

## Аналитические решения задачи гашения остаточных колебаний груза мостового крана

М.С. Корытов<sup>a</sup>, В.С. Щербаков<sup>b</sup>

Сибирская государственная автомобильно-дорожная академия, пр. Мира, 5, Омск, Россия

<sup>a</sup>kms142@mail.ru, <sup>b</sup>sherbakov\_vs@sibadi.org

Статья поступила 18.07.2016, 2016, принята 29.08.2016

*Получены аналитические решения задачи гашения остаточных колебаний груза мостового крана, возникающих после полного торможения точки подвеса груза на грузовой тележке. Для вывода зависимостей использован способ пересчета известных аналитических зависимостей угла отклонения грузового каната мостового крана от гравитационной вертикали в зависимости от ускорения, скорости и перемещения точки подвеса груза. Рассматривалась колебательная система плоского маятника с диссипацией энергии, описываемая для случая малых углов отклонения грузового каната от гравитационной вертикали дифференциальным уравнением второго порядка. Пространственные колебания маятниковой системы мостового крана с грузом для случая малых углов отклонения грузового каната от вертикали могут быть представлены как суперпозиция перемещений в двух плоскостях, что позволяет использовать полученные зависимости для перемещений реального пространственного объекта. При выборе описывающих динамическую систему мостового крана дифференциальных уравнений были приняты допущения о постоянстве длины грузового каната мостового крана в процессе гашения остаточных колебаний, о бесступенчатом характере регулирования рабочей скорости звена, перемещающего точку подвеса груза вдоль горизонтальной оси, а также о том, что влияние массы груза на ускорение точки подвеса пренебрежимо мало. Результаты были получены для известных временных зависимостей угла отклонения грузового каната, трех форм решения задачи затухающих свободных колебаний маятника, описываемого принятым дифференциальным уравнением при отбрасывании слагаемого внешних воздействий. Аперодический режим изменения угла наклона каната может быть использован при гашении остаточных колебаний груза путем торможения точки подвеса груза тормозом с переменным тормозным усилием и не требует использования дополнительных механических элементов и механизмов.*

**Ключевые слова:** мостовой кран; траектория груза; гашение колебаний; раскачивание.

## Analytical solutions for the problem of damping the residual oscillations of load of an overhead crane

M.S. Korytov<sup>a</sup>, V.S. Shcherbakov<sup>b</sup>

Siberian Automobile and Highway Academy; 5, Mira ave., Omsk, Russia

<sup>a</sup>kms142@mail.ru, <sup>b</sup>sherbakov\_vs@sibadi.org

Received 18.07.2016, accepted 29.08.2016

*Analytical solutions have been received for the problem of damping the residual oscillations of load of an overhead crane that arise after the full braking of a suspension center of load on the overhead crane load trolley. To deduce the dependencies, conversion technique has been used for known analytical dependency of the deflection angle of an overhead crane hoist rope from gravitational vertical, depending on acceleration, speed and movements of the load suspension center. Oscillatory system of a plane pendulum with energy dissipation has been studied. It is described with the second order differential equation for the case of small angle deviation of a load rope from gravitational vertical. Spatial fluctuations for a pendulum system of an overhead crane with a load in the case of small deviation angles of a load rope from the vertical line can be represented as a superposition of displacement in two planes, which allows to use the movements according to the real spatial object. When choosing differential equations describing the dynamic system of an overhead crane, assumptions have been accepted about the constant length of the hoist rope of an overhead crane in the process of damping the residual oscillations, about the stepless nature of the regulation of the working speed  $\omega$  a link, moving the load suspension center along the horizontal axis, and about the fact that the influence of load mass on the acceleration of the suspension center is negligible. The results have been obtained for the known time dependencies of the deflection angle of an overhead crane hoist rope, for three forms of solving the problem of damping free oscillations of a pendulum, described with the differential equation under discarding the term of external influences. Aperiodic change mode of the rope inclination angle can be used to damp residual oscillations by braking load suspension center with load brake, having a variable braking force and not requiring the use of additional mechanical elements and mechanisms.*

**Keywords:** overhead crane; trajectory of load; oscillation damping; load swinging.

### Введение

Задача быстрого и эффективного гашения остаточных маятниковых колебаний груза на гибком канатном подвесе мостового крана (МК) после его перемещения в

целевую точку доставки является актуальной, поскольку ее решение позволит сократить продолжительность цикла МК на величину до 20 % [1; 2].

Известны различные способы гашения колебаний груза на гибком маятниковом подвесе [2–13]. Способы, позволяющие получить решение в явном аналитическом виде, обладают несомненными преимуществами как точные и быстрые, не требующие для их применения специальных программных продуктов, имитационных математических моделей, ресурсоемких численных методов. Также эти методы позволяют распространить результаты их применения на широкий класс однотипных объектов [14].

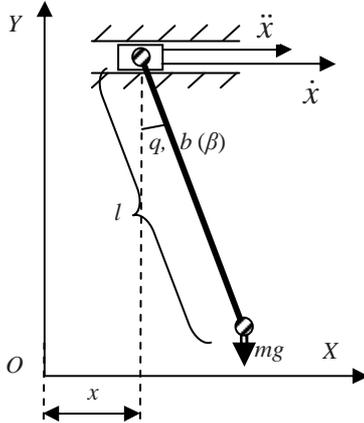


Рис. 1. Расчетная схема колебаний груза мостового крана

**Формулировка задачи.** Рассматривалась колебательная система плоского маятника массой груза  $m$  с диссипацией энергии, описываемая для случая малых (менее  $10\text{--}15^\circ$ ) углов отклонений грузового каната от гравитационной вертикали дифференциальным уравнением (ДУ) второго порядка вида [15–17]:

$$\ddot{q} + \frac{\ddot{x}}{L} + b\dot{q} + \frac{g}{L}q = 0, \quad (1)$$

где  $q, \dot{q}, \ddot{q}$  — угол отклонения грузового каната МК от гравитационной вертикали, его первая и вторая производные по времени, соответственно  $\text{рад}, \text{рад/с}, \text{рад/с}^2$ ;  $L$  — длина грузового каната МК от подвижной точки подвеса в грузовой тележке до центра масс груза,  $m$ ;  $g$  — ускорение свободного падения,  $\text{м/с}^2$ ;  $b$  — приведенное к угловой координате линейаризованное значение коэффициента диссипации энергии,  $\text{Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с/рад}$ ;  $\ddot{x}$  — линейное ускорение точки подвеса груза в горизонтальном направлении (вдоль оси  $OX$ , рис. 1).

Более сложные, чем (1), нелинейные формы ДУ, описывающего рассматриваемую механическую систему, затрудняют получение решений задачи в аналитическом виде.

Пространственные колебания маятниковой системы МК с грузом для случая малых отклонений могут быть представлены как суперпозиция колебаний в двух плоскостях.

Были приняты допущения о постоянстве длины грузового каната МК  $L$  в процессе гашения остаточных колебаний, о бесступенчатом характере регулирования рабочей скорости звена, перемещающего точку подвеса груза вдоль оси  $OX$ , а также о том, что влияние массы груза на ускорение точки подвеса пренебрежимо мало.

Необходимо решить оптимизационную задачу: для заданных начальных значений (в момент времени  $t = 0$ ) скорости точки подвеса  $\dot{x}_0$ , угла отклонения грузового каната  $q_0$  и скорости изменения угла отклонения грузового каната  $\dot{q}_0$  получить временную зависимость координаты точки подвеса груза  $x = f(t)$ , которая бы гасила остаточные колебания груза за минимальное время  $T_T$  с учетом ограничений на максимальные значения  $\ddot{x}$  и  $\dot{x}$ :

$$T_T \rightarrow \min ; q(T_T) \approx 0 ; \dot{q}(T_T) \approx 0 ; \ddot{q}(T_T) \approx 0 ; \\ \ddot{x}(T_T) \approx 0 ; \dot{x}(T_T) \approx 0 ; \text{при } |\ddot{x}| \leq \ddot{x}_{\text{lim}} ; |\dot{x}| \leq \dot{x}_{\text{lim}}, \quad (2)$$

где  $\ddot{x}_{\text{lim}}, \dot{x}_{\text{lim}}$  — предельные значения ускорения и скорости точки подвеса соответственно.

**Описание методики решения.** Для получения решений задачи в аналитическом виде в настоящей работе исследован подход, при котором искомая временная зависимость координаты точки подвеса груза  $x = f(t)$  выводилась по заданной временной зависимости угла наклона грузового каната МК:  $q = f(t)$  при условии остановки движения  $q(T_T) \approx 0$ .

Решение поставленной задачи в явном виде, т. е. в виде аналитических функциональных зависимостей  $x = f(t)$ , может быть получено не для всех форм выражений  $q = f(t)$ , поскольку первообразные многих аналитически заданных подынтегральных функций не могут быть выражены через аналитические функции.

В качестве примера, положительные результаты были получены для известных выражений трех форм решения задачи затухающих свободных колебаний маятника, описываемого ДУ вида (1) при отбрасывании слагаемого внешних воздействий  $\ddot{x}/L$  и при замене постоянных коэффициентов согласно выражениям:

$$b = 2\beta ; g/L = \omega_0^2, \quad (3)$$

где  $\omega_0$  — собственная частота малых колебаний математического маятника,  $\text{с}^{-1}$ ;  $\beta$  — постоянная затухания,  $\text{Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с/рад}$ .

В этом случае ДУ (1) принимает вид [15–17]:

$$\ddot{q} + 2\beta\dot{q} + \omega_0^2q = 0. \quad (4)$$

Его решения, в зависимости от соотношения между величинами  $\beta$  и  $\omega_0$ , будут иметь вид [15–17]:

$$q(t) = Ae^{-\beta t} \cos(\varphi_0 + \omega t) \text{ при } \beta < \omega_0; \quad (5)$$

$$q(t) = e^{-\omega_0 t} (C_2 + C_1 t) \text{ при } \beta = \omega_0; \quad (6)$$

$$q(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} \text{ при } \beta > \omega_0, \quad (7)$$

где  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$  — частота затухающих колебаний системы,  $\text{с}^{-1}$ ;  $A$  — начальная амплитуда колебаний угла  $q$  в выражении (5),  $\text{рад}$ ;  $\varphi_0$  — начальная фаза

колебаний угла  $q$  в выражении (5);  $C_1, C_2$  — постоянные коэффициенты, определяемые по начальным значениям  $q_0$  и  $\dot{q}_0$ ;  $\lambda_1, \lambda_2$  — показатели степени.

Значения параметров  $\beta, \lambda_1$  и  $\lambda_2$  в выражениях (5), (7) могут быть заданы и оптимизированы независимо от значения коэффициента вязкого трения  $b$  в системе (1). Т. е. при задании значений  $\beta \gg b$  в (5) и (7) равенство (3) не выполняется.

Выражение зависимости ускорения точки подвеса  $\ddot{x}$  от остальных слагаемых ДУ (1) имеет вид:

$$\ddot{x} = -\ddot{q}L - \dot{q}bL - qg. \quad (8)$$

Общая схема решения задачи будет иметь вид:

$$q(t) \xrightarrow{d/dt} \dot{q}(t) \xrightarrow{d/dt} \ddot{q}(t) \xrightarrow{(8)} \ddot{x}(t) \xrightarrow{\int dt} \dot{x}(t) \xrightarrow{\int dt} x(t). \quad (9)$$

Для ее реализации использовалось получение производных и интегралов функций в аналитическом виде.

Ниже приведено аналитическое решение задачи для уравнения (5) колебательного изменения угла отклонения грузового каната с затуханием амплитуды:

$$\dot{q}(t) = -\beta A e^{-\beta t} \cos(\varphi_0 + \omega t) - \omega A e^{-\beta t} \sin(\varphi_0 + \omega t); \quad (10)$$

$$\ddot{q}(t) = \beta^2 A e^{-\beta t} \cos(\varphi_0 + \omega t) - \omega^2 A e^{-\beta t} \cos(\varphi_0 + \omega t) + 2\beta\omega A e^{-\beta t} \sin(\varphi_0 + \omega t); \quad (11)$$

$$\ddot{x}(t) = Lb\left(\beta A e^{-\beta t} \cos(\varphi_0 + \omega t) + \omega A e^{-\beta t} \sin(\varphi_0 + \omega t)\right) - L\left(\beta^2 A e^{-\beta t} \cos(\varphi_0 + \omega t) - \omega^2 A e^{-\beta t} \cos(\varphi_0 + \omega t) + 2\beta\omega A e^{-\beta t} \sin(\varphi_0 + \omega t) - A g e^{-\beta t} \cos(\varphi_0 + \omega t)\right); \quad (12)$$

$$\dot{x}(t) = e^{-\beta t} \sin(\varphi_0 + \omega t) \left( \omega A L - \frac{\omega A g}{\beta^2 + \omega^2} \right) + e^{-\beta t} \cos(\varphi_0 + \omega t) \cdot \left( \beta A L - A L b + \frac{\beta A g}{\beta^2 + \omega^2} \right); \quad (13)$$

$$x(t) = -\frac{e^{-\beta t} \sin(\varphi_0 + \omega t) \left( \omega A L b - \frac{2\beta\omega A g}{\beta^2 + \omega^2} \right)}{(\beta^2 + \omega^2)} - \frac{e^{-\beta t} \cos(\varphi_0 + \omega t) \left( A L \beta^4 - A L b \beta^3 + 2 A L \beta^2 \omega^2 + A g \beta^2 - A L b \beta \omega^2 + A L \omega^4 - A g \omega^2 \right)}{(\beta^2 + \omega^2)^2}. \quad (14)$$

Для уравнения (6) критического изменения угла отклонения грузового каната аналитическое решение задачи имеет вид:

$$\dot{q}(t) = C_1 e^{-\omega_0 t} - \omega_0 e^{-\omega_0 t} (C_2 + C_1 t); \quad (15)$$

$$\ddot{q}(t) = \omega_0^2 e^{-\omega_0 t} (C_2 + C_1 t) - 2\omega_0 C_1 e^{-\omega_0 t}; \quad (16)$$

$$\ddot{x}(t) = L(2\omega_0 C_1 e^{-\omega_0 t} - \omega_0^2 e^{-\omega_0 t} (C_2 + C_1 t)) - Lb(C_1 e^{-\omega_0 t} - \omega_0 e^{-\omega_0 t} (C_2 + C_1 t)) - g e^{-\omega_0 t} (C_2 + C_1 t); \quad (17)$$

$$\dot{x}(t) = e^{-\omega_0 t} \left( \omega_0 C_2 L - C_1 L - C_2 L b + C_2 g / \omega_0 + C_1 g / \omega_0^2 \right) + \left( C_1 t e^{-\omega_0 t} (L\omega_0^2 - Lb\omega_0 + g) \right) / \omega_0; \quad (18)$$

$$x(t) = -e^{-\omega_0 t} \left( \frac{C_2 g - C_1 L b + \omega_0^2 C_2 L + 2 C_1 g / \omega_0 - \omega_0 C_2 L b}{\omega_0^2} - C_1 t e^{-\omega_0 t} (L\omega_0^2 - Lb\omega_0 + g) / \omega_0^2 \right); \quad (19)$$

Для уравнения (7) аperiodического изменения угла отклонения грузового каната аналитическое решение задачи имеет вид:

$$\dot{q}(t) = \lambda_1 C_1 e^{\lambda_1 t} + \lambda_2 C_2 e^{\lambda_2 t}; \quad (20)$$

$$\ddot{q}(t) = \lambda_1^2 C_1 e^{\lambda_1 t} + \lambda_2^2 C_2 e^{\lambda_2 t}; \quad (21)$$

$$\ddot{x}(t) = -L(\lambda_1^2 C_1 e^{\lambda_1 t} + \lambda_2^2 C_2 e^{\lambda_2 t}) - g(C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t}) - Lb(\lambda_1 C_1 e^{\lambda_1 t} + \lambda_2 C_2 e^{\lambda_2 t}); \quad (22)$$

$$\dot{x}(t) = -\frac{C_1 e^{\lambda_1 t} (L\lambda_1^2 + Lb\lambda_1 + g)}{\lambda_1} - \frac{C_2 e^{\lambda_2 t} (L\lambda_2^2 + Lb\lambda_2 + g)}{\lambda_2}; \quad (23)$$

$$x(t) = -\frac{C_1 e^{\lambda_1 t} (L\lambda_1^2 + Lb\lambda_1 + g)}{\lambda_1^2} - \frac{C_2 e^{\lambda_2 t} (L\lambda_2^2 + Lb\lambda_2 + g)}{\lambda_2^2}; \quad (24)$$

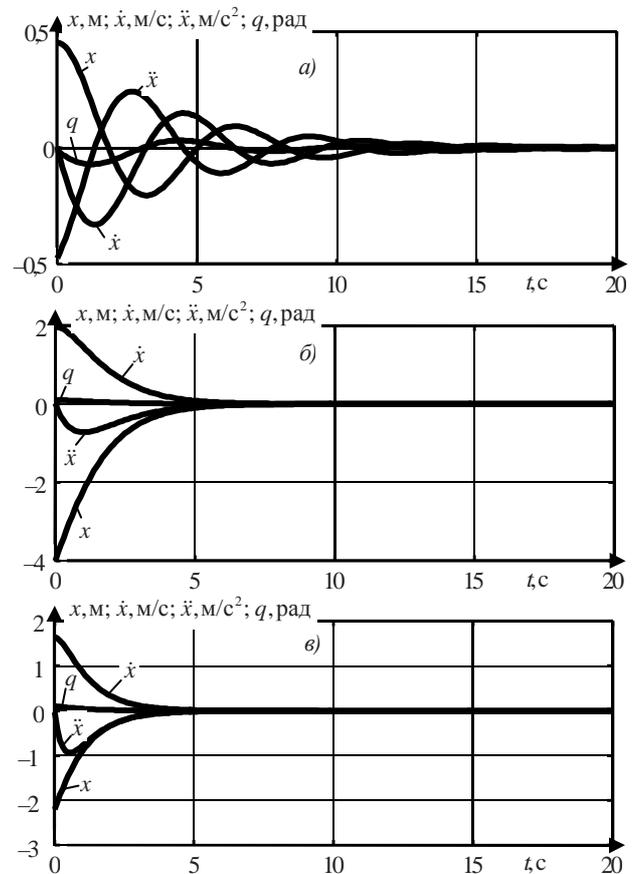


Рис. 2. Временные зависимости перемещения, скорости и ускорения точки подвеса груза, обеспечивающие гашение остаточных колебаний груза: а) режим затухающих колебаний; б) критический режим; в) аperiodический режим (примеры)

Полученные аналитические выражения (5)–(24) были верифицированы (подтверждены) на математической модели, составленной по исходному ДУ (1), путем подстановки выражений ускорений точки подвеса (12), (17) и (22) с последующим решением ДУ численными методами. Была подтверждена корректность полученных выражений. Имело место полное совпадение решений, получаемых по аналитическим выражениям и численными методами.

На рис. 2 приведены примеры временных зависимостей перемещения, скорости и ускорения точки подвеса груза, обеспечивающих гашение остаточных колебаний груза для режима затухающих колебаний угла (5) критического режима (6), аperiodического режима (7).

Начальные условия и параметры уравнений изменения угла в примерах принимали значения:

1)  $A = 0,1$  рад;  $\varphi_0 = \pi/2 + 0,115$  рад;  $\beta = 0,25$  Н·м·с/рад — для режима затухающих колебаний угла;

2)  $C_1 = 0,1$  рад/с;  $C_2 = q_0 = 0,1$  рад — для критического режима;

3)  $q_0 = 0,1$  рад;  $\dot{q}_0 = -0,05$  рад/с;  $\lambda_1 = -1,0$  Н·м·с/рад;  $\lambda_2 = -2,9$  Н·м·с/рад — для аperiodического режима.

Для всех трех примеров значение длины грузового каната принимало постоянное значение  $L = 10$  м. Приведенный к угловой координате коэффициент вязкого трения принимал постоянное значение  $b = 0,01$  Н·м·с/рад.

Для аperiodического режима коэффициенты  $C_1$  и  $C_2$  определялись в результате решения системы алгебраических уравнений (7) и (20) при  $t = 0$  с:

$$\begin{cases} q_0 = C_1 + C_2; \\ \dot{q}_0 = \lambda_1 C_1 + \lambda_2 C_2. \end{cases} \quad (25)$$

Решение системы (25) имеет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} C_1 = \frac{\dot{q}_0 - \lambda_2 q_0}{\lambda_1 - \lambda_2}, \\ C_2 = -\frac{(\dot{q}_0 - \lambda_1 q_0)}{(\lambda_1 - \lambda_2)} \end{array} \right\} \text{ если } \lambda_1 \neq \lambda_2;$$

$$\left\{ \begin{array}{l} C_1 = q_0 - z, C_2 = z \\ \emptyset \end{array} \right\} \text{ если } \dot{q}_0 = \lambda_2 q_0 \wedge \lambda_1 = \lambda_2; \quad (26)$$

$$\text{если } \dot{q}_0 \neq \lambda_2 q_0 \wedge \lambda_1 = \lambda_2,$$

где  $z \in Z$  — целое число;  $Z$  — множество целых чисел;  $\emptyset$  — пустое множество;  $\wedge$  — знак логического умножения (конъюнкции, логического «И»).

Показатели степени  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  уравнения (7) аperiodического движения в ряде источников определяются по зависимости [18]:

$$\lambda_{1,2} = -\beta \pm \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}. \quad (27)$$

Однако проведенные исследования показали, что их независимое назначение позволяет в широких пределах изменять начальное значение ускорения точки подвеса груза  $\ddot{x}$ , в том числе придаватьначальному ускорению нулевое значение.

## Выводы

Анализ полученных по выражениям (5)–(24) временных зависимостей (рис. 2) позволил сделать следующие выводы качественного характера.

Для режима затухающих колебаний груза необходимы сравнительно небольшие, но быстрые перемещения точки подвеса, имеющие переменное направление. Поэтому данный режим может использоваться только при наличии на мостовом кране дополнительных механических элементов, позволяющих осуществлять быстрые перемещения точки подвеса груза со сравнительно небольшой амплитудой — например, как в разрабатываемых авторами конструкциях мостового крана с гидроцилиндрами для быстрого перемещения точки подвеса груза [19; 20]. Изменение в уравнении затухающих колебаний груза (5) параметра фазы  $\varphi_0$  позволяет в пределах амплитуд установить любые требуемые начальные значения угла  $q_0$  и начальной скорости угла  $\dot{q}_0$ , в том числе нулевые. Это открывает возможность использования колебательного режима для гашения остаточных колебаний груза при неподвижной в начальный момент времени точке подвеса груза (после останова грузовой тележки).

Для критического и аperiodического режимов колебаний груза характерны сравнительно большие, порядка нескольких метров, и медленные перемещения точки подвеса, которые могут иметь как переменное, так и постоянное направление. Коррекцией значений параметров  $C_1 = \dot{q}_0$  и  $C_2 = q_0$  критического режима и параметров  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  аperiodического режима можно добиться постоянного направления перемещения точки подвеса (постоянного знака скорости угла  $\dot{q}$ ). Кроме того, коррекция значений параметров  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  аperiodического режима позволяет установить нулевое начальное ускорение точки подвеса  $\ddot{x}$ . Это открывает возможность использования аperiodического режима для гашения остаточных колебаний груза путем торможения точки подвеса груза (грузовой тележки) тормозом с переменным тормозным усилием без использования дополнительных механических элементов, позволяющих осуществлять быстрые перемещения точки подвеса груза в противоположных направлениях.

## Литература

- Щедринов А.В., Сериков С.А., Колмыков В.В. Автоматическая система успокоения колебаний груза для мостового крана // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2007. № 8. С. 1317.
- Толочко О.И., Бажутин Д.В. Сравнительный анализ методов гашения колебаний груза, подвешенного к механизму поступательного движения мостового крана // Электромашиностроение и электрооборудование. 2010. № 75 С. 22–28.
- Blackburn D., Singhose W., Kitchen J., Patranganaru V., Lawrence J. Command Shaping for Nonlinear Crane Dynamics // Journal of Vibration and Control. 2010. № 16. P. 477–501.
- Korytov M.S., Shcherbakov V.S., Volf E.O. Impact sigmoidal cargo movement paths on the efficiency of bridge cranes // International Journal of Mechanics and Control. 2015. Vol. 16, № 2. P. 3–8.

5. Omar H.M. Control of gantry and tower cranes : PhD Dissertation. Virginia Polytechnic Institute and State University. Blacksburg. Virginia, 2003. 100 p.
6. Abdel-Rahman E.M., Nayfeh A.H., Masoud Z.N. Dynamics and control of cranes : a review // Journal of Vibration and Control. 2003. № 9. P. 863–908.
7. Fang Y., Dixon W.E., Dawson D.M., Zergeroglu E. Nonlinear coupling control laws for an underactuated overhead crane system // IEEE/ASME Trans. Mechatronics, 2003. Vol. 8, № 3. P. 418–423.
8. Ridout A.J. Anti-swing control of the overhead crane using linear feedback // J. of Electrical and Electronics Engineering, 1989. Vol 9, №. ½. P. 17-26.
9. Shcherbakov V., Korytov M., Sukharev R., Volf E. Mathematical modeling of process moving cargo by overhead crane // Applied Mechanics and Materials. Volume: Industrial Engineering, Computation and Information Technologies. Papers from the 2014 2nd International Conference on Mechatronics and Information Technology (ICMIT 2014), October 18-19, 2014, Chongqing, China. 2015. Vol. 701-702. P. 715-720.
10. Kim Y. S., Yoshihara H., Fujioka N., Kasahara H., Shim H., Sul S. K. A new vision-sensorless anti-sway control system for container cranes // Industry Applications Conference, 2003, Vol. 1. P. 262-269.
11. Singer N., Singhose W., Seering W. Comparison of filtering methods for reducing residual vibration // European Journal of Control. 1999. № 5. P. 208-218.
12. Шведова О.А., Шмарловский А.С., Марков А.В., Тарасевич Т.В. Алгоритмы подавления колебаний грузов подъемно-транспортных механизмов с использованием нечеткой логики функционирования // Доклады БГУИР. 2014. № 1 (79). С. 65-71.
13. Неспириный В.Н., Королев В.А. Стационарные режимы сферического маятника с подвижной точкой подвеса // Механика твердого тела. 2011. Вып. 41. С. 225-232.
14. Масленников И.М. Практикум по автоматике и системам управления производственными процессами. М.: Химия, 1986. 336 с.
15. Блехман И.И. Вибрационная механика. М.: Физматлит, 1994. 400 с.
16. Щербаков В.С., Кorytov М.С., Вольф Е.О. Алгоритм компенсации неуправляемых пространственных колебаний груза и повышения точности траектории его перемещения грузоподъемным краном // Вестн. машиностроения. 2015. № 3. С. 16–18.
17. Бутиков Е.И. Необычное поведение маятника при синусоидальном внешнем воздействии // Компьютерные инструменты в образовании. 2008. № 2. С. 24–36.
18. Кильчевский Н.А. Курс теоретической механики. Т. 1 (кинематика, статика, динамика точки). М.: Наука, 1972. 456 с.
19. Щербаков В.С., Кorytov М.С., Вольф Е.О. Мостовой кран: пат. 2014120325/11 Рос. Федерация. № 146374; опубл. 20.05.14, Бюл. № 28.
20. Щербаков В.С., Кorytov М.С., Вольф Е.О. Мостовой кран: пат. 2014117419/11 Рос. Федерация. № 146002; опубл. 29.04.14, Бюл. № 27.
2. Tolochko O.I., Bazhutin D.V. Comparative analysis of cargo antihunting fixed at from the mechanism of translational motion of overhead crane // Elektromashinostroenie i elektrooborudovanie. 2010. № 75. P. 22-28.
3. Blackburn D., Singhose W., Kitchen J., Patranganaru V., Lawrence J. Command Shaping for Nonlinear Crane Dynamics // Journal of Vibration and Control. 2010. № 16. P. 477-501.
4. Korytov M.S., Shcherbakov V.S., Volf E.O. Impact sigmoidal cargo movement paths on the efficiency of bridge cranes // International Journal of Mechanics and Control. 2015. Vol. 16, № 2. P. 3-8.
5. Omar H.M. Control of gantry and tower cranes: PhD Dissertation. Virginia Polytechnic Institute and State University. Blacksburg. Virginia, 2003. 100 p.
6. Abdel-Rahman E.M., Nayfeh A.H., Masoud Z.N. Dynamics and control of cranes: a review // Journal of Vibration and Control. 2003. № 9. P. 863-908.
7. Fang Y., Dixon W.E., Dawson D.M., Zergeroglu E. Nonlinear coupling control laws for an underactuated overhead crane system // IEEE/ASME Trans. Mechatronics, 2003. Vol. 8, № 3. P. 418-423.
8. Ridout A.J. Anti-swing control of the overhead crane using linear feedback // J. of Electrical and Electronics Engineering, 1989. Vol 9, №. ½. P. 17-26.
9. Shcherbakov V., Korytov M., Sukharev R., Volf E. Mathematical modeling of process moving cargo by overhead crane // Applied Mechanics and Materials. Volume: Industrial Engineering, Computation and Information Technologies. Papers from the 2014 2nd International Conference on Mechatronics and Information Technology (ICMIT 2014), October 18-19, 2014, Chongqing, China. 2015. Vol. 701-702. P. 715-720.
10. Kim Y.S., Yoshihara H., Fujioka N., Kasahara H., Shim H., Sul S.K. A new vision-sensorless anti-sway control system for container cranes // Industry Applications Conference, 2003, Vol. 1. P. 262-269.
11. Singer N., Singhose W., Seering W. Comparison of filtering methods for reducing residual vibration // European Journal of Control. 1999. № 5. P. 208-218.
12. Shvedova O.A., Shmarlovskii A.S., Markov A.V., Tarasevich T.V. Algorithms suppression hoisting mechanisms cargo vibrations using fuzzy logic operation // Doklady BGUIR. 2014. № 1 (79). P. 65-71.
13. Nespinyi V.N., Korolev V.A. Stationary regimes of a spherical pendulum with a movable suspension point // Mechanics of Solids. 2011. Vyp. 41. P. 225-232.
14. Maslennikov I.M. Workshop on automation and process control systems. М.: Khimiya, 1986. 336 p.
15. Blekhan I.I. Vibration mechanics. М.: Fizmatlit, 1994. 400 p.
16. Shcherbakov V.S., Korytov M.S., Volf E.O. Algorithm compensation uncontrolled spatial oscillations of the load and improve the accuracy of its trajectory moving crane // Russian Engineering Research. 2015. № 3. P. 16-18.
17. Butikov E.I. Unusual behavior of the pendulum with sinusoidal external action // Komp'yuternye instrumenty v obrazovanii. 2008. № 2. P. 24-36.
18. Kil'chevskii N.A. Course of Theoretical Mechanics. Vol. 1 (kinematics, statics, dynamics of point). М.: Nauka, 1972. 456 p.
19. Shcherbakov V.S., Korytov M.S., Volf E.O. Bridge crane: pat. 2014120325/11 Ros. Federatsiya. № 146374; opubl. 20.05.14, Byul. № 28. 2 p.
20. Shcherbakov V.S., Korytov M.S., Volf E.O. Bridge crane: pat. 2014117419/11 Ros. Federatsiya. № 146002; opubl. 29.04.14, Byul. № 27. 2 p.

#### References

1. Shchedrinov A.V., Serikov S.A., Kolmykov V.V. An automatic system of load's oscillation damping for the bridge crane // Instruments and Systems: Monitoring, Control, and Diagnostics. 2007. № 8. P. 1317.