	0	0

Примечание. $\bar{Q}_1, \bar{Q}_2, \bar{Q}_3$ — обобщенные силы при учете возмущений силового вида; $p = j\omega$ — комплексная переменная ($j = \sqrt{-1}$); значок <-> соответствует изображению переменной по Лапласу

Отметим, что процедура получения коэффициентов уравнений в операторной форме в табл. 1 предполагает использование преобразований Лапласа при нулевых начальных условиях [14; 15]. На основе табл. 1 можно

построить структурную математическую модель исходной системы в виде структурной схемы эквивалентной в динамическом отношении системы автоматического управления, что приведено на рис. 2.

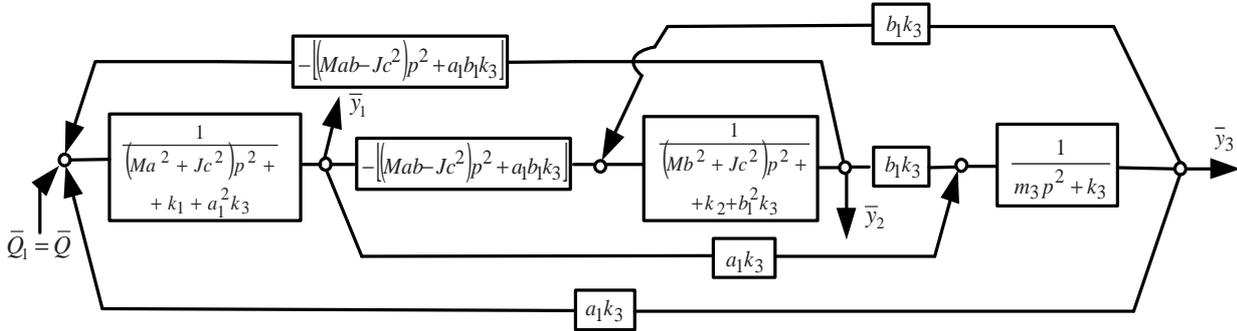


Рис. 2. Структурная математическая модель

Система (рис. 2) состоит из трех парциальных блоков; между парциальными системами y_1, y_2 связь инерционно-упругая (возможно «обнуление»); остальные межпарциальные связи — упругие.

Запишем выражения для передаточных функций системы при силовом возмущении $\bar{Q}_1 \neq 0$ ($\bar{Q}_2 = 0, \bar{Q}_3 = 0$):

$$W_1(p) = \frac{\bar{y}_1}{\bar{Q}_1} = \frac{(m_3 p^2 + k_3) \cdot \left[\frac{(Mb^2 + Jc^2)p^2 + k_2 + k_3 b_1^2}{A(p)} \right] - b_1^2 k_3^2}{A(p)}, \quad (8)$$

$$W_2(p) = \frac{\bar{y}_2}{\bar{Q}_1} = \frac{a_1 b_1 k_3^2 - (m_3 p^2 + k_3) \cdot \left[\frac{(Mab - Jc^2)p^2 + k_3 a_1 b_1}{A(p)} \right]}{A(p)}, \quad (9)$$

$$W_3(p) = \frac{\bar{y}_3}{\bar{Q}_1} = \frac{-b_1 k_3 \cdot \left[\frac{(Mab - Jc^2)p^2 + k_3 a_1 b_1}{A(p)} \right] + a_1 k_3 \cdot \left[\frac{(Mb^2 + Jc^2)p^2 + k_2 + k_3 b_1^2}{A(p)} \right]}{A(p)}, \quad (10)$$

где:

$$A(p) = a_{11} a_{22} a_{33} - a_{11} a_{23}^2 - a_{22} a_{13}^2 - a_{33} a_{12}^2 + 2a_{12} a_{23} a_{13}, \quad (11)$$

— характеристическое частотное уравнение.

Отметим, что значения коэффициентов a_{ij} приводятся в табл. 1.

Оценка динамических свойств системы. Для оценки связности движений между координатами \bar{y}_2 и \bar{y}_1 при действии внешней силы \bar{Q}_1 вводится передаточная функция межпарциальных связей.

$$W_{12}(p) = \frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1} = \frac{a_1 b_1 k_3^2 - (m_3 p^2 + k_3) \cdot \left[\frac{(Mab - Jc^2)p^2 + k_3 a_1 b_1}{(m_3 p^2 + k_3) \cdot \left[\frac{(Mb^2 + Jc^2)p^2 + k_2 + k_3 b_1^2}{A(p)} \right] - b_1^2 k_3^2} \right]}{(m_3 p^2 + k_3) \cdot \left[\frac{(Mb^2 + Jc^2)p^2 + k_2 + k_3 b_1^2}{A(p)} \right] - b_1^2 k_3^2}. \quad (12)$$

Связи между координатой \bar{y}_A и силой \bar{Q} определяются передаточной функцией:

$$W_A(p) = \frac{\bar{y}_A}{\bar{Q}} = \frac{a_1 \bar{y}_1 + b_1 \bar{y}_2}{\bar{Q}} = \frac{(m_3 p^2 + k_3) \left[\frac{(Mb^2 + Jc^2)p^2 + k_2 + b_1^2 k_3}{A(p)} \right] - b_1^2 k_3^2}{A(p)} + b_1 \frac{a_1 b_1 k_3^2 - (m_3 p^2 + k_3) \left[\frac{(Mab - Jc^2)p^2 + a_1 b_1 k_3}{A(p)} \right]}{A(p)}$$

или:

$$W_A(p) = \frac{(m_3 p^2 + k_3) \cdot \left\{ \begin{array}{l} a_1 \cdot \left[\frac{(Mb^2 + Jc^2)p^2 + k_2 + b_1^2 k_3}{A(p)} \right] - \\ - b_1 \cdot \left[\frac{(Mab - Jc^2)p^2 + a_1 b_1 k_3}{A(p)} \right] \end{array} \right\}}{A(p)}. \quad (13)$$

Для оценки динамического состояния из (13) имеются две частоты режимов динамического гашения колебаний.

Первая частота определяется выражением:

$$\omega_{1\text{дин}}^2 = \frac{k_3}{m_3}; \quad (14)$$

вторая частота может быть найдена из уравнения:

$$a_1 \left[\frac{(Mb^2 + Jc^2)p^2 + k_2 + b_1^2 k_3}{A(p)} \right] - b_1 \left[\frac{(Mab - Jc^2)p^2 + a_1 b_1 k_3}{A(p)} \right] = 0, \quad (15)$$

откуда следует:

$$\omega_{2\text{дин}}^2 = \frac{a_1 k_2}{a_1 \cdot (Mb^2 + Jc^2) - b_1 \cdot (Mab - Jc^2)}. \quad (16)$$

Особенности динамических свойств. При рассмотрении частных случаев отметим ряд особенностей:

1. При $l_0 = 0, a_1 = a, b_1 = b$. После подстановки в (15) получим:

$$\omega_{2\text{дин}}^2 = \frac{ak_2}{Jc^2}. \quad (17)$$

2. При $l_0 = l_1$, $a_1 = 1$, $b_1 = 0$. Соответственно имеем:

$$\omega_{2\text{дин}}^2 = \frac{k_2}{Mb^2 + Jc^2}. \quad (18)$$

3. При $l_0 = -l_1$, $a_1 = a - b$, $b_1 = 2b$. Подставляя в (16), получим:

$$\omega_{2\text{дин}}^2 = -\frac{(a-b)k_2}{Mb^2 - Jc^2}. \quad (19)$$

4. При $l_0 = l_2$, $a_1 = 2a$, $b_1 = b - a$. После подстановки в (16) имеем:

$$\omega_{2\text{дин}}^{\text{IV}} = \frac{2ak_2}{Mab + Jc^2}. \quad (20)$$

5. При $l_0 = -l_2$, $a_1 = 0$, $b_1 = 1$. Подставляем в (16), получим:

$$\omega_{2\text{дин}}^{\text{V}} = 0. \quad (21)$$

Режимы динамического гашения колебаний при использовании передаточных функций (8), (9) определяем из условия «обнуления» их числителей. Место закрепления динамического гасителя l_0 имеет существенное значение.

Таким образом, вибрационная технологическая система на частотах:

$$\omega_{\text{дин}}^2 = \frac{k_3}{m_3}. \quad (22)$$

имеет режим динамического гашения колебаний в т. А. В этом случае твердое тело можно рассматривать как рычаг второго рода с точкой вращения т. А. Координаты y_1 , y_2 будут направлены в разные стороны. Распределение амплитуд колебаний промежуточных точек будет определяться прямой, проходящей через точку А. При таком режиме вибрационное поле имеет специфический вид и зону малых колебаний в близости к точке А, что формирует неоднородность взаимодействия рабочей среды с деталью при реализации вибрационного технологического процесса.

Условия равномерности вибрационного поля.

Кроме частоты динамического гашения колебаний, определяемой выражением (22), система в силу особенностей динамического взаимодействия элементов в системе с тремя степенями свободы имеет возможности реализации других режимов динамического гашения колебаний, которые могут определяться из «обнуления» числителей передаточных функций (8) и (9). Частотные уравнения соответственно имеют вид:

$$p^4(Mb^2 + Jc^2)m_3 + p^2 \left[\frac{m_3(k_2 + k_3b_1^2)}{+k_3(Mb^2 + Jc^2)} \right] + k_2k_3 = 0, \quad (23)$$

$$p^4(Mab - Jc^2)m_3 + p^2 \left[\frac{m_3k_3a_1b_1}{+k_3(Mab - Jc^2)} \right] = 0. \quad (24)$$

Уравнение (24) дает одну нулевую частоту. Используя (23), (24), можно получить, учитывая особенности детали, например, в процессах виброупрочнения, необ-

ходимую форму вибрационного поля. Наибольший интерес представляет процесс выравнивания структуры вибрационного поля из условия выполнения соотношения $\frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1} = 1$.

В таком случае частота, на которой реализуются необходимые условия настройки вибрационного поля, определяется выражением (12). На рис. 3 приведена частотная диаграмма для определения частоты $\omega_{\frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1}=1}$

по условиям модельной задачи, для которой принято, что $M = 100 \text{ кг}$, $J = 50 \text{ кгм}^2$, $k_1 = 500 \text{ кН/м}$, $k_2 = 500 \text{ кН/м}$, $a = 0.6 \text{ м}$, $b = 0.4 \text{ м}$, l_0 — изменяется в пределах $l_0 = -0.5 \div +0.5 \text{ м}$, $k_3 = 50 \text{ кН/м}$, $m_3 = 10 \text{ кг}$.

Частотная диаграмма на рис. 3 построена в координатных осях: «ордината — ω_2 — частота колебаний»; абсцисса l_0 — смещение траверсы относительно т. О (центр тяжести рабочего органа). График $\omega_{(1)}^2(l_0)$ обозначен сплошной линией (—) и отражает изменения условий $\frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1} = 1$ в зависимости от значения l_0 .

Если частота режима работы вибростенда должна обуславливать его работу при $\frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1} = 1$, что обеспечивает

структуру равномерного вибрационного поля, то для настройки может быть выбран участок между точками (1) и (2) на графике $\omega_{(1)}^2(l_0)$, что соответствует пределам перемещения траверсы по отношению к центру тяжести (т. О). На частотной диаграмме (рис. 3) приведены графики зависимостей $\omega_{1\text{соб}}^2(l_0)$, $\omega_{2\text{соб}}^2(l_0)$ и $\omega_{3\text{соб}}^2(l_0)$ частот собственных колебаний в зависимости от положения траверсы l_0 . Графики $\omega_{1\text{соб}}^2(l_0)$, $\omega_{2\text{соб}}^2(l_0)$ имеют тенденцию к сближению в области низких частот, что при учете расположения нижней ветви $\omega_{1\text{соб}}^2(l_0)$, а также группирования в этой зоне графиков $\omega_{1\text{дин}}^2(l_0)$ и $\omega_{2\text{дин}}^2(l_0)$, обозначенных соответственно штриховой (— — —) и точечной (.....) линиями, свидетельствует о возможности выхода на режимы неустойчивой работы. Границами таких участков являются тт. (3), (4), (5), (6). В физическом плане близость режима динамического гашения колебаний и резонанса неудобна тем, что изменения параметров системы могут приводить к резким изменениям амплитуд колебаний при небольших вариациях частоты.

Приведенная технология построения математической модели технологического вибрационного процесса, вывода необходимых аналитических зависимостей, определяющих параметры требуемых режимов и условий их устойчивой реализации, по существу, является основой для построения алгоритмов автоматического управления работой вибрационного технологического комплекса, работающего в допустимых пределах обеспечения динамического качества процессов и безопасной эксплуатации оборудования.

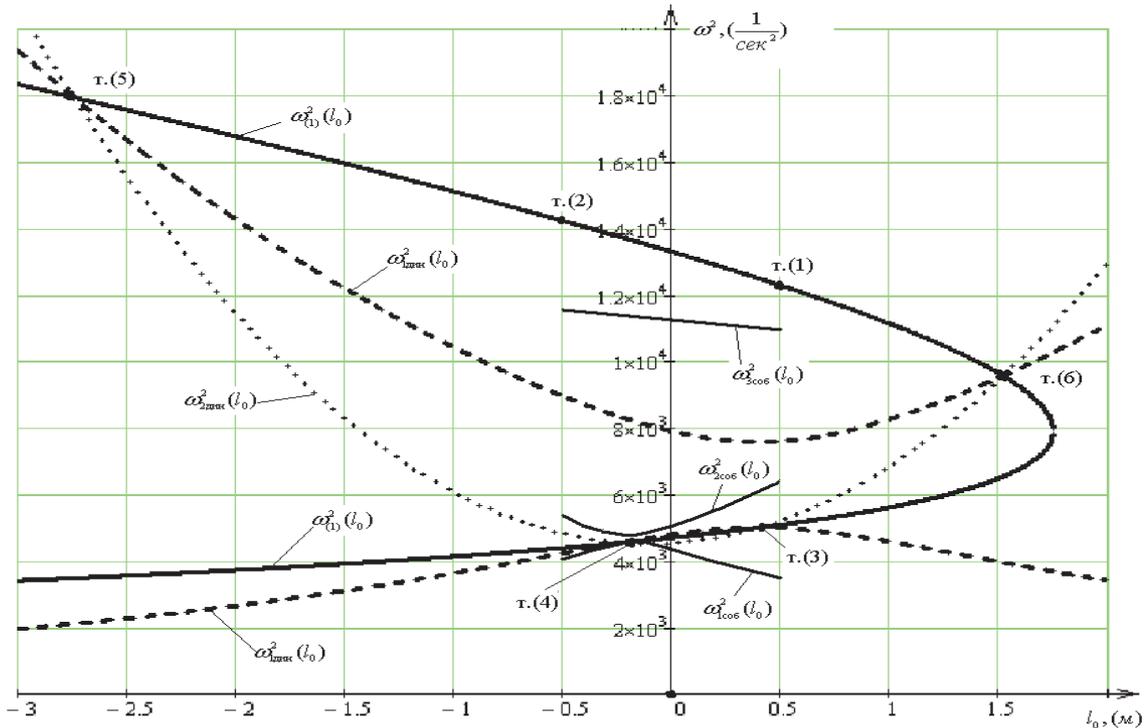


Рис. 3. Частотная диаграмма для определения параметров структуры вибрационного поля: $\omega_{(1)}^2(l_0)$ — частота возбуждения при $\frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1} = 1$; $\omega_{дин}^2(l_0)$ — частота динамического гашения по координате \bar{y}_1 ; $\omega_{дин}^2(l_0)$ — частота динамического гашения по координате \bar{y}_2 ; $\omega_{1соб}^2(l_0)$ — нижняя частота собственных колебаний; $\omega_{2соб}^2(l_0)$ — средняя частота собственных колебаний; $\omega_{3соб}^2(l_0)$ — высшая частота собственных колебаний

Заключение

Введение динамического гасителя колебаний в технологические вибрационные машины обычно направлено на создание в структуре вибрационного поля так называемого узла, который представляет собой неподвижную точку на частоте динамического гашения колебаний. В этом случае амплитуды колебаний точек рабочего органа вибростенда располагаются по схеме организации движения рычага 2-го рода с неподвижной точкой опоры.

Предложена технология поисковых оценочных действий по отношению к динамическим свойствам вибростенда при перемещении точки закрепления динамического гасителя на рабочем органе.

1. Показано, что смещение динамического гасителя может обеспечить создание вибрационного режима без точки типа «узел», в частности обеспечить равномерную структуру вибрационного поля.

2. Получены аналитические соотношения реализации режима работы, при котором рабочий орган вибростенда может совершать одномерные вертикальные колебания при «обнулении» угловых движений.

3. Предложено физическое истолкование причин возможных неустойчивостей, возникающих при реализации вибрационных процессов, что связано со сближением значений частот динамического гашения колебаний и частот собственных колебаний или их группирования в локализованном секторе частот.

Литература

1. Пановко Я.Г. Введение в теорию механических колебаний. М.: Наука, 1991. 255 с.
2. Елисеев А.В., Сельвинский В.В., Елисеев С.В. Динамика вибрационных взаимодействий элементов технологических систем с учетом неударяющих связей. Новосибирск: Наука, 2015. 332 с.
3. Копылов Ю.Р. Динамика процессов виброударного упрочнения: моногр. Воронеж: Науч. книга, 2011. 569 с
4. Елисеев А.В., Кашуба В.Б., Кинаш Н.Ж., Елисеев С.В. Особенности динамических свойств рабочих органов технологических машин при инерционном возбуждении колебания // Вестн. Дон. гос. техн. ун-та. 2016. Т. 16, № 4 (87). С. 63-71.
5. Елисеев А.В., Елисеев С.В., Кашуба В.Б. Методологические подходы к моделированию контактных взаимодействий в вибрационных технологических процессах и машинах с учетом неударяющих связей // SCIENCE, TECHNOLOGY AND LIFE - 2014 Proceedings of the international scientific conference. Editors V.A. Pjehina, V.I. Zhukovskij, N.P. Ketova, A.M. Gazaliev, G.S.Mal'. 2015. С. 146-155.
6. Елисеев А.В., Кинаш Н.Ж., Елисеев С.В. Особенности динамических свойств вибростендов технологического назначения // Приоритеты и научное обеспечение технологического прогресса // Материалы междунар. науч.-практической конф. 2016. С. 66-70.
7. Хоменко А.П., Елисеев С.В., Артюнин А.И., Елисеев А.В., Мухачев Ю.С. Датчик для интегральной оценки динамических состояний: пат. 165705 Рос.Федерация. заявл. 05.05.16; опубл. 27.10.16, Бюл. № 30.

8. Елисеев А.В., Елисеев С.В., Хоменко А.П., Артюнин А.И., Кашуба В.Б. Датчик для контроля динамического состояния вибрационного поля: пат. 166422 Рос. Федерация. заявл. 14.06.16; опубл. 27.11.16, Бюл. № 33.

9. Елисеев С.В., Кузнецов Н.К., Каимов Е.В., Нгуен Д.Х. Рабочий орган вибрационных машин как динамический гаситель колебаний // Вестн. Иркут. гос. техн. ун-та. 2016. № 4 (111). С. 24-39.

10. Елисеев А.В., Елисеев С.В., Борисов Б.Г. Некоторые подходы в формировании структуры вибрационного поля (одномерное вибрационное поле) // Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. 2016. Т. 4, № 1 (21). С. 140-144.

11. Елисеев С.В., Хоменко А.П. Динамическое гашение колебаний: концепция обратной связи и структурные методы математического моделирования. Новосибирск: Наука, 2014. 357 с.

12. Хоменко А.П., Елисеев С.В., Елисеев А.В. Неудерживающие связи в задачах динамики взаимодействий // Безопасность и живучесть технических систем: материалы и докл. V Всерос. конф. 2015. Т. 3 С. 224-229.

13. Хоменко А.П., Елисеев С.В. О некоторых свойствах динамического гашения колебаний в механических системах // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2015. Вып. 2(46). С. 8-19.

14. Елисеев С.В., Резник Ю.Н., Хоменко А.П. Мехатронные подходы в динамике механических колебательных систем. Новосибирск: Наука, 2011. 384 с.

15. Елисеев С.В., Артюнин А.И. Прикладная теория колебаний в задачах динамики линейных механических систем. Новосибирск: Наука, 2016. 459 с.

5. Eliseev A.V., Eliseev S.V., Kashuba V.B. Methodological approaches to modeling of contact interactions in vibrational technological processes and machines, taking into account non-retentive relationships // SCIENCE, TECHNOLOGY AND LIFE - 2014 Proceedings of the international scientific conference. Editors V.A. Iljuhina, V.I. Zhukovskij, N.P. Ketova, A.M. Gazaliyev, G.S.Mal'. 2015. P. 146-155.

6. Eliseev A.V., Kinash N.Zh., Eliseev S.V. Features of dynamic properties of technological shocks // Priority i nauchnoe obespechenie tekhnologicheskogo progressa // Materialy mezhdunar. nauch.-prakticheskoi konf. 2016. P. 66-70.

7. Khomenko A.P., Eliseev S.V., Artyunin A.I., Eliseev A.V., Mukhachev Yu.S. Sensor for integral estimation of dynamic states: pat. 165705 Ros.Federatsiya. zayavl. 05.05.16; opubl. 27.10.16, Byul. № 30.

8. Eliseev A.V., Eliseev S.V., Khomenko A.P., Artyunin A.I., Kashuba V.B. Sensor for monitoring the dynamic state of the vibrating field: pat. 166422 Ros. Federatsiya. zayavl. 14.06.16; opubl. 27.11.16, Byul. № 33.

9. Eliseev S.V., Kuznetsov N.K., Kaimov E.V., Nguen D.Kh. The working body of vibrating machines as a dynamic vibration damper // Bulletin of Irkutsk State Technical University. 2016. № 4 (111). P. 24-39.

10. Eliseev A.V., Eliseev S.V., Borisov B.G. Some approaches to the formation of the structure of the vibrational field (one-dimensional vibrational field) // Aktual'nye napravleniya nauchnykh issledovaniy XXI veka: teoriya i praktika. 2016. Т. 4, № 1 (21). P. 140-144.

11. Eliseev S.V., Khomenko A.P. Dynamic damping of vibrations: the concept of feedback and structural methods of mathematical modeling. Novosibirsk: Nauka, 2014. 357 p.

12. Khomenko A.P., Eliseev S.V., Eliseev A.V. Non-retentive links in problems of interaction dynamics // Bezopasnost' i zhivuchest' tekhnicheskikh sistem: materialy i dokl. V Vseros. konf. 2015. Т. 3. P. 224-229.

13. Khomenko A.P., Eliseev S.V. On some properties of dynamic damping of oscillations in mechanical systems // Modern technologies. System analysis. Modeling. 2015. Vyp. 2 (46). P. 8-19.

14. Eliseev S.V., Reznik Yu.N., Khomenko A.P. Mechatronic approaches in the dynamics of mechanical oscillation systems. Novosibirsk: Nauka, 2011. 384 p.

15. Eliseev S.V., Artyunin A.I. Applied theory of oscillations in problems of dynamics of linear mechanical systems. Novosibirsk: Nauka, 2016. 459 p.

References

1. Panovko Ya.G. Introduction to the theory of mechanical oscillations. M.: Nauka, 1991. 255 p.

2. Eliseev A.V., Sel'vinskii V.V., Eliseev S.V. Dynamics of vibrational interactions of elements of technological systems with allowance for non-constraining bonds. Novosibirsk: Nauka, 2015. 332 p.

3. Kopylov Yu.R. Dynamics of the processes of vibro-impact hardening: monogr. Voronezh: Nauch. kniga, 2011. 569 p.

4. Eliseev A.V., Kashuba V.B., Kinash N.Zh., Eliseev S.V. Features of dynamic properties of working bodies of technological machines during inertial excitation of oscillation // Vestnik of Don State Technical University. 2016. Т. 16, № 4 (87). P. 63-71.

Влияние начертательной геометрии на развитие машиностроения

Г.А. Иващенко^{1 a}, В.И. Якунин^{2 b}, Л.Б. Григорьевский^{1 c}

¹Братский государственный университет, ул. Макаренко 40, Братск, Россия

²Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Волоколамское шоссе 4, Москва, Россия

^aivashenko.home@mail.ru, ^bif9_dec@mai.ru, ^cgrigorevskii@mail.ru

Статья поступила 12.04.2017, принята 20.05.2017

В статье проведен исторический обзор развития графической документации, а также истории становления и развития начертательной геометрии как науки. Изучение этого процесса является неотъемлемой составляющей общей истории мировой науки и техники. Показано непрерывное влияние начертательной геометрии на рост промышленности и строительства. Проведено сопоставление этапов развития графической документации и этапов зарождения и развития машиностроения. Гаспар Монж назвал начертательной геометрией открытую им науку, изучающую теорию построения чертежа. С введением метода Монжа все построения производятся на ортогональных проекциях. С появлением нового метода построения графических документов появляется достаточно простой способ изложения проектных изобретений и инженерных идей для их быстрого применения в машинном производстве, что ознаменовало начало промышленной революции. Показана роль начертательной геометрии в развитии проекционного чертежа как основы промышленного производства и ее влияние на технический прогресс. Обоснована важность изучения графических способов формирования конструкторской документации как важнейшей составляющей современного машиностроения.

Ключевые слова: графические способы изображения; геометрия; начертательная геометрия; история развития начертательной геометрии; автомобилестроение; машиностроение; проекционный чертеж; технический прогресс; конструкторские документы.

Influence of descriptive geometry on the development of machine building

G.A. Ivashchenko^{1 a}, V.I. Yakunin^{2 b}, L.B. Grigorevsky^{1 c}

¹Bratsk State University; 40, Makarenko St., Bratsk, Russia

²Moscow Aviation Institute (National Research University) 4, Volokolamskoe Shosse, Moscow, Russia

^aivashenko.home@mail.ru, ^bif9_dec@mai.ru, ^cgrigorevskii@mail.ru

Received 12.04.2017, accepted 20.05.2017

The article contains a historical review of the development of graphic documentation, as well as the history of the formation and development of descriptive geometry as a science. The study of this process is an integral part of the general history of world science and technology. The continuous influence of descriptive geometry on the growth of industry and construction is shown. The stages of the development of graphic documentation and the stages of the origin and development of machine building are compared. The science, discovered by Gaspard Monge, was called a descriptive geometry. It was the science studying the theory of drawing construction. With the introduction of the Monge method, all constructions are performed on orthogonal projections. With the introduction of a new method for graphic documents constructing, a rather simple way of presenting design inventions and engineering ideas for their rapid application in machine production appeared, which marked the beginning of the industrial revolution. The role of descriptive geometry in the development of the projection drawing as the basis of industrial production is shown. Its impact on technological progress is discussed. The importance of studying graphical methods for the formation of design documentation as an important component of modern machine building is established.

Key words: graphic image methods; geometry; descriptive geometry; history of development of descriptive geometry; motor industry; machine building; projection drawing; technical progress; design documentation.

Происхождение начертательной геометрии уходит в глубокую древность и связано с практической деятельностью человека. Возведение культовых зданий и сооружений, освоение земель и появление картографии, написание живописных полотен — все это способствовало созданию простейших геометрических приемов, давших толчок их дальнейшему развитию и совершенствованию [1].

Изучение процесса становления и развития начертательной геометрии является неотъемлемой составляющей общей истории мировой науки и техники и неразрывно связано с развитием промышленности и строительства. В Китае, Индии, Египте, Вавилонии (территория современного Ирака), Греции и других древних странах сохранились остатки дворцов, крепостей, храмов. Найденные памятники подтверждают, что при

возведении сооружений уже тогда пользовались прообразами чертежей. Изображения планов зданий найдены также на стенах египетских пирамид.

Место и эпоха возникновения геометрии не имеют точного определения. Греки признают родиной геометрии Египет, однако следует заметить, что вавилоняне и китайцы владели не меньшими сведениями в области пространственных взаимоотношений геометрических форм. У китайцев даже сохранился трактат «Чупей», который они считают источником математических познаний. Первая часть трактата относится к XII–XI столетию до н. э. Сохранившиеся постройки и отдельные документы халдеев, живших в Персии с конца X по IV в. до н. э., свидетельствуют об умении производить достаточно точные измерения и графические построения. Относительно точные сведения о древней египетской геометрии изложены в труде Ахмеса (1985–1795 гг. до н. э.), учебнике по арифметике и геометрии.

Демокрит (около 460–370 гг. до н. э.) первым установил, что объем пирамиды и конуса равен соответственно одной трети объема призмы и цилиндра под той же высотой и с той же площадью основания [2]. Греки считают первым геометром Греции первого из семи мудрецов древности, Фалеса Милетского (VII–VI в. до н. э.). Фалес получил образование в Египте и был первым историческим персонажем, неразрывно связанным с геометрией [3].

Пифагор Самосский (570–490 гг. до н. э.) — ученик Фалеса, древнегреческий философ, математик и мистик, создатель религиозно-философской школы пифагорейцев [4]. Преимущественно Пифагору и его ученикам принадлежат первые открытия в геометрии. Преемник Пифагора Платон, живший примерно в 427–347 гг. до н. э., возглавил новую школу, ввел в геометрию аналитический метод, конические сечения и учение о геометрических местах. Эти замечательные открытия ученики Платона выдвинули в новую, более высокую науку по сравнению с существовавшей до сих пор элементарной геометрией, назвав ее трансцендентной геометрией [5].

Систематизировал основы геометрии и восполнил ее пробелы великий александрийский ученый Евклид (III в. до н. э.), первый математик Александрийской школы. Его главная работа «Начала» содержит изложение планиметрии, стереометрии и некоторые элементы теории чисел. Он подвел итог знаний в области математики и геометрии, накопленных человечеством к этому времени [6]. «Начала» Евклида — первый серьезный учебник, по нему в течение двух тысячелетий потомки учились геометрии.

Ктесибий (285–222 г. до н. э.), древнегреческий изобретатель, математик, механик, изобрел гидравлический орган (гидровлос), поршневой насос, водяные часы, камнеметатель и самострел, а также счетчик оборотов (прообраз современного спидометра) и компрессор. Схемы его изобретений послужили важными элементами развивающейся геометрии и прообразами чертежей.

Герон Александрийский, древнегреческий математик и механик (I в. до н. э.), первым изобрел автоматические двери, автомат для продаж, самозаряжающийся автомат, реактивную турбину. Он также вывел множе-

ство формул в геометрии, например, площади правильных многоугольников, объемы правильных геометрических тел и др.

Марк Витрувий — архитектор, инженер, теоретик искусства и архитектуры, жил в Риме во второй половине I века до н.э. Ученым написан трактат «Десять книг об архитектуре», в котором обобщается опыт греческого и римского зодчества. В 10-й книге он описывает возможности построения механизмов для облегчения строительства. Он также описал устройство грузоподъемных и метательных машин, водяных насосов и мельниц [7]. Витрувий оставил множество чертежей, среди которых аксонометрические проекции, чертежи планов и фасадов.

«Золотым веком» греческой геометрии называют эпоху, когда жили и творили Архимед, Эратосфен и Аполлоний Пергский. До наших дней сохранились гениальные сочинения древнегреческого математика, физика и механика Архимеда (287–212 гг. до н. э.). В них определены площадь сегмента параболы, объем шара, свойства спирали Архимеда, объемы сегментов параболоидов, гиперболоидов и эллипсоидов вращения и т. п. Это главные дополнения к «Началам» Евклида. Архимед первым объяснил принцип работы простых машин, основанный на правилах действия рычага, изобрел винт, являющийся основой винтового насоса для подъема воды. Существует распространенное мнение, что изобретение зубчатого колеса также принадлежит ему.

Эратосфен (276–194 гг. до н. э.), греческий математик, астроном, географ, филолог и поэт. В конце III в. до н. э. он первым рассчитал величину земного меридиана и экватора с достаточно большой точностью. Аполлоний Пергский (262–190 гг. до н. э.) обессмертил свое имя трактатами о конических сечениях. Книга оказала огромное влияние на творчество последующих математиков, включая Ферма, Декарта, Ньютона, Лагранжа и многих других [9].

Главный труд Паппа Александрийского (математик и механик эпохи позднего эллинизма, живший и работавший в Александрии в конце III или в начале IV в.) — трактат «Математические собрания» в восьми книгах, который дошел до нас не полностью. В книге изложены собственные исследования автора, касающиеся механики. Здесь же Папп Александрийский рассматривает метрические задачи, имеющие значение при расчете сечений колонн и размеров зубьев в зубчатых зацеплениях. Описал он и устройство грузоподъемных машин. Это сочинение представляет собой учебное руководство для изучающих греческую геометрию — с комментариями, историческими справками, с улучшением и видоизменением известных теорем и доказательств, а также с некоторыми результатами собственных исследований автора [10]. Многие научные выводы античных авторов известны только в той форме, в какой они сохранились у Паппа. Перевод его трактата на латинский язык был издан лишь в 1588 г.

Как известно, упадок античной культуры в эпоху Средневековья привел к глубокому кризису научной мысли, затянувшемуся на столетия, вплоть до эпохи Возрождения. Различные направления геометрии продолжали развиваться, но не было обмена научными

идеями между учеными, а, следовательно, ускорения развития. В это время появляются ремесла, связанные с обработкой металла. Развитие же графических документов происходит лишь в эпоху Ренессанса, в пору бурного развития строительства и искусства. Возведение зданий и сооружений потребовало обращения к разработанным в античном мире элементам графических изображений. Так были построены мануфактуры по производству сверлильных, точильных, шлифовальных станков для ремесленников.

В эпоху Возрождения наибольшую популярность приобрели работы Поджо Браччолини (1380–1459 гг.), десять книг об итальянской архитектуре. Первый перевод трактата на русский язык был осуществлен В. Баженовым и Ф. Каржавиным в 1792–1797 гг. Основоположником перспективы как науки считают итальянского теоретика искусства, архитектора и художника эпохи Возрождения, крупного специалиста в области военных сооружений, архитектора и математика Филиппо Брунеллески (1377–1446 гг.), который одним из первых применил перспективу в своих работах. Купол собора Санта Мария дель Фьоре во Флоренции является одним из его величайших творений [11]. Следует отметить, что перспектива — это прикладная часть начертательной геометрии. Как правило, законы построения перспективы открывали архитекторы и художники, заложившие прочный фундамент этой науки. Сама начертательная геометрия как наука возникнет позже.

Леон Баттиста Альберти (1404–1472 гг.), одаренный математик, физик, замечательный зодчий, скульптор, философ, поэт и музыкант, в трактатах «О живописи» и «О зодчестве» изложил теоретические положения перспективы на математической основе, а в труде «Десять книг о зодчестве» разработал на научной основе теорию рисунка и перспективы и теорию пропорций по принципу греческой антропометрии. Им был предложен практический способ сетки для построения перспективных изображений [12]. Итальянский живописец Пьеро Делла Франческа (Пьеро Дель Борго) (1420–1492 гг.) внес большой вклад в теорию перспективы. В трактатах «О правильных телах» и «О живописной перспективе» он изложил определение перспективы как проекции предмета, полученной в результате пересечения «конуса видимости с картинной плоскостью» [13].

Всемирно известный Леонардо да Винчи (1452–1519 гг.) обогатил теорию линейной перспективы законами построения на внутренней поверхности цилиндра и этим положил начало панорамной перспективе. В «Трактат о живописи» он включил заметки о различных правилах построения перспективных изображений, как то: масштаб глубины, наилучший угол зрения, воздушная перспектива, построение купольной перспективы, монокулярное и бинокулярное зрение, горизонт картины [14]. Достаточно назвать лишь некоторую часть его гениальных изобретений: летательная машина, вертолет, автомобиль, арбалет, скорострельное оружие, военный барабан. Также ему принадлежат первые чертежи автомобиля, в конструкции которого применен пружинный привод (рис. 1). По чертежам были изготовлены и сами «повозки», участвовавшие в парадах.

Немецкий живописец и график Альбрехт Дюрер (1471–1528 гг.), один из величайших мастеров западно-

европейского Ренессанса, первый теоретик искусства среди североевропейских художников, написал книгу «Наставление», в которой дал подробное описание рисованию и методу построения плоских и пространственных кривых. Способ, предложенный Альбрехтом Дюрером, основан на использовании ортогональных проекций, но все же не устанавливает научного единства между этими проекционными методами [15]. Прогресс научных знаний в области перспективы, завоеванных человечеством в эпоху Возрождения, касался основ теории проекционных методов.

Развитие и совершенствование законов графического оформления интеллектуальной деятельности оказало влияние на способы оформления изобретений и усовершенствований, что, в свою очередь, привело к постепенной трансформации мануфактурного производства в машинное.

Французский математик, архитектор и военный строитель Жерар Декарт (1591–1661 гг.) в 1636 г. впервые применил метод координат Декарта и получил новый способ построения наглядных графических изображений — аксонометрических. В 1640 г. Декарт изложил основы архитектурного черчения и теорию резки камней, обогатил способ центрального проецирования. Блез Паскаль (1623–1662 гг.) в свои 16 лет описал конические сечения, за что получил в столь ранние годы звание академика. Пьер Ферма (1601–1665 гг.) работал над методом координат. В 1637 г. Рене Декарт (1596–1650 гг.) в трактате «Геометрия» предложил метод прямоугольных координат и основал аналитическую геометрию. Исаак Ньютон (1642–1747 гг.), исследуя взаимное положение геометрических объектов, использовал способ секущих плоскостей. Немецкий геометр Ламберт (1728–1777 гг.), используя законы перспективы, решил задачу по реконструкции объекта по наглядному изображению. С именем Ламберта связано зарождение проективной геометрии. До конца XVIII столетия продолжается применение отдельных методов и способов изображений, разрабатываются проекции с числовыми отметками, совершенствуется способ наглядного аксонометрического изображения. Но все приемы и способы изображений носят разрозненный характер.

Такие обширные знания в области построения графических изображений, накопленные человечеством, получены в наследство поколением Гаспара Монжа. На этой основе Гаспар Монж вводит две плоскости проекций, расположенные перпендикулярно друг другу. Для перехода к плоскому чертежу он предлагает повернуть горизонтальную плоскость проекций вокруг линии пересечения плоскостей до их совмещения. Так он получает комплексный чертеж (в благодарность ученому названный эпюром Монжа). До тех пор все построения производились в пространственных моделях и зачастую были просто неосуществимы, но с введением метода Монжа построения производятся на ортогональных проекциях. Проекционная связь достигается линией пересечения этих плоскостей проекций, что было впервые выявлено и применено. До Монжа ученые и практики не видели линии пересечения плоскостей проекций, и, соответственно, ось проекций им была неизвестна. В 1787 г. Гаспар Монж обосновал научный

подход в построении на ортогональных проекциях различных геометрических объектов и назвал открытую им науку, изучающую теорию построения чертежа, начертательная геометрия. Первые лекции были прочтаны им в 1794 г.

Гаспар Монж предложил провести реформу народного образования, полагая, что внедрение точных наук, знание машин, изучение чертежей будут способствовать развитию промышленности во Франции и ликвидируют зависимость от иностранной индустрии. Главной целью начертательной геометрии он видел создание языка техники, необходимого для творческих проектов, которые легко реализовать на практике, а также возможность изображать трехмерную форму на плоском листе чертежа [16]. При решении задач прикладного характера, проектировании в машиностроении разработанная Монжем теория проекций позволяла обходиться без изготовления моделей.

С появлением нового метода построения графических документов появляется достаточно простой способ изложения проектных изобретений и инженерных идей для их быстрого применения в машинном производстве. Настало время промышленной революции. Начинают выпускаться первые машины и механизмы, способные переносить человека по земле, воздуху, воде. В 1769 г. французский инженер Николя Кюньо создал трехколесный наземный паровой экипаж (рис. 2).

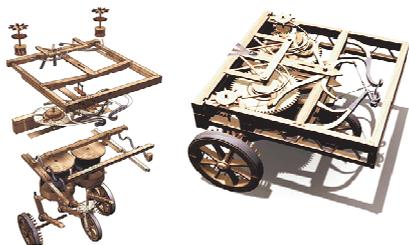


Рис. 1 «Автомобиль» Леонардо Да Винчи

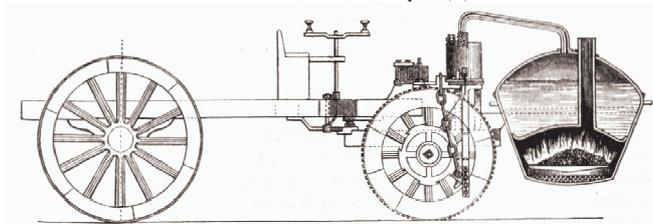


Рис. 2 Паровой экипаж Николя Кюньо

В конце XVIII в. в Англии, Франции, Германии начинает утверждаться капитализм, развивается крупная машинная промышленность. Постройка железных дорог, паровозов, пароходов требовала разработки соответствующих механизмов. Уатт в 1784 г. предложил использовать энергию пара. В 1876 г. в Германии Н. Отто впервые применил четырехтактный двигатель внутреннего сгорания в автомобиле. Автомобиль с бензиновым двигателем был разработан в 1887 г. немецким механиком Г. Даймлером (рис. 3). Чуть позже, в 1895 г. английский изобретатель Ланчестер добавил колеса со спицами и пневматические шины. Началась эра развития средств передвижения. Повсеместное распространение знаний построения конструкторского чертежа позволило открывать заводы по массовому изготовле-

нию средств передвижения. Так, в 1903 г. начал работу завод, построенный Г. Фордом для выпуска первых серийных автомобилей (рис. 4).

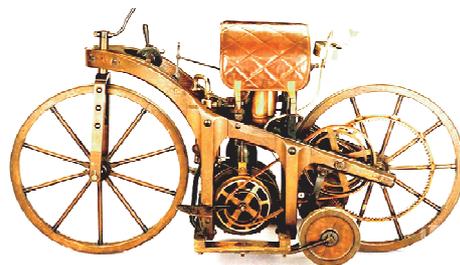


Рис. 3 Автомобиль Г. Даймлера



Рис. 4 Первый серийный автомобиль Форда



Рис. 5 Автомобиль И.П. Кулибина

Развитие графической культуры в России имеет свой собственный путь развития. Дошедшие до нас в сохранности памятники материальной культуры свидетельствуют о большом самобытном мастерстве и способностях зодчих к выполнению чертежей, по которым возводились различные здания и сооружения. Примерами тому являются план надвратной церкви Киево-Печерской лавры (1108 г.), Успенский собор во Владимире (1158–1160 гг.), а также картины Рублева, монументальная живопись, фрески Новгородской школы XIV–XV столетий, миниатюры в рукописных книгах и т. п. Все эти памятники содержат композиции архитектурного характера, законы построения которых похожи на перспективные и аксонометрические. Конечно, проекционной точности они не имели.

На дошедших до наших времен чертежах можно увидеть планы, сочетающиеся с их перспективными изображениями. Например, Богородице-Рождественский собор в Суздале (1222 г.), церковь Василия на Горке в Пскове (1413 г., план и разрез), изображение города Пскова (1597 г.), «план Новгорода», «чертеж Московского Кремля» (1600 г.), а также «Годунов план Москвы» (1616 г.), «план города Киева» (1638 г.), планы городов Сибири, составленные Семеном Ремезовым по указу Петра I, и др. В 1741 г. Ф. Санниковым выполнен чертеж «молотовой фабрики», Ф. Борзовым в 1793 г. — чертеж «подъемные ворота». Иногда для наглядности

рядом с планом здания или сооружения помещали его фасад вместо наглядного изображения. При этом фасад совмещали с горизонтальной плоскостью, вращая его вокруг нижней линии фасада. Таким образом, в России при построении чертежей были использованы способы, близкие к современным проекционным способам, на две взаимно перпендикулярные плоскости.

При Петре I велось большое промышленное строительство на Урале, возводились военные и гражданские сооружения, строились морские и речные суда. Чертежи, по которым велось строительство, были достаточно сложными, что требовало подготовки и специальных знаний, необходимых для выполнения чертежей. Мастера чертежного дела обучались в московской Инженерной школе. Были открыты технические училища, где преподавание черчения велось по учебнику «Приемы циркуля и линейки», изданному в 1725 г.

В XVIII в. навыки проецирования и техника выполнения конструкторских чертежей достигли совершенства. Известные русские изобретатели И.И. Ползунов (1728–1766 гг.), И.П. Кулибин (1735–1818 гг.), отец и сын Е.А. и М.Е. Черепановы (создатели первой в России железной дороги и первого паровоза, токарных, винторезных, строгальных, сверлильных, гвоздильных и других станков) оставили нам чертежи машин и сооружений, являющиеся примерами большого чертежного мастерства. В 1801 г. Ефим Артамонов смастерил первый русский велосипед — двухколесную тележку с педалями и рулем.

Начертательная геометрия еще не была известна в России, но чертежи изобретателя-самоучки И.П. Кулибина представляют собой практически современные ортогональные проекции конструкций его многочисленных изобретений. Достойны восхищения инженерные сооружения И.П. Кулибина, такие как его самые масштабные проекты одноарочного моста через Неву и «самобеглой повозки», прародителя современных автомобилей (1791 г.) (рис. 5). В 1834 г. К.А. Шильдер построил в России подводную лодку. Практически в это же время (1883 г.) А.Ф. Можайский разрабатывает проект первого в мире самолета, имевшего практически современную конструкцию. У самолета Можайского были фюзеляж, шасси, паровая поршневая система, четырехлопастные винты, хвостовое оперение, а также рули поворота и высоты. К сожалению, миру известны лишь изобретатели, получившие патенты на свои изобретения. По этой причине имена многих русских изобретателей остаются в забвении.

Между тем, в России начертательная геометрия в качестве теории разработки инженерных чертежей становится самостоятельной наукой и вводится как обязательный предмет в высших технических учебных заведениях. В 1810 г. ученик Гаспара Монжа — французский инженер К.И. Потье читал лекции в Петербургском институте инженеров путей сообщения. Я.А. Севастьянов (1796–1849 гг.) перевел начертательную геометрию на русский язык, впервые внедрил русскую терминологию, а также осуществил практическое приложение к техническому черчению, рисованию, перспективе и картографии [17, с. 53]. В своей научно-педагогической и общественной деятельности Я.А. Севастьянов стремился широко популяризировать зна-

чение начертательной геометрии, считая, что ее применение в практической инженерной деятельности принесет большую пользу отечественной промышленности. С начала 30-х гг. XIX в. начертательную геометрию начали преподавать во всех высших учебных заведениях России.

Как мы убедились, своим развитием на протяжении многих веков начертательная геометрия и машиностроение обязаны гениям-одиночкам, каждый из которых проявлял талант не в одной, а в нескольких научных областях, чаще всего в геометрии и механике. Умение пространственно мыслить является важным и для геометра, и для инженера. Гаспар Монж, великий математик и инженер, не без оснований утверждал, что «чертеж — язык техники», и видел огромное значение созданной им науки для промышленности. С развитием начертательной геометрии и ее внедрением в образование и конструкторские расчеты начинают бурно развиваться все технические отрасли. Инженерная мысль, получившая графический способ передачи идей, стремительно развивается и способствует подъему автомобилестроения, самолетостроения, паростроения и т. п.

Машиностроение играет важную роль в экономике страны, обеспечивая высокий уровень качества жизни населения и престиж государства на международной арене. Никогда не наступит тот момент, когда человеческое общество перестанет испытывать потребность в новых видах продукции, а, следовательно, всегда будут нужны новые машины и механизмы по их производству. Невозможно остановить развитие машиностроения, а вместе с ним науки и техники. Сегодня человечество не может ждать появления гениев-одиночек, специалистов высокого класса должны готовить образовательные учреждения с учетом того, что проектирование и производство во всех отраслях промышленности и строительства тесно связаны с умением выполнять и читать чертежи.

Ведущие конструкторы на любом производстве должны обладать недюжинными способностями и в области своей специализации, и в области научного поля начертательной геометрии. Сегодня метод Монжа обогащается мощными инструментами, представляющими собой различные графические пакеты (САПР), которые позволяют конструкторам с легкостью решать сложные геометро-графические задачи. Постоянно осуществляется поиск принципиально новых технологических решений, рождаются изобретения, разрабатываются оригинальные конструкции. Инженеры и ученые проектируют, строят и производят испытания машин и механизмов всех типов. Умение читать чертежи, разрабатывать конструкторскую документацию является необходимым профессиональным качеством современного инженера.

Литература

1. Комацу Мацуо. Многообразие геометрии [Электронный ресурс]. М.: Знание, 1981. 179 с. // Википедия: портал. URL: <https://ru.wikipedia.org/wiki/Геометрия> (дата обращения: 18.05. 2016).

2. Верлинский А.Л. Необходимость, случайность, свобода [Электронный ресурс]: Демокрит и его наследники // *Linguistica et philologica*: сб. ст. к 75-летию Ю.В. Откупщикова. СПб., 1999. С. 211-238 // Википедия: портал. URL. <https://ru.wikipedia.org/wiki/Демокрит> (дата обращения 20.05.2016).

3. Махлак К.А. Лекция I. Фалес Милетский [Электронный ресурс]: История античной философии. Введение в христианскую мысль. СПб.: Изд-во Ин-та философии и богословия, 2009. 312 с. // Википедия: портал. URL. https://ru.wikipedia.org/wiki/Фалес_Милетский (дата обращения: 22.05.2016).

4. Жмудь Л.Я. Пифагор и ранние пифагорейцы [Электронный ресурс]. М., 2012. 445 с. // Википедия: портал. URL. <https://ru.wikipedia.org/wiki/Пифагор> (дата обращения: 20.05.2016).

5. Платон: собр. соч. В 4 т. / под общ. ред. А.Ф. Loseva, В.Ф. Асмуса, А.А. Тахо-Годи. М.: Мысль, 1990 – 1994. Т. 4. 830 с. (Сер. «Философское наследие»).

6. Щетников А.И. Вторая книга «Начал» Евклида [Электронный ресурс]: её математическое содержание и структура. Историко-математические исследования. М., 2007. Вып. 12(47). С. 166-187 // Википедия: портал. URL. <https://ru.wikipedia.org/wiki/Евклид> (дата обращения: 08.06.2016).

7. Лебедева Г.С. Новейший комментарий к трактату Витрувия «Десять книг об архитектуре» [Электронный ресурс]. М.: УРСС, 2003. 160 с. // Википедия: портал. URL. <https://ru.wikipedia.org/wiki/Витрувий> (дата обращения: 20.06.2016).

8. Витрувий. Десять книг об архитектуре / пер. с латинс. Ф.А. Петровского. Изд. 2-ое, исправл. М.: Едиториал УРСС, 2003. 320 с. (Из истории архитектурной мысли).

9. Розенфельд Б.А. Аполлоний Пергский. М.: МЦНМО, 2004. 176 с.

10. Рыбников К.А. История математики [Электронный ресурс]. 2-е изд. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1974. 456 с. // Википедия: портал. URL. https://ru.wikipedia.org/wiki/Папп_Александрийский (дата обращения: 29.06.2016).

11. Степанов А.В. Искусство эпохи Возрождения. Италия. XIV–XV века. СПб.: Азбука-классика, 2003. 504 с.

12. Абрамсон М.Л. От Данте к Альберти / отв. ред. З.В. Удальцова; Акад. наук СССР. М.: Наука, 1979. 176 с. (Из истории мировой культуры).

13. Астахов Ю. Пьеро дела Франческа. М.: Белый город, 2013. 186 с.

14. Zubov V.P. Leonardo da Vinci. 1452–1519 / отв. ред. М.В. Зубова; Рос. Акад. наук. Изд. 2-е, доп. М.: Наука, 2008. 352 с. (Науч.-биографическая лит.).

15. Бартрум Д. Дюрер: пер. с англ. М.: Ниола-Пресс, 2010. 96 с. (Из собр. Британского музея).

16. Литвинова Н.Б. Теория и практика инновационного подхода к системе образования при подготовке будущих инженеров средствами графических дисциплин на примере предметной области начертательной геометрии: дис. ... д-ра пед. наук. М., 2010. 455 с.

17. Иващенко Г.А., Григорьевский Л.Б., Григорьевская Л.П. Начертательная геометрия – наука и учебная дисциплина. История развития и ее роль в техническом прогрессе // Совершенствование качества образования: материалы XIII (XXIX) Всерос. науч.-методической конф. Братск, 2016. Ч. 3. С. 287.

References

1. Komatsu Matsuo. A variety of geometries [Elektronnyi resurs]. M.: Znanie, 1981. 179 p. // Vikipediya: portal. URL. <https://ru.wikipedia.org/wiki/Geometriya> (data obrashcheniya: 18.05.2016).

2. Verlinskii A.L. Necessity, chance, freedom [Elektronnyi resurs]: Democritus and his heirs // *Linguistica et philologica*: sb. st. k 75-letiyu Yu.V. Otkupshchikova. SPb., 1999. P. 211-238 // Vikipediya: portal. URL. <https://ru.wikipedia.org/wiki/Demokrit> (data obrashcheniya 20.05.2016).

3. Makhlak K.A. Lecture I. Thales of Miletus [Elektronnyi resurs]: History of ancient philosophy. Introduction to Christian thought. SPb.: Izd-vo In-ta filosofii i bogosloviya, 2009. 312 p. // Vikipediya: portal. URL. https://ru.wikipedia.org/wiki/Fales_Miletskii (data obrashcheniya: 22.05.2016).

4. Zhmud' L.Ya. Pythagoras and the early Pythagoreans [Elektronnyi resurs]. M., 2012. 445 p. // Vikipediya: portal. URL. <https://ru.wikipedia.org/wiki/Pifagor> (data obrashcheniya: 20.05.2016).

5. Plato: sobr. soch. V 4 t. / pod obshch. red. A.F. Loseva, V.F. Asmusa, A.A. Takho-Godi. M.: Mysl', 1990-1994. T. 4. 830 p. (Ser. «Filosofskoe nasledie»).

6. Shchetnikov A.I. The second book of "Elements" of Euclid [Elektronnyi resurs]: Its mathematical content and structure. Historical and mathematical research. M., 2007. Vyp. 12 (47). P. 166-187. // Vikipediya: portal. URL. <https://ru.wikipedia.org/wiki/Evklid> (data obrashcheniya: 08.06.2016).

7. Lebedeva G.S. The newest commentary to the treatise Vitruvius "Ten books on architecture" [Elektronnyi resurs]. M.: URSS, 2003. 160 p. // Vikipediya: portal. URL. <https://ru.wikipedia.org/wiki/Vitruvii> (data obrashcheniya: 20.06.2016).

8. Vitruvii. Ten books on architecture / per. s latin. F.A. Petrovskogo. Izd. 2-oe, ispravl. M.: Editorial URSS, 2003. 320 p. (Iz istorii arkhitekturnoi mysli).

9. Rozenfel'd B.A. Apollonius of Perga. M.: MTsNMO, 2004. 176 p.

10. Rybnikov K.A. History of Mathematics [Elektronnyi resurs]. 2-e izd. M.: Izd-vo Mosk. un-ta, 1974. 456 p. // Vikipediya: portal. URL. https://ru.wikipedia.org/wiki/Papp_Aleksandriiskii (data obrashcheniya: 29.06.2016).

11. Stepanov A.V. The art of the Renaissance. Italy. XIV-XV century. SPb.: Azbuka-klassika, 2003. 504 p.

12. Abramson M.L. From Dante to Alberti / отв. red. Z.V. Udaltsova; Akad. nauk SSSR. M.: Nauka, 1979. 176 p. (Iz istorii mirovoi kul'tury).

13. Astakhov Yu. Piero della Francesca. M.: Belyi gorod, 2013. 186 p.

14. Zubov V.P. Leonardo da Vinci. 1452-1519 / отв. red. M.V. Zubova; Ros. Akad. nauk. Izd. 2-e, dop. M.: Nauka, 2008. 352 p. (Nauch.-biograficheskaya lit.).

15. Bartrum D. Dyrer: per. s angl. M.: Niola-Press, 2010. 96 s. (Iz sobr. Britanskogo muzeya).

16. Litvinova N.B. Theory and practice of the innovative approach to the education system in the preparation of future engineers by means of graphic disciplines on the example of the subject area of descriptive geometry: dis. ... d-ra ped. nauk. M., 2010. 455 p.

17. Ivashchenko G.A., Grigorevskii L.B., Grigorevskaya L.P. Descriptive geometry is a science and a discipline. History of development and its role in technical progress // Sovershenstvovanie kachestva obrazovaniya: materialy KhIII (KhKhIKh) Vseros. nauch.-metodicheskoi konf. Bratsk, 2016. Ch. 3. P. 287.