

## Синтез многомерных систем управления для решения двумерной и трехмерной систем

Ю.Н. Алпатов<sup>a</sup>, В.А. Болякно<sup>b</sup>

Братский государственный университет, ул. Макаренко 40, Братск, Россия

<sup>a</sup>iipm@brstu.ru, <sup>b</sup>dkflbvbh2015@yandex.ru

Статья поступила 16.07.2016, принята 24.08.2016

*В статье исследована параметрическая зависимость для двумерной и трехмерной систем. Изначально была изучена каждая из них с разных сторон, в данной статье они представлены структурным графом, системой ограничений, ограничениями операторов и ошибками по каждой координате — все формулы были взяты из источников [1; 2]. Необходимо найти значения элементов операторов для каждой системы по функции цели управления  $g_n$ , стремящегося к минимуму, где функция цели представляет собой ошибку по одной координате. Соответственно, чем ниже данный показатель, тем более устойчива и надежна система. Для решения был применен метод наискорейшего градиентного спуска, задачей которого является быстрый поиск результата за малое количество шагов с возможностью изменить длину шага во время работы. При анализе двумерной системой был составлен алгоритм решения задачи и показано количество шагов для достижения цели. На последнем шаге получены результаты, подвергшиеся проверке. Структура алгоритма представлена в виде рисунка, значения функции цели на каждом шаге — в виде таблицы. Решение трехмерной системы было аналогичным, а полученный результат также проверен. В ходе работы изучено множество российских и иностранных источников, рассмотрено применение многомерных систем на практике. По результатам расчетов сделаны исчерпывающие выводы.*

**Ключевые слова:** двумерная система; система уравнений; система ограничений; функция цели.

## Synthesis of multidimensional control systems to solve two-dimensional and three-dimensional systems

Yu.N. Alpatov<sup>a</sup>, V.A. Boliakno<sup>b</sup>

Bratsk State University; 40, Makarenko St., Bratsk, Russia

<sup>a</sup>iipm@brstu.ru, <sup>b</sup>dkflbvbh2015@yandex.ru

Received 16.07.2016, accepted 24.08.2016

*The article examines the parametric dependence for two-dimensional and three-dimensional systems. Originally each of them has been studied from different angles. In this article they are presented with a structural graph, constraint system, constraints of operators, and errors for each coordinate. All formulas have been taken from reference books [1;2]. It is necessary to find the values of the elements of operators for each system by applying objective operation function  $g_n$ , where operation tends to a minimum and the objective function represents the error for one coordinate. Therefore, the lower this figure is, the more stable and reliable the system become. To solve the systems, the technique of the fastest gradient descent has been applied. Its task is to search results fast at a small number of steps and with possibility to change the step length during operation. When analyzing, two-dimensional system has constructed an algorithm to solve the problem and shown the number of steps to achieve the objective. During the last step, the results have been obtained and examined. The algorithm structure has been presented in the form of a drawing. The algorithm values of the objective function have been presented in tabular form at every step. The solution of three-dimensional system has been the same. The result obtained has also been examined. While conducting the research, many domestic and foreign sources have been studied. Application of multidimensional systems in practice has been examined. According to the calculation results, comprehensive conclusions have been drawn.*

**Key words:** two-dimensional system; equation system; system of constraints; objective function.

### Введение

В теории управления особая роль принадлежит многомерным объектам, синтез которых представляет значительные трудности, а их взаимное объединение предопределяет необходимость проведения системных мероприятий, которые обеспечивают создание сложной системы.

В данной статье представлен способ синтеза двумерных и трехмерных систем с целью обоснования требований и параметров замкнутых систем управления образующих двумерные и трехмерные объекты связанных систем управления. Для этого были последовательно выполнены следующие этапы:

– анализ свойств объекта управления;

- представление объекта в виде графа;
- разработка математической модели в виде системы уравнений;
- составление алгоритма решения;
- нахождение решения;
- выводы.

**Исследование двумерной системы.** Пусть дана двумерная система, структурный граф которой [1] представлен на рис. 1, где  $x_i$  ( $i = 1..6$ ) — переменные фазовые координаты;  $a, A, B$  — операторы замкнутых систем;  $D$  — оператор связности объекта;  $x_{01}$  и  $x_{03}$  являются ошибками по координатам.

Передаточная функция замкнутой системы по выходному воздействию определяется выражением:

$$\Phi = \frac{y_1}{y_2}, \tag{1}$$

где  $y_1$  — выходное воздействие;  $y_2$  — входная величина. При этом должно выполняться условие  $0 < \Phi < 1$ .

Двумерная система рассмотрена в прямоугольной системе координат (рис. 2), где координата  $OY$  соответствует  $A$ , а координата  $OX$  соответствует  $B$ . Вместе они характеризуют оператор  $D$ . Эта взаимосвязь описана в системе ограничений (2) в заданных ограничениях операторов (3), по известным входным воздействиям получаем ошибки для каждой следящей двумерной системы (4). Необходимо найти значения для каждого оператора при функции цели (5), стремящейся к минимуму.

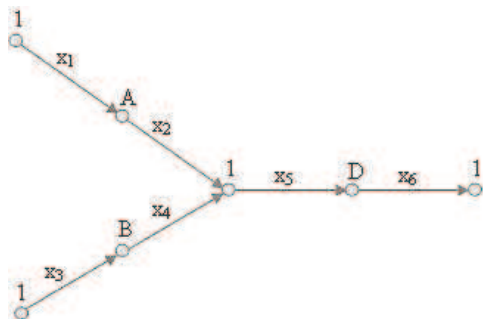


Рис. 1. Граф двумерной системы

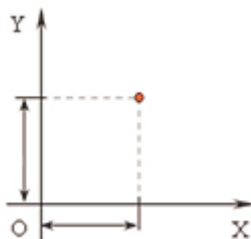


Рис. 2. Прямоугольная система координат

$$\left. \begin{aligned} x_3 &= ax_6 \\ x_1 &= \frac{x_6}{AD} \sqrt{1 - a^2 B^2 D^2} \\ 0 &\leq a \leq \left| \frac{1}{DB} \right| \end{aligned} \right\} \tag{2}$$

$$\left. \begin{aligned} 0 &< A < 1.0 \\ 0 &< B < 1.0 \\ 0 &< D < \infty \end{aligned} \right\} \tag{3}$$

$$\left. \begin{aligned} x_{01} &= \frac{x_6}{AD} (1 - A) \sqrt{1 - a^2 B^2 D^2} \\ x_{03} &= ax_6 (1 - B) \\ x_{01} &= x_{03} \end{aligned} \right\} \tag{4}$$

$$g_n = \frac{x_6}{AD} (1 - A) \sqrt{1 - a^2 B^2 D^2} \rightarrow \min \tag{5}$$

**Решение задачи.** Для решения двумерной задачи использован метод наискорейшего градиентного спуска [2] и разработан алгоритм решения [3]. Сначала определяется исходная точка, а дальнейшие расчеты продвигаются с одинаковым шагом 0,1, пока уменьшаются значения функции. Если на одном из шагов функция возрастает, то движение останавливается, и последний шаг отменяется, после чего вычисляется новое направление движения. На рис. 3 показана структурная схема алгоритма [4].

Результат был получен за 14 шагов (табл. 1), каждый шаг (для операторов) с интервалом 0,1. На 13-м шаге был задействован 2-й цикл, после этого интервал стал равен 0,09. Получена функция цели  $g_n$ , равная нулю при  $A = 0,99$ ;  $B = 0,90$ ;  $D = 1,4$  и  $a = 0,7$ . На рис. 4 представлена проверка полученного решения в целом и по элементам. Придаточная функция замкнутой двумерной системы по выходному значению равна 0,7.

Таблица 1

Значения функции цели на каждом шаге

Номер шага	A	B	D	$g_n$
1	0,1	0,1	0,1	9
2	0,2	0,2	0,2	2
3	0,3	0,3	0,3	0,777
4	0,4	0,4	0,4	0,374
5	0,5	0,5	0,5	0,198
6	0,6	0,6	0,6	0,108
7	0,7	0,7	0,7	0,058
8	0,8	0,8	0,8	0,027
9	0,9	0,9	0,9	0,008
10	0,9	0,9	1	0,007
11	0,9	0,9	1,1	0,005
12	0,9	0,9	1,2	0,002
13	0,9	0,9	1,3	0,003
14	0,99	0,99	1,4	0

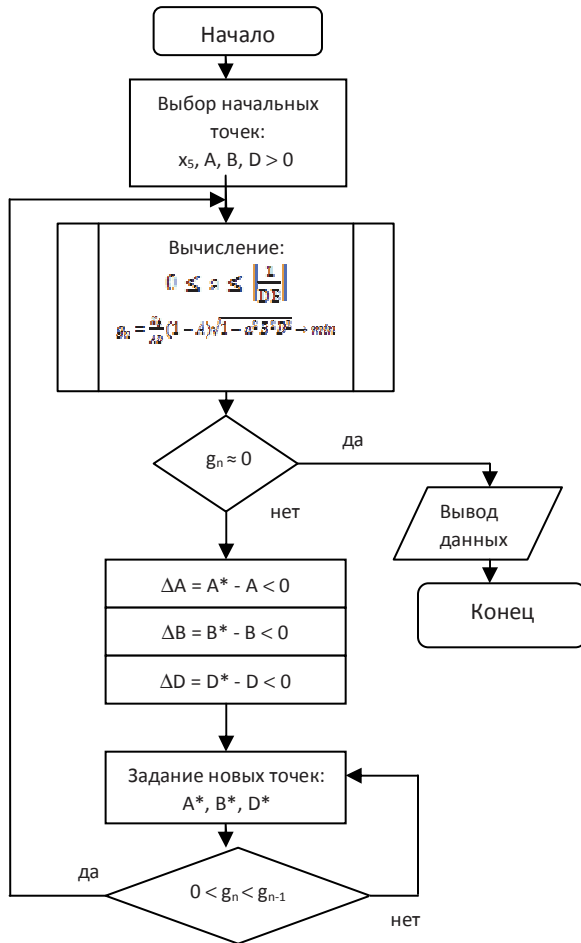


Рис. 3. Структурная схема алгоритма

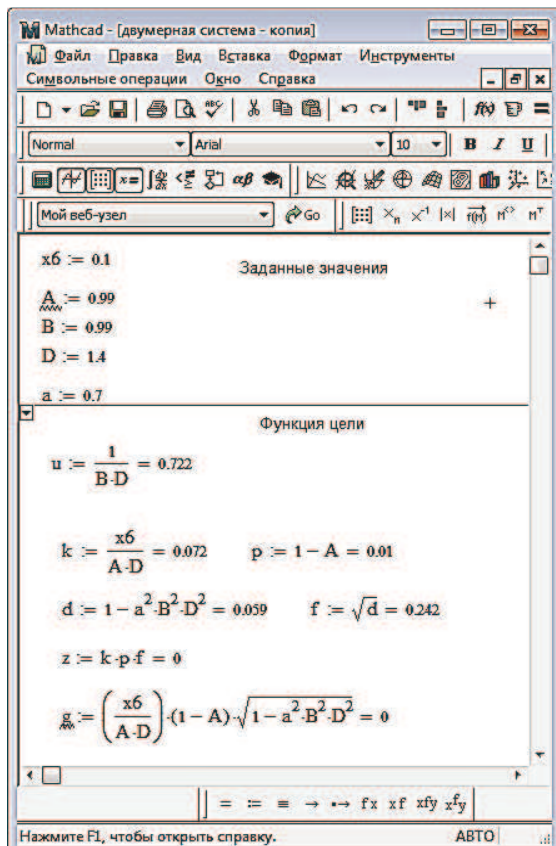


Рис. 4. Проверка решения

**Описание трехмерной системы.** Это система, работающая с тремя векторами. Трехмерная система (рис. 5) описывается системой ограничений (6) в заданных ограничениях операторов (7). По известным входным воздействиям получаем ошибки для каждой следующей трехмерной системы (8). Целью данной работы является найти значения для каждого оператора при функции цели (9), стремящейся к минимуму.

Элементы A, B, C и D — передаточные функции замкнутых систем;  $x_1, x_3$  и  $x_5$  — входные воздействия;  $x_8$  — выходная величина трехмерной системы [5].

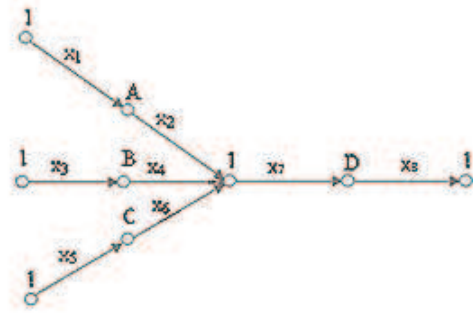


Рис. 5. Граф трехмерной системы

$$\begin{aligned} x_5 &= g x_8 \\ x_3 &= b x_8 \\ x_1 &= \frac{x_8}{AD} \sqrt{1 - b^2 B^2 D^2 - g^2 C^2 D^2} \\ \frac{1}{D} &\geq b^2 D^2 + g^2 C^2 \end{aligned} \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} 0 < g < 1.0 \\ 0 < b < 1.0 \\ 0 < A < 1.0 \\ 0 < B < 1.0 \\ 0 < C < 1.0 \\ 0 < D < \infty \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} x_{01} &= \frac{x_8}{AD} (1 - A) \sqrt{1 - b^2 B^2 D^2 - g^2 C^2 D^2} \\ x_{05} &= g x_8 (1 - C) \\ x_{03} &= b x_8 (1 - B) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$g_n = \frac{x_8}{AD} (1 - A) \sqrt{1 - b^2 B^2 D^2 - g^2 C^2 D^2} \quad (9)$$

Результат был получен с пошаговым интервалом 0,1. Алгоритм решения трехмерной системы (рис. 6) подобен алгоритму двумерной системы. Функция цели  $g_n$  достигла минимума, равного 0,00086 при A = 0,9; B = 0,9; C = 0,9; D = 1,2; g = 0,6; b = 0,7. На рис. 7 представлена проверка полученного решения в целом. Придаточная функция замкнутой трехмерной системы по выходному воздействию равна 0,57.

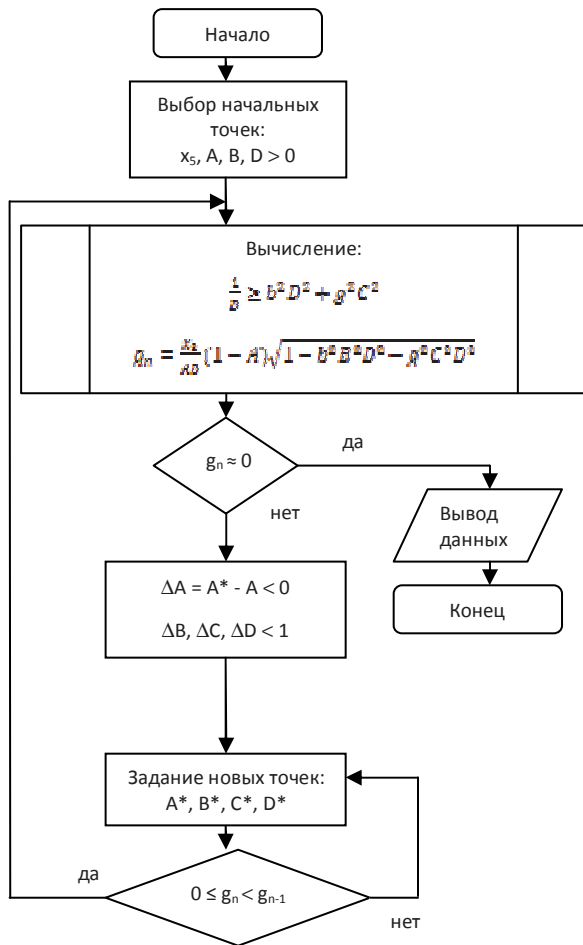


Рис. 6. Алгоритм решения трехмерной системы

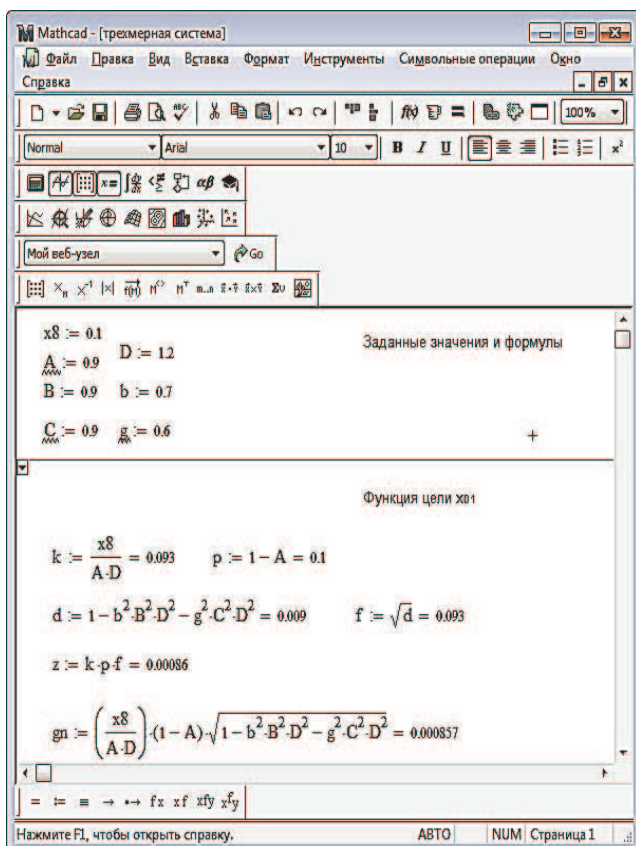


Рис. 7. Решение трехмерной системы

### Выводы

Анализ полученных результатов выявил характерную особенность, присущую многомерным системам с автоматическим регулированием — взаимное влияние на регулируемые величины [6].

Бурное развитие информационных систем ставит различные проблемы — работа с огромным количеством однотипной информации по одному объекту, представление объемных изображений и работа с ними, проведение сложнейших математических операций, связанных с взаимодействием различных объектов, отражение различных структур и взаимосвязей в наглядном виде и др. [7–9]. Каждая из приведенных проблем может быть решена лишь в многомерных системах.

Интерес для практики представляют только устойчивые системы, обеспечивающие определенный конечный результат на выходные сигналы [10]. Успех в многомерном проектировании зависит от уровня развития теории управления, внедрения используемых методов машинной реализации, алгоритмической и технической возможности вычислительной техники [11; 12].

К многомерным относятся системы, у которых имеется несколько управляемых и управляющих величин. Например, система автоматического регулирования, системы управления подвижными предметами, автоматизация промышленной работы и др. — такие системы предполагают наличие многомерного объекта управления, который характеризуется входными и выходными данными [13].

Учитывая, что многомерные системы используются инженерами, они должны обладать точным решением с заранее известной ошибкой [14]. Это является проблемой, так как высокоточное оборудование должно настраиваться в зависимости от поставленной задачи, а неверные расчеты могут привести к поломке такого оборудования [15]. В статье предложено решение подобной проблемы на основе двумерной и трехмерной систем.

Во-первых, была изучена и решена задача двумерной системы на основе метода наискорейшего градиентного спуска, получены конкретные значения и проведена проверка. Во-вторых, аналогичным способом решена задача трехмерной системы. Многомерные системы синтезируются комбинацией простых чисел. Двумерная и трехмерная системы являются одними из составляющих элементов для всех видов многомерных систем.

Разработки по многомерным системам крайне значимы, поскольку пересекаются с множеством других наук и дополняют их. Весь перечень их применения в данном направлении приведен в литературе [16].

### Литература

1. Алпатов Ю.Н. Синтез систем управления методом структурных графов: моногр. Иркутск: Иркутг. ун-та, 1988. 183 с.



2. Алпатов Ю.Н. Математическое моделирование процессов. моногр. Братск: Брат. гос. ун-нт, 2006. 88 с.
3. Болякно В.А. Исследование параметрических зависимостей координат в двоичной системе // Современные проблемы естествознания, образования и информатики // Материалы 7 межвуз. студ. науч. конф. 2014. С. 5.
4. Болякно В.А. Синтез многомерных систем управления на примере двумерной системы // Молодая мысль: наука, технологии, инновации: сб. науч. ст. М., 2016. С. 7.
5. Левит Д.И. Электрическое поле атмосферы // Материалы Всерос. научно-техн. конф. Братск, 2015. С. 15-16.
6. Алпатов А.Ю, Четвертаков В.Н. Синтез локальных компонент многосвязных систем управления методом структурных чисел // Материалы 6 всерос. научно-техн. конф. Братск, 2015. С. 20.
7. Яковлев И.Ю. Компьютеризация – один из путей оптимизации учебного процесса // Молодая мысль: наука, технологии, инновации. 2015. С. 213-216.
8. Urban B. Adoption of automatic identification systems by grocery retailers in the Johannesburg area // Journal of transport and Supply Chain Management. 2011.
9. Tiitto S. Handbook of measurement of residual stresses // Experimental Mechanics, 1996. P. 179-224.
10. Lashkari M. COSMOS/M USER GUIDE Stress, vibration, buckling, dynamics and heat transfer analyses. S.P.A.C. 1988.
11. Мухопад А.Ю. Структурный синтез автоматов управления системами обработки информации реального времени: автореф. дис. ... канд. тех. наук. Братск, 2010. 19 с.
12. Быкова Н.М. Системный подход к оценке и учету геодформационных воздействий на протяженные технические объекты: автореф. дис. ... д-ра техн. наук. Братск, 2009. 52 с.
13. Юфи Т., Хиокио Х. Поиск диапазона на основе многомерных неопределенных данных АСМ. М., 2007. 54 с.
14. Гайдук А.Р. К проблеме синтеза инвариантных многомерных систем управления // Технические науки. 2008. Тем. вып. С. 52-62.
15. Ивановский Р.И., Нестеров А.В. Синтез многомерных систем управления. Проблема устойчивости. СПб.: СПбГПУ, Факультет техн. кибернетики, 2005. С. 1-4.
16. Полянина А.С. Управление движением многомерных динамических систем по замкнутым траекториям с участками, близкими к прямолинейным: автореф. дис. ... канд. юрид. наук. Волгоград, 2013. 19 с.

## References

1. Alpatov Yu.N. The synthesis of control systems by the method of structural graphs: monogr. Irkutsk: Irkut. un-ta, 1988. 183 p.
2. Alpatov Yu.N. Mathematical modeling of the processes: monogr. Bratsk: Brat. gos. un-nt, 2006. 88 p.
3. Bolyakno V.A. Investigation of parametric dependence of coordinates in the binary system // Sovremennye problemy estestvoznaniya, obrazovaniya i informatiki: materialy 7 mezhvuz. stud. nauch. konf. 2014. P. 5.
4. Bolyakno V.A. Synthesis of multidimensional control systems on the example of the two-dimensional system // Molodaya mysl': nauka, tekhnologii, innovatsii: sb. nauch. st. M., 2016. P. 7.
5. Levit D.I. Electric field of the atmosphere // Materialy Vseros. nauchno-tekhn. konf. Bratsk, 2015. P. 15-16.
6. Alpatov A.Yu, Chetvertakov V.N. Synthesis of local component of multivariable control systems by the method of structural numbers // Materialy 6 vseros. nauchno-tekhn. konf. Bratsk, 2015. P. 20.
7. Yakovlev I.Yu. Computerization is one of the PU-TEI optimize educational process // Molodaya mysl': nauka, tekhnologii, innovatsii. 2015. P. 213-216.
8. Urban B. Adoption of automatic identification systems by grocery retailers in the Johannesburg area // Journal of transport and Supply Chain Management. 2011.
9. Tiitto S. Handbook of measurement of residual stresses // Experimental Mechanics, 1996. P. 179-224.
10. Lashkari M. COSMOS/M USER GUIDE Stress, vibration, buckling, dynamics and heat transfer analyses. S.P.A.C. 1988.
11. Mukhopad A.Yu. Structural synthesis of automatic control systems of information processing of the real-time: avtoref. dis. ... kand. tekhn. nauk. Bratsk, 2010. 19 p.
12. Bykova N.M. Systematic approach to the assessment and management of impacts on geodeformation lengthy technological objects: avtoref. dis. ... d-ra tekhn. nauk. Bratsk, 2009. 52 p.
13. Yufi T., Khiokio Kh. Search range based on multidimensional uncertain data ASM. M., 2007. 54 p.
14. Gaiduk A.R. To the problem of invariant synthesis of multidimensional control systems // Tekhnicheskie nauki. 2008. Tem. vyp. P. 52-62.
15. Ivanovskii R.I., Nesterov A.V. Synthesis of many-dimensional management systems. The problem of stability. SPb.: SPbGPU, Fakul'tet tekhn. kibernetiki, 2005. P. 1-4.
16. Polyayina A.S. Control of many-dimensional dynamical systems on closed trajectory-holders with plots close to a straight: avtoref. dis. ... kand. yurid. nauk. Volgograd, 2013. 19 p.