МОДЕЛИРОВАНИЕ И УПРАВЛЕНИЕ В ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

УДК 681.5 DOI: 10.18324/2077-5415-2017-1-48-53

Построение передаточной функции системы по формуле Мэзона в символьной форме

Ю.Н. Алпатов[a], Л.В. Веревкин[b], В.А. Лисиенко[c]

Братский государственный университет, ул. Макаренко 40, Братск, Россия
[a] iipm@brstu.ru, [b]leo_proxy@mail.ru, [c] techmach@brstu.ru
Статья поступила 12.01.2017, принята 18.02.2017

В статье предлагается метод перебора структур для создания новых элементов систем. При переборе большого числа структур получаем множество передаточных функций и выбираем наилучшую (простую). Для выбранной передаточной функции составляется система уравнений, решение которой приводит к получению параметров. Предложен метод, формализующий проведение исследований систем управления. При синтезе систем управления подвергается тщательному анализу процесс построения структурной схемы системы, однако методики, позволяющие формализовать этот творческий процесс исследований, отсутствуют. В связи с этим предлагается проводить синтез компоненты системы управления по следующему алгоритму: определяется $W_k(S)$, затем выбирается одна из возможных структур для реализации $W_k(S)$, используя правило Мэзона, и находится передаточная функция искомой системы $W(S)_{иск}$. Приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях полиномов в $W_k(S)$ и $W(S)_{иск}$, составим и решим систему нелинейных уравнений, а в случае невозможности решения — переходим к новой возможной структуре. Доведение компонента до уровня реализации предлагается осуществлять двумя методами: методом генерации структур из элементарных звеньев и методом разложения синтезируемой передаточной функции в виде структуры цепной дроби для звеньев первого порядка. Выполняя данные этапы, произведен перебор структур для нахождения искомой передаточной функции. Предложена методика вычисления передаточной функции для цепной дроби. Вычислена передаточная функция для цепной дроби.

Ключевые слова: звенья; структура; полином; нелинейные уравнения; синтез; топология; графы; компонент; цепная дробь; структурное число.

Creation of a transfer function of system on Mezon's formula in a symbolical form

Yu.N. Alpatov[a], L.V. Verevkin[b], V.A. Lisienko[c]

Bratsk State University, 40, Makarenko St., Bratsk, Russia
[a] iipm@brstu.ru, [b] leo_proxy@mail.ru, [c] techmach@brstu.ru
Received 12.01.2017, accepted 18.02.2017

The article deals with the search method of structures for creation of new elements of systems. Searching for a large number of structures, it is possible to receive a multitude of transfer functions and select the best (simplest) one. For the selected transfer function, the system of equations is formed. Being solved, this system helps to obtain necessary parameters. The method, formalizing experimentation of control systems, is offered. At the synthesis of control systems, the process of creation of the block diagram of the system is carefully studied. However, there are no research techniques, which help to formalize this creative process. The synthesis of a control system component is carried out with the following algorithm: $W_k(S)$ is defined, then, using Mezon's rule, one of the possible structures for implementation of $W_k(S)$ is selected, the transfer function of a required system $W(S)_{иск}$ is found. Equating coefficients at identical levels of polynomials in $W_k(S)$ and $W(S)_{иск}$, the system of non-linear equations is created and solved. If it is not possible to solve the equations, a new possible structure is used. Carrying a component to realization level can be fulfilled by two methods: by the method of structure generation from elementary units and method of decomposition of a synthesizable transfer function in the form of a continued fraction structure for the first order links. Doing these tasks, the search of structures for finding a required transfer function is performed. The calculation technique of a transfer function for a continued fraction is offered. The transfer function for a continued fraction is calculated.

Key words: element; structure; polynom; non-linear equations; synthesis; topology; graphs; component; continued fraction; structural number.

Введение

В предыдущей статье изложена методика перебора структур [1]. Соответственно, перебирая большое количество структур, в конечном итоге увеличиваем вероятность разрешения системы уравнений.

Синтез компоненты системы управления проводим по следующему алгоритму:

1) определяем $W_k(S)$;

2) выбираем одну из возможных структур для реализации $W_k(S)$;

3) по выбранной структуре, используя правило Мэзона, находим передаточную функцию искомой системы $W(S)_{иск}$;

4) приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях полиномов в $W_k(S)$ и $W(S)_{иск}$, составляем систему нелинейных уравнений;

5) решаем систему нелинейных уравнений [2–5], а в случае невозможности решения переходим к новой возможной структуре;

6) по окончании перебора структур выбирается подходящее решение.

Построение передаточной функции. Пусть задан граф [6–8] системы (рис. 1). Поставим в соответствие каждой ветви графа $G(X,U)$ число $C(U) \geq 0$ из натурального ряда чисел, причем, присвоим индексы ветвям, идущим в направлении прямого пути, и ветвям, идущим в обратном направлении. Предположим, граф системы имеет один путь, и каждый из контуров образуется одной ветвью «обратной» связи и конечным числом «прямых» ветвей. Обозначим ветви, идущие в направлении прямого пути (прямые ветви), числами $1, 2, 3\ldots, n$, а ветви, идущие в обратном направлении — $1', 2', 3'\ldots, m'$ (обратные ветви).

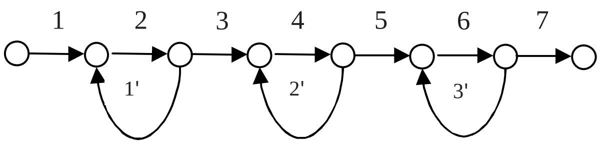

Рис. 1. С-граф многоконтурной системы

Граф такого вида можно описать следующей матрицей (рис. 2):

$$C = \begin{array}{c} \\ 1' \\ 2' \\ 3' \\ 4' \\ 5' \\ 6' \\ 7' \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8^* \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Рис. 2. Матрица С, отражающая структуру графа С

Каждая строка матрицы описывает один контур. Если i-я прямая ветвь инцидентна j-му контуру (ветвь «прямая» входит в состав контура), то на пересечении строки, соответствующей «обратной» ветви, и столбца, соответствующего номеру ветви, записывается 1, в противном случае — 0. В (n + 1) столбце записывается информация о виде контура: 1 — если это обычный контур, 0 — «вырожденный» (ветвь не охвачена обратной связью).

Матрица полностью и однозначно отражает структуру графа. Используя матрицу, можно определить передаточную функцию графа в соответствии с формулой Мэзона.

Рассмотрим подробнее эту методику.

Формула Мэзона в общем виде записывается так:

$$W(S) = \frac{\sum W(S)_i \left(1-\sum W(S)_{ik_1}+\sum W(S)_{ik_2}-\sum W(S)_{ik_3}+\ldots\right)}{1-\left(1-\sum W(S)_{k_1}+\sum W(S)_{k_2}-\sum W(S)_{k_3}+\ldots\right)}, \quad (1)$$

где $W(S)_i$ — передача i-го прямого пути; $\sum W(S)_{k_1}$ — сумма передач всех контуров; $\sum W(S)_{k_2}$ — сумма произведений передач, не касающихся пар контуров; $\sum W(S)_{k_3}$ — сумма произведений передач не касающихся друг друга троек контуров и т. д.; $\sum W(S)_{ik_1}$ — сумма передач всех контуров, не касающихся i-го пути и друг друга; $\sum W(S)_{ik_2}$ — сумма произведений передач всех троек контуров, не касающихся i-го пути и друг друга и т. д.

Рассмотрим построение передаточной функции по матрице С (рис. 2).

Для определения $W(S)$ осуществляем логическое суммирование всех строк (исключая элементы последнего столбца) и записываем их номера в порядке возрастания, т. е.:

$$W(S) = 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7. \quad (2)$$

Для определения $\sum W(S)_{k_1}$ суммируем передачи всех столбцов (исключая элементы последнего столбца и строки, в которой последний элемент равен 0) и приписываем каждой строки ее номер, совпадающий с номером обратной связи, т. е. получим:

$$\sum W(S)_{k_1} = \left[2\cdot 1' + 4\cdot 2' + 6\cdot 3'\right]. \quad (3)$$

Для определения $\sum W(S)_{k_2}$ первую строку сопоставляем со второй. Если они не имеют элементов равных или отличающихся на единицу (на один столбец), то перемножаем числа. Далее эту строку сравниваем со второй, третьей, четвертой и т. д., аналогично сравнивается вторая строка, третья и т. д.

$$\sum W(S)_{k_2} = \left[(2\cdot 1')\cdot(4\cdot 2') + (2\cdot 1')\cdot(6\cdot 3') + (4\cdot 2')\cdot(6\cdot 3')\right] \quad (4)$$

$$\sum W(S)_{k_3} = \left[(2\cdot 1')\cdot(4\cdot 2')\cdot(6\cdot 3')\right] \quad (5)$$

$$\sum W(S)_{k_4} = 0 \quad (6)$$

После нахождения всех неизвестных запишем $W(S)_{иск}$ в символьной форме:

$$W(S)_{иск} = \frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7(1-0)}{1-[2\cdot 1' + 4\cdot 2' + 6\cdot 3'] + [(2\cdot 1')\cdot(4\cdot 2') + (2\cdot 1')\cdot(6\cdot 3') + (4\cdot 2')\cdot(6\cdot 3')] - [(2\cdot 1')\cdot(4\cdot 2')\cdot(6\cdot 3')]}$$

Решение задач по данной теории. Пусть задан граф многоконтурной системы (рис. 3).

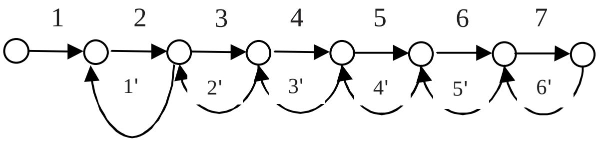

Рис. 3. Граф многоконтурной системы

На основе данного графа получим матрицу (рис. 4).

$$
C = \begin{array}{c} \\ 1' \\ 2' \\ 3' \\ 4' \\ 5' \\ 6' \\ 7' \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8^* \end{array} \\
\begin{bmatrix}
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix}
\end{array}
$$

Рис. 4. Матрица графа многоконтурной системы

Проведем вычисление искомых значений:

$$W(S) = 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7$$

$$\sum W(S)_{k_1} = \left[2\cdot 1' + 3\cdot 2' + 4\cdot 3' + 5\cdot 4' + 6\cdot 5' + 7\cdot 6'\right]$$

$$\sum W(S)_{k_2} = [(2\cdot 1')\cdot(4\cdot 3') + (2\cdot 1')\cdot(5\cdot 4') + $$
$$ + (2\cdot 1')\cdot(6\cdot 5') + (2\cdot 1')\cdot(7\cdot 6')] + [(3\cdot 2')\cdot(5\cdot 4') + $$
$$ + (3\cdot 2')\cdot(6\cdot 5') + (3\cdot 2')\cdot(7\cdot 6')] + [(4\cdot 3')\cdot(6\cdot 5') + $$
$$ + (4\cdot 3')\cdot(7\cdot 6')] + [(5\cdot 4')\cdot(7\cdot 6')]$$

$$\sum W(S)_{k_3} = \left[(2\cdot 1')\cdot(4\cdot 3')\cdot(6\cdot 5') + (3\cdot 2')\cdot(5\cdot 4')\cdot(7\cdot 6')\right]$$

$$\sum W(S)_{k_4} = 0$$

$$W(S)_{иск} = \frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7(1-0)}{\begin{array}{l} 1-[2\cdot 1' + 3\cdot 2' + 4\cdot 3' + 5\cdot 4' + 6\cdot 5' + 7\cdot 6'] + \\ +[(2\cdot 1')\cdot(4\cdot 3') + (2\cdot 1')\cdot(5\cdot 4') + \\ +(2\cdot 1')\cdot(6\cdot 5') + (2\cdot 1')\cdot(7\cdot 6')] + \\ +[(3\cdot 2')\cdot(5\cdot 4') + (3\cdot 2')\cdot(6\cdot 5') + \\ +(3\cdot 2')\cdot(7\cdot 6')] + [(4\cdot 3')\cdot(6\cdot 5') + \\ +(4\cdot 3')\cdot(7\cdot 6')] + [(5\cdot 4')\cdot(7\cdot 6')] - \\ -(2\cdot 1')\cdot(4\cdot 3')\cdot(6\cdot 5') + (3\cdot 2')\cdot(5\cdot 4')\cdot(7\cdot 6') \end{array}}$$

Данным методом возможно нахождение передаточной функции и для сложных графов (рис. 5):

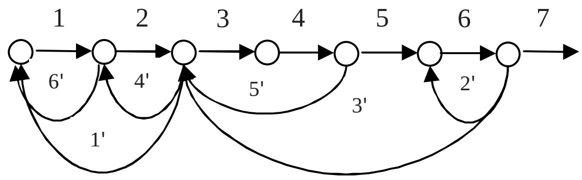

Рис. 5. Граф многоконтурной системы

В соответствии с заданным графом получим следующую матрицу (рис. 6).

$$
C = \begin{array}{c} \\ 1' \\ 2' \\ 3' \\ 4' \\ 5' \\ 6' \\ 7' \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8^* \end{array} \\
\begin{bmatrix}
1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0
\end{bmatrix}
\end{array}
$$

Рис. 6. Матрица, построенная по графу 5

$$W(S) = 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7$$

$$\sum W(S)_{k_1} = [1\cdot 2\cdot 1' + 6\cdot 2' + 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 3' + $$
$$ + 2\cdot 4' + 3\cdot 4\cdot 5' + 1\cdot 6']$$

$$\sum W(S)_{k_2} = [(1\cdot 2\cdot 1')\cdot(6\cdot 2')] + [(6\cdot 2')\cdot(2\cdot 4') + $$
$$ + (6\cdot 2')\cdot(3\cdot 4\cdot 5') + (6\cdot 2')\cdot(1\cdot 6')] + [(3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 3')\cdot(1\cdot 6') + $$
$$ + (3\cdot 4\cdot 5')\cdot(1\cdot 6')]$$

$$\sum W(S)_{k_3} = [(6\cdot 2')\cdot(3\cdot 4\cdot 5')\cdot(1\cdot 6')]$$

$$\sum W(S)_{k_4} = 0$$

$$W(S)_{иск} = \frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7(1-0)}{\begin{array}{l} 1-[1\cdot 2\cdot 1' + 6\cdot 2' + 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 3' + 2\cdot 4' + \\ +3\cdot 4\cdot 5' + 1\cdot 6'] + [(1\cdot 2\cdot 1')\cdot(6\cdot 2')] + [(6\cdot 2')\cdot \\ \cdot(2\cdot 4') + (6\cdot 2')\cdot(3\cdot 4\cdot 5') + (6\cdot 2')\cdot(1\cdot 6')] \\ +[(3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 3')\cdot(1\cdot 6') + (3\cdot 4\cdot 5')\cdot(1\cdot 6')] + \\ +[(6\cdot 2')\cdot(3\cdot 4\cdot 5')\cdot(1\cdot 6')] \end{array}}$$

Если существует несколько путей на графе, то алгоритм несколько усложняется, так как матрица С пишется в трехмерном виде [2].

Получим значение $W(S)_{иск}$ в символьной форме. Вместо каждого номера $1, 2, ..., n$ и $1', 2', ..., m'$, соответствующего структуре компонента, нужно подставить значение компонента (т. е. передаточную функцию звена) с независимыми параметрами, например в таком виде:

$$W(S)_{ki} = \frac{k_{1i}\cdot S + k_{2i}}{k_{3i}\cdot S + k_{4i}}$$

В этом звене индекс каждого коэффициента состоит из двух цифр. Первая цифра указывает индекс каждого коэффициента в звене и степень S, при которой находится данный коэффициент. Вторая цифра указывает номер звена: от 1,..., n — элементы прямого пути, от $n+1$ до $n+m$ — элементы обратных связей.

После подстановки значений $W(S)_{ki}$ в формулу передачи $W(S)_{иск}$, записанную в виде структурных чисел, производится перемножение полиномов, сложение, приведение подобных членов. Затем приравниваются коэффициенты для операторов S, входящих в $W(S)_{иск}$ и $W(S)$, формируется система нелинейных уравнений, разрешением которой заканчивается этап синтеза для одной структуры и осуществляется переход ко второй структуре и т. д. [9–11].

Метод генерации структур из элементарных звеньев. Перебирая различные структуры, возможно найти оптимальную передаточную функцию. Пусть имеется простейший граф, для которого можно выбрать варианты структуры, используя комбинацию компонентов. Произведем генерацию передаточных функций для всех вариантов (рис. 7):

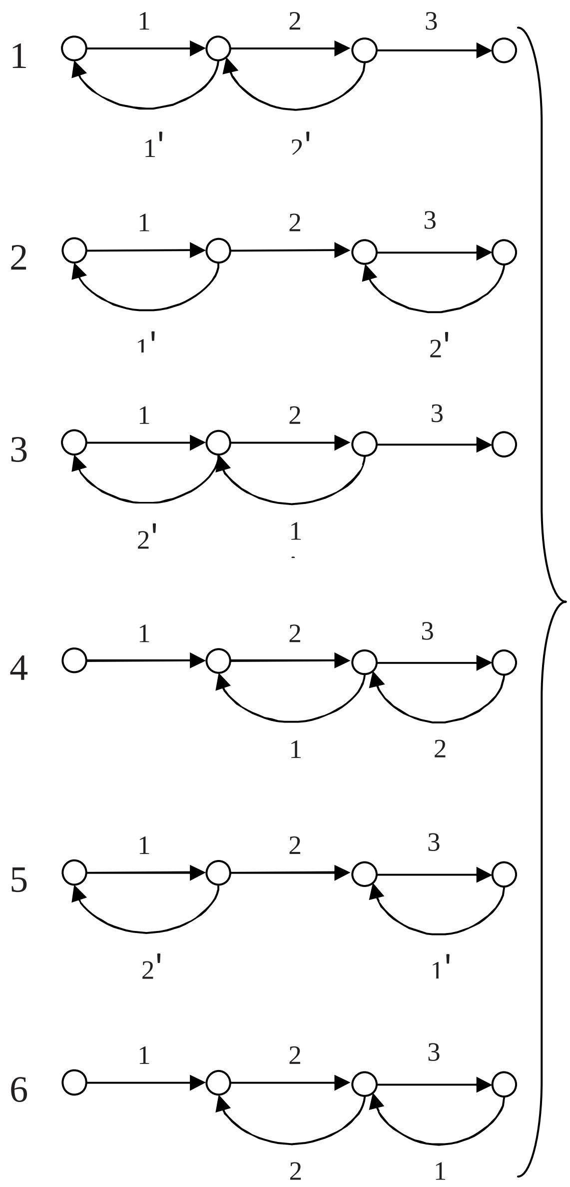

Рис. 7. Простейший граф, формирующий структуры

Запишем матрицу С для графа под номером 1:

$$C = \begin{array}{c} \\ 1' \\ 2' \\ 3' \end{array} \begin{array}{c} \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4^* \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

$W(S) = 1 \cdot 2 \cdot 3$

$\sum W(S)_{k_1} = [1 \cdot 1' + 2 \cdot 2']$

$\sum W(S)_{k_2} = 0$

$\sum W(S)_{k_3} = 0$

$$W(S)_{иск} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3(1-0)}{1-[1 \cdot 1' + 2 \cdot 2']}$$

Запишем матрицу С для графа под номером 2:

$$C = \begin{array}{c} \\ 1' \\ 2' \\ 3' \end{array} \begin{array}{c} \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4^* \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

$W(S) = 1 \cdot 2 \cdot 3$

$\sum W(S)_{k_1} = [1 \cdot 1' + 3 \cdot 2']$

$\sum W(S)_{k_2} = [(1 \cdot 1') \cdot (3 \cdot 2')]$

$\sum W(S)_{k_3} = 0$

$$W(S)_{иск} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3(1-0)}{1-[1 \cdot 1' + 3 \cdot 2'] + [(1 \cdot 1') \cdot (3 \cdot 2')]}$$

Запишем матрицу С для графа под номером 3:

$$C = \begin{array}{c} \\ 1' \\ 2' \\ 3' \end{array} \begin{array}{c} \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4^* \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

$W(S) = 1 \cdot 2 \cdot 3$

$\sum W(S)_{k_1} = [2 \cdot 1' + 1 \cdot 2']$

$\sum W(S)_{k_2} = 0$

$\sum W(S)_{k_3} = 0$

$$W(S)_{иск} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3(1-0)}{1-[2 \cdot 1' + 1 \cdot 2']}$$

Запишем матрицу С для графа под номером 4:

$$C = \begin{array}{c} \\ 1' \\ 2' \\ 3' \end{array} \begin{array}{c} \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4^* \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

$W(S) = 1 \cdot 2 \cdot 3$

$\sum W(S)_{k_1} = [2 \cdot 1' + 3 \cdot 2']$

$$\sum W(S)_{k_2} = 0$$

$$\sum W(S)_{k_3} = 0$$

$$W(S)_{иск} = \frac{1\cdot 2\cdot 3(1-0)}{1-\left[2\cdot 1' + 3\cdot 2'\right]}$$

Запишем матрицу C для графа под номером 5:

$$C = \begin{array}{c} \\ 1' \\ 2' \\ 3' \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4* \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$W(S) = 1\cdot 2\cdot 3$$

$$\sum W(S)_{k_1} = \left[3\cdot 1' + 1\cdot 2'\right]$$

$$\sum W(S)_{k_2} = \left[(3\cdot 1')\cdot(1\cdot 2')\right]$$

$$\sum W(S)_{k_3} = 0$$

$$W(S)_{иск} = \frac{1\cdot 2\cdot 3(1-0)}{1-\left[3\cdot 1' + 1\cdot 2'\right] + \left[(3\cdot 1')\cdot(1\cdot 2')\right]}$$

Запишем матрицу C для графа под номером 6:

$$C = \begin{array}{c} \\ 1' \\ 2' \\ 3' \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4* \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$W(S) = 1\cdot 2\cdot 3$$

$$\sum W(S)_{k_1} = \left[3\cdot 1' + 2\cdot 2'\right]$$

$$\sum W(S)_{k_2} = 0$$

$$\sum W(S)_{k_3} = 0$$

$$W(S)_{иск} = \frac{1\cdot 2\cdot 3(1-0)}{1-\left[3\cdot 1' + 2\cdot 2'\right]}$$

Варианты 2 и 5 имеют более сложную передаточную функцию, следовательно, стоит выбирать из оставшихся.

Метод цепных дробей. Доведение компонента до уровня реализации предлагается осуществлять двумя методами: методом генерации структур из элементарных звеньев и методом разложения синтезируемой передаточной функции в виде структуры цепной дроби [11–15] для звеньев первого порядка. Покажем возможность использования аппарата цепных дробей для отображения системы в виде структуры с использованием компонента в обратной связи [2].

Пусть дано выражение $a = b \circ \left(c \circ \left(d \circ \left(e \circ k\right)\right)\right)$. Выразим a через b, c, d, e, k и операции $+, \times, /$. Получим:

$$\begin{aligned} a &= b \circ \left(c \circ \left(d \circ \left(e/(ek+1)\right)\right)\right) = \\ &= b \circ \left(c \circ \left(d/\left(1+ed/(1+ek)\right)\right)\right) = \\ &= b \circ \left(c/\left(1+cd/\left(1+de/(1+ek)\right)\right)\right) = \\ &= b/\left(1+bc/\left(1+cd/\left(1+de/(1+ek)\right)\right)\right) = \\ &= \cfrac{b}{1+\cfrac{bc}{1+\cfrac{cd}{1+\cfrac{de}{1+ek}}}} = \cfrac{1}{\cfrac{1}{b}+\cfrac{1}{\cfrac{1}{c}+\cfrac{1}{\cfrac{1}{d}+\cfrac{1}{\cfrac{1}{e}+k}}}} \end{aligned} \qquad (6)$$

На рис. 8 изображена структурная схема системы, соответствующая выражению 6. Следует отметить, что b, c, d, e, k — любые дробно рациональные функции, т. е. любые объекты, обладающие соответствующей передаточной функцией, могут быть представлены в виде многократной обратной связи [2].

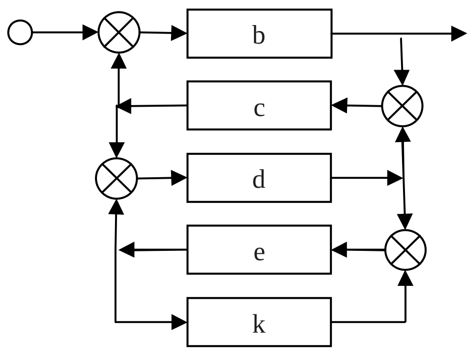

Рис. 8. Структурная схема, реализующая разложение с помощью цепной дроби

Произведем поиск передаточной функции.

Пусть дана схема цепной дроби, изображенная на рис. 9:

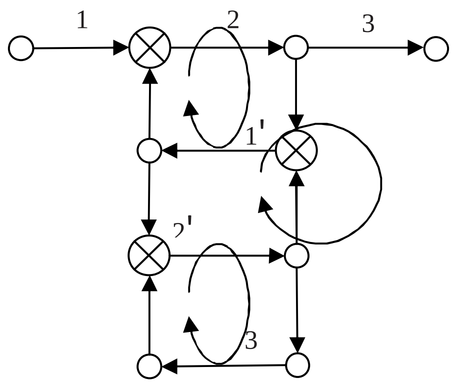

Рис. 9. Схема цепной дроби

Запишем матрицу C:

$$C = \begin{array}{c} \\ 1' \\ 2' \\ 3' \\ 4' \\ 5' \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} 1 & 2 & 3 & 1' & 2' & 3' & 4* \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$W(S) = 1 \cdot 2 \cdot 3$$

$$\sum W(S)_{k_1} = [2 \cdot 1' + 1' \cdot 2' + 2' \cdot 3']$$

$$\sum W(S)_{k_2} = [2 \cdot 1' \cdot 2' \cdot 3']$$

$$\sum W(S)_{k_3} = 0$$

$$W(S)_{иск} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3(1-0)}{1 - [2 \cdot 1' + 1' \cdot 2' + 2' \cdot 3'] + [2 \cdot 1' \cdot 2' \cdot 3']}$$

Выводы

Предложен метод, формализующий проведение исследований структурных схем систем управления. Рассмотрено построение передаточной функции системы по формуле Мэзона в символьной форме. Приведен поиск оптимальной передаточной функции путем перебора структур, найдена передаточная функция цепной дроби.

Литература

1. Алпатов Ю.Н. Синтез систем управления методом структурных графов: моногр. Иркутск: ИГУ, 1988. 184 с.

2. Попов Е.П. Теория нелинейных систем автоматического регулирования и управления: моногр. М.: Наука, 1988. 256 с.

3. Drazin P.G. Nonlinear Systems. Cambridge University Press, 1992. 317 p.

4. Беллерт С., Возняцки Г. Анализ и синтез электрических цепей методом структурных чисел: моногр. М.: Мир, 1972. 332 с.

5. Воронов А.А. Основы теории автоматического управления: Автоматическое регулирование непрерывных линейных систем: моногр. М.: Энергия, 1980. 312 с.

6. Асельдеров З.М., Донец Г.А. Представление и восстановление графов: моногр. Киев: Наукова Думка, 1991. 96 с.

7. Гноенский Л.С., Каменский Г.А., Эльсгольц Л.Э. Математические основы теории управляемых систем: моногр. М.: Наука, 1969. 512 с.

8. Топчеев Ю.И. Метод гармонической линеариза-ции в проектировании нелинейных систем автоматического управления. М.: Машиностроение, 1970. 570 с.

9. Точные методы исследования нелинейных систем автоматического управления / под ред. Р.А. Нелепина. М.: Машиностроение, 1971. 322 с.

10. Статистические методы в проектировании нелинейных систем автоматического управления: моногр. / под ред. Б.Г. Доступова. М.: Машиностроение, 1970. 408 с.

11. Wall H.S. Analytic Theory of Continued Fractions. D. Van Nostrand Company, Inc., 1948. 348 p.

12. Хинчин Д.Я. Цепные дроби. М.: Наука, 1978. 112 с.

13. Хованский А.Н. Приложение цепных дробей и их обобщений к вопросам приближенного анализа. М.: Мир, 1973. 368 с.

14. Olds C.D. Continued fractions. Random House, New York, 1963.

15. Парфинов И.И. Цепные дроби – ожерелье мехатроники. М.: КомКнига, 2007. 120 с.

References

1. Alpatov Yu.N. Synthesis of control systems by the method of structural graphs: monogr. Irkutsk: IGU, 1988. 184 p.

2. Popov E.P. The theory of non-linear automatic regulation and control systems: monogr. M.: Nauka, 1988. 256 p.

3. Drazin P.G. Nonlinear Systems. Cambridge University Press, 1992. 317 p.

4. Bellert S., Voznyatski G. Analysis and synthesis of electric circuit by method of structural numbers: monogr. M.: Mir, 1972. 332 p.

5. Voronov A.A. Fundamentals of automatic control theory: Automatic control of continuous linear systems: monogr. M.: Energiya, 1980. 312 p.

6. Asel'derov Z.M., Donets G.A. Representation and recovery of graphs: monogr. Kiev: Naukova Dumka, 1991. 96 p.

7. Gnoenskii L.S., Kamenskii G.A., El'sgol'ts L.E. Mathematical bases of the theory of control systems: monogr. M.: Nauka, 1969. 512 p.

8. Topcheev Yu.I. Modelling of Engineering problems on computers: collection of articles. M.: Mashinostroenie, 1970. 570 p.

9. The exact methods of research nonlinear automatic control systems / pod red. R.A. Nelepina. M.: Mashinostroenie, 1971. 322 p.

10. Statistical methods in the design of nonlinear systems of automatic control / pod red. B.G. Dostupova. M.: Mashinostroenie, 1970. 408 p.

11. Wall H.S. Analytic Theory of Continued Fractions. D. Van Nostrand Company, Inc., 1948. 348 p.

12. Khinchin D.Ya. Continued Fractions. M.: Nauka, 1978. 112 p.

13. Khovanskii A.N. Application of continued fractions and their generalizations to the issues of approximate analysis. M.: Mir, 1973. 368 p.

14. Olds C.D. Continued fractions. Random House, New York, 1963.

15. Parfinov I.I. Continued fractions - a necklace of mechatronics. M.: KomKniga, 2007. 120 p.