

Релаксационные крутильные автоколебания бурильной колонны при вибровращательном способе углубления забоя скважины

В.А. Коронатов

Братский государственный университет, ул. Макаренко 40, Братск, Россия
kortavik@mail.ru

Статья поступила 12.03.2016, принята 18.04.2016

Рассматривается простейшая одномассовая модель бурильной колонны при описании крутильных автоколебаний, возникающих при углублении забоя скважины вибровращательным способом бурения. Предполагается, что погружение колонны и вращение долота могут чередоваться с длительными остановками — заклиниванием, возникающим как результат действия сил сопротивления со стороны забоя. Аналитическая зависимость для силы сопротивления от линейной скорости погружения и угловой скорости вращения долота выражена через аппроксимацию Паде. Такой подход позволяет избежать некорректностей математического и логического характера при нулевых значениях скоростей и моделировать процесс погружения бурильной колонны, чего в традиционных моделях не удавалось. Это также дает новый способ моделирования прерывистости движения — до сих пор в механике подобное удавалось только с помощью сухого трения. Кроме того, Паде аппроксимация позволяет более точно учитывать механические свойства породы в забое при наличии экспериментальных характеристик, а также ввести динамическое напряжение, через которое естественным путем определяются условия погружения колонны. Уравнения модели позволяют определять скорость и величину углубления забоя скважины, что раньше было возможно только с помощью эмпирических формул. Приведенная модель описывает следующие возможные состояния долота: одновременное заклинивание поступательного и вращательного движений; вращение, безостановочное или чередующееся с остановками при заклинивании поступательного движения (режим «stick – slip»); кратковременный отрыв долота от забоя; погружение как при наличии, так и при отсутствии вращения долота. Указанные состояния, в зависимости от исходных параметров модели, либо сочетаются в разных вариантах, либо реализуется один из них. Существенно и то, что степень износа долота учитывается в уравнениях модели автоматически, через коэффициент запаса прочности. При описании новой динамической модели бурильной колонны использовалась и уточнялась теория погружения вращающегося твердого тела в грунт, разработанная автором. Полученные уравнения дают полный алгоритм для проведения численного моделирования крутильных автоколебаний, возникающих в бурильной колонне при углублении забоя скважины вибровращательным способом бурения.

Ключевые слова: бурильная колонна; скорость углубления забоя скважины; вибровращательный способ бурения; релаксационные колебания; крутильные автоколебания; аппроксимация Паде сил сопротивления.

Relaxation torsional oscillations of a drill-string under vibratory rotary drilling of a downhole

V.A. Koronатов

Bratsk State University; 40, Makarenko St., Bratsk, Russia
kortavik@mail.ru

Received 12.03.2016, accepted 18.04.2016

The simplest one-mass model of a drill-string is considered when describing torsional oscillations under vibratory rotary drilling of a downhole. The column immersion and the bit rotation are supposed to alternate with long stops, called jamming and being the result of the activity of the rib-side resistance forces. For the resistance force, analytical dependence on the linear velocity of immersion and angular velocity of bit rotation was expressed by means of Pade approximation. This approach allowed to avoid mathematical and logical inaccuracies at zero velocity meanings and to simulate the process of the drill-string immersion, failed in traditional models. It also provides a new way of modeling intermittent motions, which could previously be done in mechanics only with the help of dry friction. In addition, by applying experimental characteristics, the Pade approximation allows to take into account more accurately mechanical properties of the rock in the downhole, as well as to introduce dynamic tension, determining naturally the terms for the column immersion. The equations for the model allow to determine the immersion velocity and size that was previously done with the help of empirical formulas. The model given describes the following possible states of a bit: simultaneous jamming in translational and rotational motions; rotation, alternating with non-stop or stops when translational motion is jammed («stick-slip» mode); short downhole-bit separation; immersing both with and without bit rotation. These states, depending on the initial model parameters, can either be combined in different ways or one of them can be realized. It is also important that the degree of bit wear is taken into account in the model equations automatically through a safety factor. When describing a new dynamic drill-string model, the theory of immersion for a rotating solid body, developed by the author of the article, has been used and specified. These equations obtained provide a complete algorithm for the numerical modeling of torsional oscillations occurring in the drill string under vibratory rotary drilling of a downhole.

Key words: drill-string; downhole advanced rate; vibratory rotary drilling; relaxation oscillations; rotary oscillations; Pade approximation to the resistance forces.

Введение

Как известно, в целях улучшения процессов бурения создаются динамические модели бурильной колонны для последующего их изучения. В частности, для промысловиков разрабатываются рекомендации по увеличению производительности проводимых работ и предотвращению или минимизации внештатных ситуаций, приводящих к поломке инструмента или заметно-му уменьшению скорости бурения. Ценность таких рекомендаций определяется прежде всего достоверностью принятой модели.

Между тем, в настоящее время практически все общепринятые модели обладают существенным общим недостатком — они не учитывают сам процесс погружения колонны по мере углубления забоя скважины. В моделях принято считать, что колонна при взаимодействии с забоем упирается в абсолютно твердую поверхность, и тем самым сама возможность погружения полностью исключается [1–3; 14–17]. Это означает, что такие модели изучают далеко не полноценный процесс бурения, а лишь его частный случай — процесс заклинивания колонны в поступательном движении. Поэтому очевидно, что к рекомендациям, построенным на изучении таких моделей, следует относиться с большой осторожностью — их достоверность вызывает обоснованные сомнения.

Столь нелогичное положение дел, когда бурение скважины изучается без учета погружения — основного процесса — вызвано трудностями ввода аналитической зависимости для силы сопротивления со стороны забоя. Наблюдения показывают, что сила сопротивления должна быть прямо пропорциональна скорости погружения v и обратно пропорциональна угловой скорости вращения долота ϕ , что аналитически обы-

чно выражается зависимостью $F_c = k \frac{v}{\phi}$, где k — коэф-

фициент пропорциональности, определяемый через прочностные свойства породы в забое. Эта общепринятая зависимость и ей подобные приводят к некорректностям принимаемой модели логического и математического характера при нулевых значениях скоростей. Поэтому такой путь приводит в тупик при попытке описания процесса погружения колонны.

В настоящее время по указанным причинам сложилась практика, когда в принимаемых моделях отказываются от описания процесса погружения бурильной колонны [1–3; 14–17]. Лишь в отдельных работах предпринимались попытки устранить этот недостаток. Так, в работах [7; 8] для предполагалось, что изучается стационарный процесс погружения колонны в диапазоне далеких от нулевого значения скоростей и без учета возможности длительных остановок (заклиниваний). Тем самым исключалась возможность описания переходных режимов бурения, наиболее интересных с точки зрения практических нужд и наиболее проблемных при ведении промысловых работ. Полностью исключались и описания режимов бурения с учетом возможности длительных остановок (заклинивания) в по-

ступательном или вращательном движении долота — тоже весьма нежелательные случаи, часто возникающие в промысловой практике и нуждающиеся в подробном изучении.

Попытки во что бы то ни стало преодолеть указанные проблемы и получить возможность описания процесса погружения бурильной колонны привели даже к тому, что в работе Ю.М. Ветюкова [10] было предложено вводить так называемые определяющие соотношения при описании качественно различных режимов бурения. По сути своей, эти определяющие соотношения предназначены для изменения вида самих уравнений движения принятой модели, как только скорость погружения или скорость вращения долота приближаются к нулевому значению, то есть при возникновении вероятности указанных некорректностей. Искусственность такого подхода очевидна, поэтому результаты, полученные в указанной работе, обсуждать здесь не будем.

Следует отметить, что есть и другой подход [7–9; 19–20] ввода сил сопротивления F_c при бурении. Он основан на предположении, что силы сопротивления прямо пропорциональны толщине слоя породы, разрушаемой шарошками долота в ходе своего перекачивания по забою. При таком подходе исключаются некорректности, отмеченные выше, при нулевых значениях скоростей, что позволяет описывать модели дифференциальными уравнениями с переменным запаздывающим аргументом. Решение таких дифференциальных уравнений сопряжено со значительными математическими трудностями, в том числе при использовании численных методов. При таком подходе удается находить лишь простейшие стационарные решения численным путем и только для случаев, когда запаздывающий аргумент постоянен [8–9].

Все перечисленные выше трудности удастся решить на удивление простым и в то же время естественным путем — при определении силы сопротивления через аппроксимацию Паде [4–8]. Использование Паде аппроксимации позволяет решить сразу несколько задач:

- а) избежать некорректностей логического и математического характера при нулевых значениях скоростей погружения и вращения долота;
- б) учесть качественный характер зависимости для силы сопротивления от скорости погружения v и угловой скорости долота ϕ ;
- в) наиболее точно моделировать механические свойства породы в забое, в том числе прочностные, при наличии экспериментальной характеристики;
- г) моделировать прерывистость погружения колонны с длительными остановками, что ранее в задачах механики удавалось только с помощью сухого трения;
- д) ввести приведенное динамическое напряжение, возникающее в породе забоя, с учетом воздействия долота, что позволяет устанавливать простые условия перехода от длительной остановки к режиму погружения колонны и наоборот.

Существенно и то, что прежние модели, когда колонна упирается в абсолютно твердую поверхность и не имеет возможности погружаться, превращаются в частные случаи для вводимых моделей с использованием Паде аппроксимации. В работах автора [4–8] заложены основы теории погружения твердого тела в грунт на примере описания работы бурильной колонны при бурении скважин. В данной работе развивается теория погружения на примере описания новой модели при вибрационно-вращательном способе бурения. Следует заметить, что динамические модели для вибровращательного метода бурения ранее не вводились, и такой способ бурения не изучался.

Вибрационно-вращательный способ бурения — один из перспективных способов эффективного бурения твердых горных пород. Преимущество такого комбинированного способа бурения состоит в том, что порода не только дробится и скалывается в момент удара, но и срезается или скалывается во время вращения породоразрушающего инструмента. Установлено, что при вибрационно-вращательном бурении механическая скорость углубления возрастает в 2-3 раза, а время сохранения первичной режущей способности инструмента в 5–8 раз больше по сравнению с вращательным бурением. Однако имеющиеся в промышленном производстве вибраторы вследствие больших размеров ведут к увеличению диаметра скважины, и бурение глубоких скважин с диаметром менее 250 мм таким способом не представляется возможным. Поэтому в настоящее время вибровращательный способ используется только при неглубоком бурении. Следует иметь в виду, что вопрос об уменьшении габаритных размеров вибраторов рано или поздно будет решен, и изучение вибровращательного способа станет актуальным также при глубоком бурении.

Описание модели. Для изучения крутильных автоколебаний бурильной колонны во время углубления забоя скважины будем исходить из простейшей одно-массовой модели (рис. 1), введенной в работе [4], добавив при этом вибрационную силу $H \sin vt$.

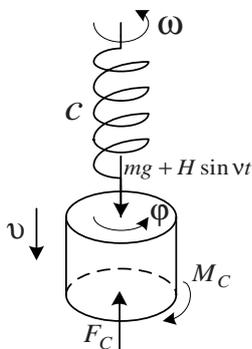


Рис. 1. Динамическая модель бурильной колонны с учетом погружения при вибровращательном способе бурения

Здесь предполагается, что верхнее сечение колонны закручивается с заданной постоянной угловой скоростью ω , а в нижнем сечении, угол закручивания кото-

рого Φ имеется долото (диск), на который со стороны забоя действуют момент M_c и сила F_c сопротивления (m – масса растянутой части бурильной колонны; I – момент инерции поперечного сечения этой части колонны). Учитывая, что относительный угол закручивания $\Psi = \Phi - \omega t$ нижнего сечения бурильной колонны по отношению к верхнему может быть достаточно велик, упругий момент со стороны колонны (пружины), передающийся на долото, введем в следующем нелинейном виде: $M = -c(\Phi - \omega t) - \beta(\Phi - \omega t)^3$, где t – текущее время, c, β – константы, определяющие упругие свойства колонны (при $\beta = 0$ упругий момент будет изменяться согласно закону Гука). Погружение бурильной колонны происходит со скоростью v , определение которой является одной из решаемых задач.

Постановка и решение задачи. Введенная вибрационная сила, в сравнении с моделью, введенной в работе [4], приводит к изменению как возможных режимов, так и самих уравнений движения бурильной колонны:

$$\begin{cases} mg(1 + h \sin vt) - F_c = 0, & n \rho u 1 + h \sin vt > 0 \text{ и } v \equiv 0; \\ m \dot{v} = \begin{cases} mg + H \sin vt - F_c, & n \rho u 1 + h \sin vt > 0 \text{ и } v > 0; \\ mg(1 + h \sin vt), & n \rho u x < x_{**}; \end{cases} \\ M - M_c = 0, & n \rho u 1 + h \sin vt > 0 \text{ и } \dot{\phi} \equiv 0; \\ I \ddot{\phi} = \begin{cases} M - M_c, & n \rho u 1 + h \sin vt > 0 \text{ и } \dot{\phi} \neq 0; \\ M, & n \rho u x < x_{**}. \end{cases} \end{cases} \quad (1)$$

Здесь дополнительно к обозначениям, введенным в описании модели, принято следующее: точкой обозначена производная по времени t ; x, x_{**} – соответственно текущая координата погружения долота по отношению к устью скважины ($\dot{x} = v$) и значение координаты погружения в начале последнего отрыва долота от забоя; H, h, v – соответственно амплитуда, приведенная амплитуда и частота вибрационной силы.

Принимая во внимание, что угловая скорость может иметь произвольный знак, а линейная скорость погружения всегда положительна, при контакте долота с забоем аналитическая зависимость для силы сопротивления берется в виде аппроксимации Паде такого вида [4–6]:

$$F_c = F_0 \frac{v + \Delta}{v + bR|\phi| + \Delta}. \quad (2)$$

Здесь b, Δ – коэффициенты полиномиальных членов аппроксимации Паде, которые определяются из экспериментальных характеристик для силы сопротивления породы, в которой осуществляется бурение скважины, в свою очередь определяющих прочностные свойства породы; R – характерный размер пятна контакта долота с забоем; F_0 – коэффициент пропорциональности, подлежащий определению. Следует иметь в виду, что

использование аппроксимации Паде [18] в задачах механики впервые было предложено В.Ф. Журавлевым [11–13] для определения поликомпонентного трения при описании скольжения тел с верчением вдоль шероховатой абсолютно твердой плоскости. Момент сил сопротивления вращению породоразрушающего инструмента со стороны забоя согласно современному представлению [7] равен $M_c = \rho F_c$, то есть:

$$M_c = \rho F_0 \frac{v + \Delta}{v + bR|\dot{\phi}| + \Delta}, \quad (3)$$

где ρ – удельный момент сопротивления на единицу давления в забое, имеющий физическую природу, близкую к коэффициенту трения скольжения [7–8], который, будем полагать, изменяется согласно закону Кулона (рис. 2):

$$\rho = \begin{cases} \rho_0 \text{sign} \dot{\phi}, & \text{при } \dot{\phi} \neq 0; \\ -\rho_1 \leq \rho \leq \rho_1, & \text{при } \dot{\phi} = 0 \left(\varepsilon = \frac{\rho_1}{\rho_0} > 1 \right). \end{cases} \quad (4)$$

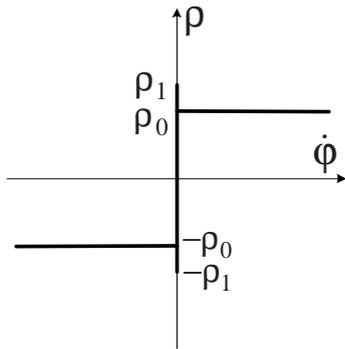


Рис. 2. Закон Кулона

Уравнения системы (1) описывают следующие качественно разные состояния бурильной колонны:

- длительная остановка (заклинивание) бурильной колонны в поступательном движении — когда $v \equiv 0$, а действующие силы не способны преодолеть действие сил сопротивления со стороны забоя;

- погружение колонны при контакте долота с забоем — когда $1 + h \sin vt > 0$ и $v > 0$;

- отрыв долота от поверхности забоя — когда $x < x_{**}$, что может произойти вследствие действия вибрационной силы (в этом случае скорость погружения v может быть любой);

- длительная остановка долота (заклинивание) во вращательном движении — когда $1 + h \sin vt > 0$ и $\dot{\phi} \equiv 0$;

- вращательное движение долота при наличии контакта с забоем или при его отсутствии соответственно когда $1 + h \sin vt > 0$ и $\dot{\phi} \neq 0$ (в контакте) и — когда $x < x_{**}$ (при отрыве).

Нелинейная система дифференциальных уравнений (1) не имеет точных аналитических решений, поэтому

она решалась численно. При построении численного алгоритма ключевыми моментами являются определение окончания длительной остановки в поступательном движении колонны и окончания погружения (или определения их невозможности наступления, что также может наблюдаться). Рассмотрим подробнее решение этих вопросов.

Из первого уравнения системы (1) следует, что $F_0 = kmg(1 + h \sin vt)$, где $k = 1 + \frac{bR}{\Delta}|\dot{\phi}|$ — коэффициент динамичности, определяющий меру воздействия долота на забой через угловую скорость долота; тем самым коэффициент F_0 является переменной величиной во время длительной остановки в поступательном движении, что ожидаемо из-за изменяющейся вибрационной силы. Заметим, что $F_0 = F_c|_{\dot{\phi}=0} = mg(1 + h \sin vt)$. Первое уравнение системы (1) можно представить в таком виде: $\sigma_d = \frac{\sigma}{k}$, где $\sigma = \frac{mg(1 + h \sin vt)}{s} = \sigma_0(1 + h \sin vt)$ — напряжение в породе, вызванное весом колонны и действием вибрационной силы ($\sigma_0 = \frac{mg}{s}$ — напряжение создаваемое весом данной колонны); s — площадь пятна контакта между долотом и забоем; σ_d — приведенное динамическое напряжение, возникающее в породе, с учетом динамического воздействия долота на породу (такое воздействие определяется через коэффициент динамичности k). Значение предельного динамического напряжения σ_{1d} в забое можно выразить аналогичным образом, через предельное обычное напряжение σ_1 , которое возникает в породе забоя перед началом погружения: $\sigma_{1d} = \frac{\sigma_1}{k}$.

Окончание длительной остановки поступательного движения колонны следует ожидать тогда, когда $\sigma_{1d} = \sigma_0(1 + h \sin vt)$. Тем самым, в момент начала погружения колонны при $t = t_*$ коэффициент динамичности должен достигнуть своего предельного значения k_* и показывать, во сколько раз обычное предельное напряжение σ_1 уменьшится вследствие динамического воздействия долота, чтобы началось погружение колонны: $k_* = \frac{n_1}{1 + h \sin vt_*}$, где $n_1 = \frac{\sigma_1}{\sigma_0}$ — запас прочности породы в забое на погружение для колонны данного веса. Отсюда следует и формула для определения значения критической угловой скорости долота:

$$|\dot{\phi}|_* = \left(\frac{n_1}{1 + h \sin vt_*} - 1 \right) \frac{\Delta}{bR}, \quad (5)$$

начиная с которой будет происходить погружение бурильной колонны.

Дифференциальное уравнение погружения колонны при контакте долота с забоем примет вид:

$$\dot{v} = g(1 + h \sin vt) - gn_1 \frac{v + \Delta}{v + bR|\dot{\phi}| + \Delta}, \quad (6)$$

$$npu \ 1 + h \sin vt > 0 \ u \ v > 0.$$

Здесь учтено, что коэффициент F_0 во время погружения будет равен своему предельному значению: $F_{0*} = k_* mg(1 + h \sin vt_*) = n_1 mg$.

Очевидно, что погружение будет происходить, когда $\sigma_{10} \leq \sigma_0(1 + h \sin vt)$. Окончания погружения следует ожидать не по скорости, то есть когда скорость v обратится в нуль, как это принято делать при решении обычных задач, а по приведенному динамическому напряжению, то есть когда будет выполняться условие:

$$\sigma_{10} > \sigma_0(1 + h \sin vt), \quad (7)$$

что равносильно такому условию для угловой скорости долота:

$$|\dot{\phi}| < \left(\frac{n_1}{1 + h \sin vt} - 1 \right) \frac{\Delta}{bR}. \quad (8)$$

Следует иметь в виду, что остановка погружения может быть жесткой или мягкой. При жесткой остановке текущая скорость погружения не успевает достичь нулевого значения перед остановкой, так что в этом случае в момент остановки скорость скачкообразно уменьшится до нуля, то есть жесткая остановка будет сопровождаться ударом. При мягкой остановке текущая скорость погружения обращается в нуль одновременно с тем, когда модуль угловой скорости долота достигает критического значения, что, видимо, чаще наблюдается в мягких породах.

Существенно, что коэффициент запаса прочности на погружение n_1 у бурильной колонны с новым, острым долотом будет меньше коэффициента запаса прочности со старым, затупленным долотом за счет увеличения площади контакта между долотом и забоем по мере износа долота. Для точного определения значения n_1 необходимо знать значение s – площади общей зоны контакта между долотом и забоем. Приближенное значение n_1 можно определить через модуль критической угловой скорости вращения долота $|\dot{\phi}_*|$ по формуле (5), приняв $n_1 \approx k_*$ и предварительно замерив критическую угловую скорость $|\dot{\phi}_*|$ как для нового, так и для изношенного долота. Существенно, что тип и марка долота здесь роли не играют. Тем самым, задаваясь численным значением коэффициента запаса прочности n_1 , уравнения динамической модели будут «настраиваться» на работу бурильной колонны с заданной степенью изношенности имеющегося долота. Отпадает

и необходимость использования каких-либо эмпирических соотношений, которые обычно вводятся при определении изношенности долота. Согласно формуле (5) с затупленным долотом длительность режима «stick – slip» будет больше, если сравнивать с длительностью работы нового долота в этом режиме, что соответствует действительности.

Отрыв долота от забоя скважины (кратковременное подпрыгивание) может возникать за счет действия вибрационной силы и происходит в такие моменты $t = t_{**}$, когда $1 + h \sin vt_{**} = 0$; это состояние долота описывается вторым дифференциальным уравнением системы (1), когда $x < x_{**}$, где x_{**} – координата положения долота в момент начала последнего отрыва от поверхности забоя. Режим отрыва долота от забоя прекратится, как только $x = x_{**}$ и $1 + h \sin vt > 0$. В момент восстановления контакта долота с забоем, будем полагать, происходит пластический удар без последующих подпрыгиваний.

При описании вращательного движения долота следует принять во внимание, что:

$$M_c = \begin{cases} \rho mg(1 + h \sin vt), \ npu \ \dot{\eta} \equiv 0, \ \dot{\phi} \equiv 0 \\ (-\rho_1 \leq \rho \leq \rho_1); \\ \rho_0 mg(1 + h \sin vt) \text{sign} \dot{\phi}, \ npu \ \dot{\eta} \equiv 0, \ \dot{\phi} \neq 0; \\ \rho_0 n_1 mg \frac{v + \Delta}{v + bR|\dot{\phi}| + \Delta} \text{sign} \dot{\phi}, \ npu \ \dot{\eta} > 0, \ \dot{\phi} \neq 0; \\ \rho n_1 mg, \ npu \ \dot{\eta} > 0, \ \dot{\phi} \equiv 0 \ (-\rho_1 \leq \rho \leq \rho_1). \end{cases} \quad (9)$$

Тем самым, условия окончания длительной остановки во вращательном движении долота запишутся так:

$$|c\psi + \beta\psi^3| \geq \begin{cases} \rho_1 mg(1 + h \sin vt), \ npu \ v \equiv 0; \\ \rho_1 n_1 mg, \ npu \ v > 0, \end{cases} \quad (10)$$

а окончание вращательного движения — при одновременном выполнении следующих условий:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\phi} = 0 \ u \ |c\psi + \beta\psi^3| \leq \\ \left\{ \begin{array}{l} \rho_1 mg(1 + h \sin vt), \ npu \ v \equiv 0; \\ \rho_1 n_1 mg \frac{v + \Delta}{v + bR|\dot{\phi}| + \Delta}, \ npu \ v > 0. \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (11)$$

В формулах (10), (11) предусмотренные случаи, когда $v > 0$, то есть погружение без вращения долота, возможны за счет действия вибрационной силы. С учетом сделанных выше замечаний приведенная одномассовая динамическая модель бурильной колонны будет описываться следующей системой нелинейных дифференциальных уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{v} \equiv 0, \quad n p u \ 1 + h \sin vt > 0 \ u \ |\dot{\phi}| < \left(\frac{n_1}{1 + h \sin vt} - 1 \right) \frac{\Delta}{bR}; \\ \dot{v} = \begin{cases} g(1 + h \sin vt) - n_1 g \frac{v + \Delta}{v + bR|\dot{\phi}| + \Delta}, & n p u \ 1 + h \sin vt > 0 \ u \ |\dot{\phi}| \geq \left(\frac{n_1}{1 + h \sin vt} - 1 \right) \frac{\Delta}{bR}; \\ g(1 + h \sin vt), & n p u \ x < x_{**}; \end{cases} \\ \dot{\phi} \equiv 0, \quad n p u \ 1 + h \sin vt > 0 \ u \ |c(\phi - \omega t) + \beta(\phi - \omega t)^3| < \begin{cases} \rho_1 mg(1 + h \sin vt), & n p u \ v \equiv 0; \\ \rho_1 n_1 mg, & n p u \ v > 0; \end{cases} \\ I\ddot{\phi} + c(\phi - \omega t) + \beta(\phi - \omega t)^3 = \begin{cases} -\rho_0 mg(1 + h \sin vt) \text{sign} \dot{\phi}, & n p u \ 1 + h \sin vt > 0 \ u \ v \equiv 0; \\ -\rho_0 n_1 mg \frac{v + \Delta}{v + bR|\dot{\phi}| + \Delta} \text{sign} \dot{\phi}, & n p u \ 1 + h \sin vt > 0 \ u \ v > 0; \\ 0, & n p u \ x < x_{**}; \end{cases} \end{array} \right. \quad (12)$$

Обозначив точкой производную по времени τ , далее перейдем к безразмерным переменным:

$$\tau = \sqrt{\frac{c}{I}} t, \quad \xi = \frac{c}{\rho_0 mg} (\phi - \omega t), \quad \dot{\eta} = \frac{\sqrt{cI}}{\rho_0 mg R} v \quad \left(\eta = \frac{c}{\rho_0 mg R} x \right) \quad (13)$$

и параметрам:

$$\Omega = \frac{\sqrt{cI}}{\rho_0 mg} \omega, \quad \chi = \frac{I}{\rho_0 m R}, \quad \alpha = \beta \frac{(\rho_0 mg)^2}{c^3}, \quad \delta = \frac{\sqrt{cI}}{\rho_0 mg R} \Delta, \quad p = v \sqrt{\frac{I}{c}}, \quad h = \frac{H}{mg}, \quad \varepsilon = \frac{\rho_1}{\rho_0}, \quad n_1 = \frac{\sigma_1}{\sigma_0}. \quad (14)$$

Сформулированная задача (1), (12) в безразмерном виде запишется следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\eta} \equiv 0, \quad n p u \ 1 + h \sin p\tau > 0 \ u \ |\dot{\xi} + \Omega| < \left(\frac{n_1}{1 + h \sin p\tau} - 1 \right) \frac{\delta}{b}; \\ \dot{\eta} = \begin{cases} \chi(1 + h \sin p\tau) - n_1 \chi \frac{\dot{\eta} + \delta}{\dot{\eta} + b|\dot{\xi} + \Omega| + \delta}, & n p u \ 1 + h \sin p\tau > 0 \ u \ |\dot{\xi} + \Omega| \geq \left(\frac{n_1}{1 + h \sin p\tau} - 1 \right) \frac{\delta}{b}; \\ \chi(1 + h \sin p\tau), & n p u \ \eta < \eta_{**}; \end{cases} \\ \dot{\xi} \equiv -\Omega, \quad n p u \ 1 + h \sin p\tau > 0 \ u \ |\xi + \alpha \xi^3| < \begin{cases} \varepsilon(1 + h \sin p\tau), & n p u \ \dot{\eta} \equiv 0; \\ \varepsilon n_1, & n p u \ \dot{\eta} > 0; \end{cases} \\ \ddot{\xi} + \xi + \alpha \xi^3 = \begin{cases} -(1 + h \sin p\tau) \text{sign}(\dot{\xi} + \Omega), & n p u \ 1 + h \sin p\tau > 0 \ u \ \dot{\eta} \equiv 0; \\ -n_1 \frac{\dot{\eta} + \delta}{\dot{\eta} + b|\dot{\xi} + \Omega| + \delta} \text{sign}(\dot{\xi} + \Omega), & n p u \ 1 + h \sin p\tau > 0 \ u \ \dot{\eta} > 0; \\ 0, & n p u \ \eta < \eta_{**}. \end{cases} \end{array} \right. \quad (15)$$

При этом остановка вращения долота, описываемая последним уравнением системы (15), при $1 + h \sin p\tau > 0$, то есть при наличии контакта с поверхностью забоя, согласно условиям (11) будет происходить в моменты, когда одновременно:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\xi} = -\Omega \quad u \\ |\xi + \alpha \xi^3| \leq \begin{cases} \varepsilon(1 + h \sin p\tau), & n p u \ \dot{\eta} \equiv 0; \\ \varepsilon n_1 \frac{\dot{\eta} + \delta}{\dot{\eta} + b|\dot{\xi} + \Omega| + \delta}, & n p u \ \dot{\eta} > 0. \end{cases} \end{array} \right. \quad (16)$$

Система уравнений (15) с учетом условий (16) представляет собой полный алгоритм для проведения численного моделирования происходящих процессов — крутильных автоколебаний бурильной колонны при углублении забоя скважины при вибровращательном способе бурения.

Работоспособность приведенного алгоритма (15), (16) для введенной одномассовой модели бурильной колонны подтверждается приведенными примерами численного счета (рис. 3-16). Первый пример моделирует чисто вращательный способ бурения, то есть без учета действия вибрационной силы ($h = 0$). Следующие примеры 2-4 моделируют процесс вибровращательного способа бурения при разных значениях частоты p вибрационной силы и ее амплитуды h . На приведенных графиках (рис. 6, 10, 13) наглядно видно, что действие вибрационной силы увеличивает величину углубления скважины за отведенное время, в сравнении (рис. 5) с чисто вращательным бурением. Раньше это обнаруживалось лишь экспериментально. Тем самым, впервые удастся подтвердить эффект вибрационного воздействия на процесс бурения путем численного моделирования.

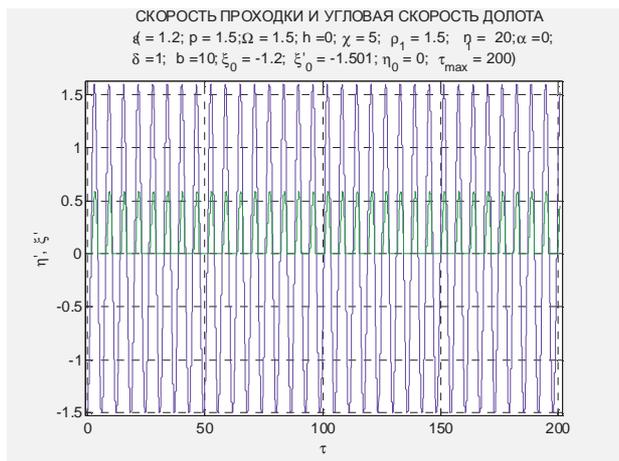


Рис. 3. Пример 1: при отсутствии вибрационной силы ($h = 0$).

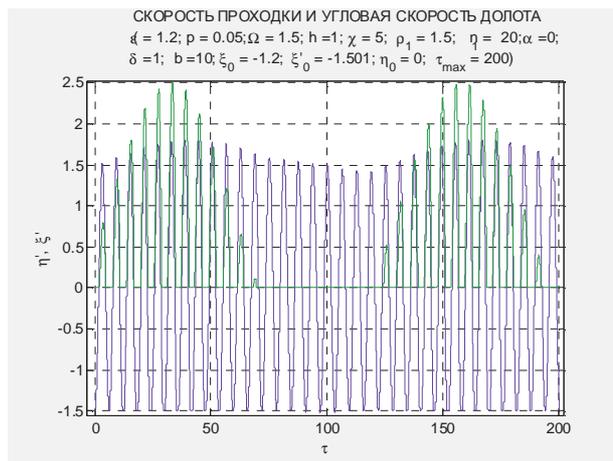


Рис. 4. Пример 2: при наличии вибрационной силы ($h = 1.0; p = 0.05$).

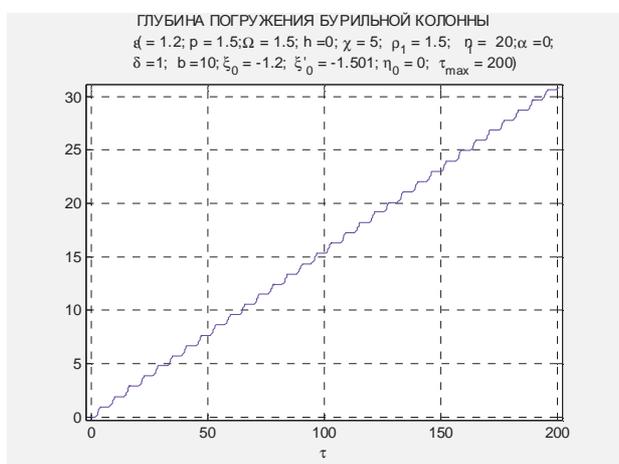


Рис. 5. Пример 1: при отсутствии вибрационной силы ($h = 0$).

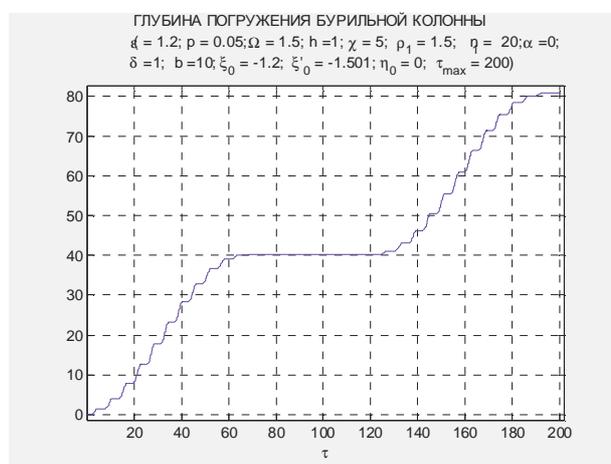


Рис. 6. Пример 2: при наличии вибрационной силы ($h = 1.0; p = 0.05$).



Рис. 7. Пример 1: при отсутствии вибрационной силы ($h = 0$).

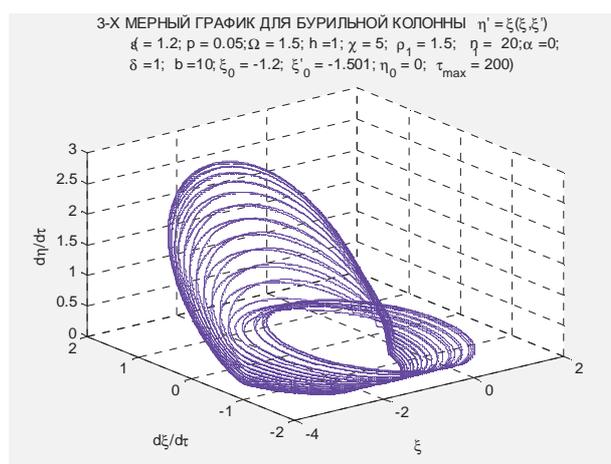


Рис. 8. Пример 2: при наличии вибрационной силы ($h = 1.0; p = 0.05$).

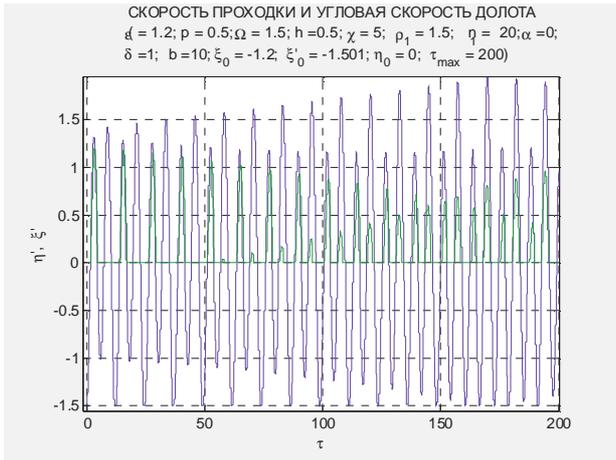


Рис. 9. Пример 3: при наличии вибрационной силы.
 ($h = 0.5; p = 0.5$).

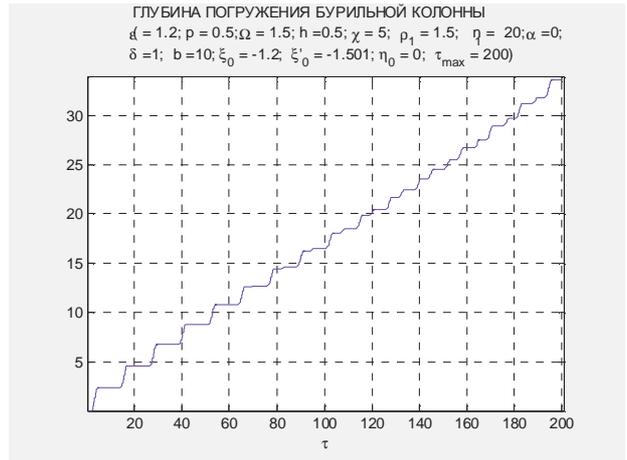


Рис. 10. Пример 3: при наличии вибрационной силы.
 ($h = 0.5; p = 0.5$).

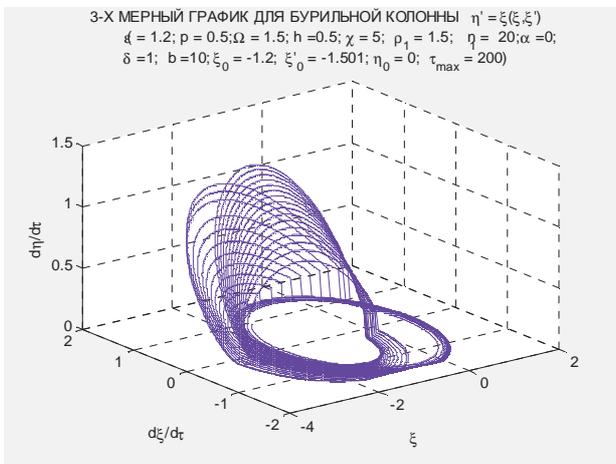


Рис. 11. Пример 3: при наличии вибрационной силы.
 ($h = 0.5; p = 0.5$).

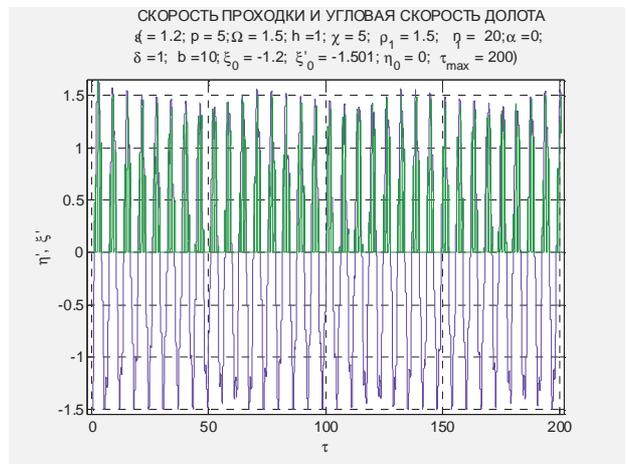


Рис. 12. Пример 4: при наличии вибрационной силы.
 ($h = 1.0; p = 5$).

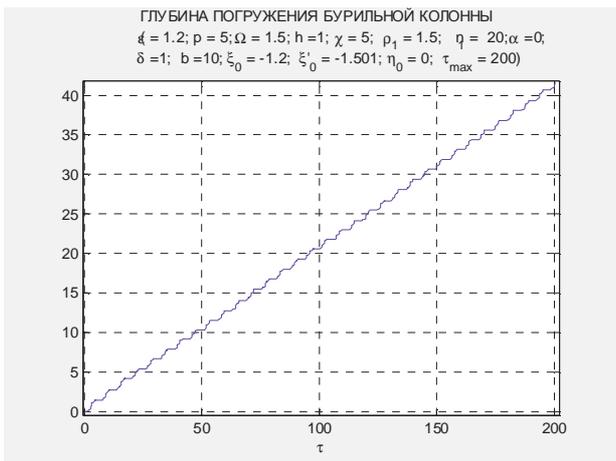


Рис. 13. Пример 4: при наличии вибрационной силы.
 ($h = 1.0; p = 5$).

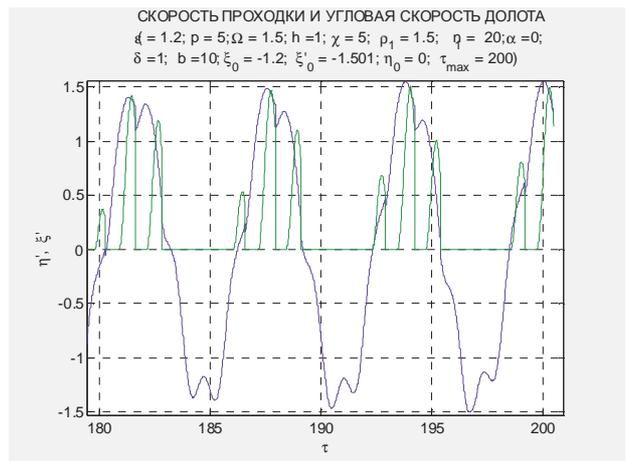


Рис. 14. Пример 4: при наличии вибрационной силы
 ($h = 1.0; p = 5$ - укрупненный масштаб).

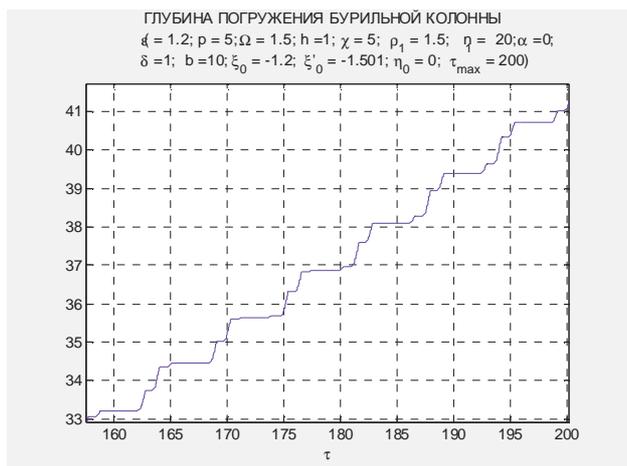


Рис. 15. Пример 4: при наличии вибрационной силы. ($h = 1.0$; $p = 5$ - укрупненный масштаб).

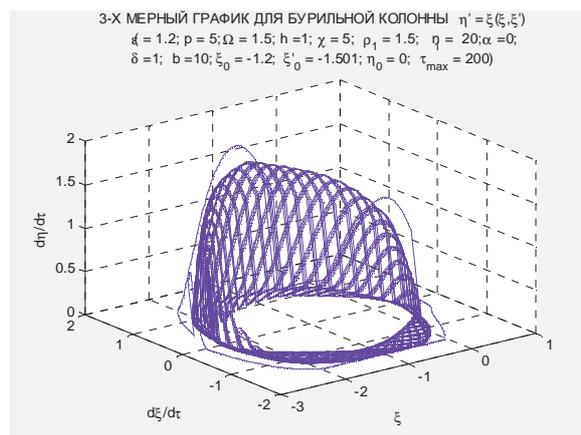


Рис. 16. Пример 4: при наличии вибрационной силы. ($h = 1.0$; $p = 5$).

Выводы

1. Построена принципиально новая динамическая модель для описания крутильных автоколебаний релаксационного типа бурильной колонны с учетом процесса погружения по мере углубления забоя скважины при вибровращательном способе бурения. Ранее подобные модели никем не вводились и не рассматривались.

2. Полученные уравнения дают полный алгоритм для проведения численного моделирования крутильных автоколебаний, возникающих в бурильной колонне при углублении забоя скважины виброционно-вращательным способом бурения.

Заключение

Приведенная динамическая модель бурильной колонны нуждается в дополнительном численном и аналитическом исследовании. На ее основе можно переходить к другим, более общим и интересным моделям вибровращательного способа бурения скважин.

Литература

1. Белокобыльский С.В., Прокопов В.К. Анализ фрикционных автоколебаний бурильной колонны при экспоненциальном законе сопротивления // Прикладная механика. 1982. Т. 18, № 12. С. 98-101.
2. Белокобыльский С.В., Ветюков М.М., Нагаев Р.Ф. О фрикционных автоколебаниях бурильной колонны // Изв. АН СССР. Машиноведение. 1982. № 2. С. 15-20.
3. Белокобыльский С.В., Корнатов В.А., Нагаев Р.Ф. Квазигармонический режим крутильных автоколебаний бурильной колонны при неглубоком бурении // Проблемы механики современных машин: материалы междунар. конф. Улан-Удэ, 2000. Т. 2. С. 89-94.
4. Корнатов В.А. Новая динамическая модель бурильной колонны и численное описание крутильных автоколебаний во время проходки - углубления забоя скважины // Системы. Методы. Технологии. 2015. № 1 (25). С. 48-59.
5. Корнатов В.А. Новый метод решения задач на погружение вращающегося твердого тела в сопротивляющуюся среду // Механика XXI века. 2015. № 14. С. 14-21.

6. Корнатов В.А. Новый метод описания процесса бурения скважин и обнаружение режимов детерминированного хаоса // Материалы VI Международной конференции «Проблемы механики современных машин». Улан-Удэ: Изд-во ВСГУТУ, 2015 Т. 1. С. 127-140.

7. Нагаев Р.Ф., Исаков К.А., Лебедев Н.А. Динамика горных машин. СПб.: Изд-во СПбГИ (ТУ), 1996. 155 с.

8. Белокобыльский С.В. Динамика систем с сухим трением и ее приложение к задачам горной механики. М.: Машиностроение, 2002. 209 с.

9. Нургалеев А.Р., Тихонов В.С. Численное моделирование колебаний КНБК в режиме stick-slip при бурении долотами PDC // Нефть. Газ. Новации. 2011. № 1 (144). С. 12-15.

10. Ветюков Ю.М. Крутильно-продольные колебания бурильной колонны с долотом режущего типа: автореф. дис. ... канд. техн. наук. СПб., 2004. 16 с.

11. Журавлев В.Ф., Киреев А.А. О разложении Паде в задаче о двумерном кулоновом трении // Изв. РАН. МТТ, 2005. № 2. С. 3-14.

12. Андронов А.А., Журавлев В.Ф. Сухое трение в задачах механики. М.: Ижевск: Ин-т компью. исслед., 2010. 164 с.

13. Киреев А.А., Семдяев С.В. Связанные модели трения скольжения и верчения: от теории к эксперименту // Аэрокосмические исследования, прикладная механика: тр. МФТИ. 2010. Т. 2, № 3. С.174-181.

14. Юнин Е.К., Хегай В.К. Динамика глубокого бурения. М.: Недра-Бизнесцентр, 2004. 286 с.

15. Юнин Е.К. Автоколебания в глубоком бурении. М.: ЛИБРОКОМ, 2013. 264 с.

16. Юнин Е.К. Низкочастотные колебания бурильного инструмента. М.: Недра, 1983. 132 с.

17. Мирзаджанзаде А.Х., Керимов З.Г., Копейкис М.Г. Теория колебаний в нефтепромысловом деле. М.; Ижевск: Ин-т компьютер. исслед., 2005. 364 с.

18. Бейкер Дж. (мл.), Грейс-Моррис П. Аппроксимация Паде: пер. с англ. М.: Мир, 1986. 502 с.

19. Richard T., Detournay E., Fear M., Miller B., Ciauton R. Influence of bit-rock interaction on stick-slip vibrations of PDC bits. SPE 77616 (2002).

20. Detournay E., Defourny P. A phenomenological model of the drilling action of drag bits. Int. // J. Rock. Mtch. Min. Sci. & Geomech. Abstr., 1992. № 1. P. 13-23.

References

1. Belokobyl'skii S.V., Prokopov V.K. Analysis of frictional self-oscillations of the drill string at an exponential law of resistance // *Applied Mechanics*. 1982. T. 18, № 12. P. 98-101.
2. Belokobyl'skii S.V., Vetyukov M.M., Nagaev R.F. On frictional self-oscillations of the drill string // *Izv. AN SSSR. Mashinovedenie*. 1982. № 2. P. 15-20.
3. Belokobyl'skii S.V., Koronotov V.A., Nagaev R.F. Quasi-harmonic torsional mode of self-oscillations of the drill string during drilling of nondeep shallow // *Problemy mekhaniki sovremennykh mashin: materialy mezhdunar. konf. Ulan-Ude, 2000*. T. 2. P. 89-94.
4. Koronotov V.A. The new dynamic model of the drill string and numerical description of oscillation during the torsional tunneling - deepening downhole // *Systems. Methods. Technologies*. 2015. № 1 (25). P. 48-59.
5. Koronotov V.A. The new method of solving problems in the immersion of a rotating solid body in a resistant medium // *Mekhaniki XXI veku*. 2015. № 14. P. 14-21.
6. Koronotov V.A. A new method of describing the process of drilling wells and detection modes of deterministic chaos // *Materialy VI Mezhdunarodnoi konferentsii «Problemy mekhaniki sovremennykh mashin»*. Ulan-Ude: Izd-vo VSGUTU, 2015 T. 1. P. 127-140.
7. Nagaev R.F., Isakov K.A., Lebedev N.A. Dynamics of mining machines. SPb.: Izd-vo SPPGI (TU), 1996. 155 p.
8. Belokobyl'skii S.V. Dynamics of systems with dry friction and its application to problems of mining mechanics. M.: Mashinostroenie, 2002. 209 p.
9. Nurgaleev A.R., Tikhonov V.S. Numerical simulation of the oscillation mode of the BHA in the stick-slip mode when drilling by PDC chisels // *Neft'. Gaz. Novatsii*. 2011. № 1 (144). P. 12-15.
10. Vetyukov Yu.M. Torsionally longitudinal vibrations of the drill string with a chisel cutting type: avtoref. dis. ... kand. tekhn. nauk. SPb., 2004. 16 p.
11. Zhuravlev V.F., Kireenkov A.A. The decomposition of the Pade in the problem of two-dimensional Coulomb friction // *Izv. RAN. MTT*, 2005. № 2. P. 3-14.
12. Andronov A.A., Zhuravlev V.F. Dry friction in mechanical problems. M.; Izhevsk: In-t komp'yut. issled., 2010. 164 p.
13. Kireenkov A.A., Semendyaev S.V. Related models of friction sliding and spinning: from theory to experiment // *Aerokosmicheskie issledovaniya, prikladnaya mekhanika: tr. MFTI*. 2010. T. 2, № 3. P. 174-181.
14. Yunin E.K., Khagai V.K. Dynamics of deep drilling. M.: Nedra-Biznestsentr, 2004. 286 p.
15. Yunin E.K. Oscillations in deep drilling. M.: LIBROKOM, 2013. 264 p.
16. Yunin E.K. Low-frequency oscillations of the drilling tool. M.: Nedra, 1983. 132 p.
17. Mirzadzhanzade A.Kh., Kerimov Z.G., Kopeikis M.G. Theory of fluctuations in petroleum engineering. M.; Izhevsk: In-t komp'yut. issled., 2005. 364 p.
18. Beiker Dzh. (ml.), Greis-Morris P. Pade approximation: per. s angl. M.: Mir, 1986. 502 p.
19. Richard T., Detournay E., Fear M., Miller B., Ciauton R. Influence of bit-rock interaction on stick-slip vibrations of PDC bits. SPE 77616 (2002).
20. Detournay E., Defourny P. A phenomenological model of the drilling action of drag bits. *Int. // J. Rock. Mtch. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, 1992. № 1. P. 13-23.