

17. Schmausser G., Pittner K.J. Zur berechnung schlanrek arbeitszylinder // Ölhydraulik und Pneumatik, Deutschland. 1991. 35, № 10. P. 767-775. (na nem. yaz.).
18. Marutov V.A., Pavlovskii S.A. Hydrocylinders. M.: Mashinostroenie, 1966. 171 p.
19. Kobzov D.Yu., Eresko S.P. Method for determining eccentricity in support of fastening of a hydraulic cylinder // Mining Equipment and Electromechanics. 2009. № 3. P. 38-43.
20. Kobzov D.Yu., Eresko S.P., Zhmurov V.V., Kobzova I.O., Lkhanag D. On the mechanism of formation of eccentricity in the supports of the hydraulic cylinder // Vestn. Tadzh. tekhn. un-ta. 2012. № 3 (19). P. 77-78.
21. Kobzov D.Yu., Zhmurov V.V., Kobzova I.O., Lkhanag D. To calculation of a longitudinal deflection of a hydraulic cylinder // Modern technologies. System analysis. Modeling. 2010. № 4 (28). P. 64-69.
22. Kobzov D.Yu., Kobzov A.Yu., Zhmurov V.V. On calculation of the economic efficiency of modernization of hydraulic cylinders DSM // Modern technologies. System analysis. Modeling. 2008. № 3 (19). P. 26-30.
23. Kobzov D.Yu., Eresko S.P., Kobzova I.O., Lkhanag D., Kulakov A.Yu., Trofimov A.A. About contact interaction of elements of piston conjugation of a hydraulic cylinder // Mekhaniki XXI veku: vseros. nauchno-tekhn. konf. s mezhdunar. uchastiem: sb. dokl. Bratsk, 2015. P. 52-57.

УДК 534.01; 622.24.053; 622.241.58

## Теория погружения бурильной колонны на примере описания крутильно-продольных автоколебаний релаксационного типа

В.А. Коронатов

Братский государственный университет, ул. Макаренко 40, Братск, Россия  
kortavik@mail.ru

Статья поступила 29.09.2015, принята 25.10.2015

*Разработанная автором теория погружения вращающегося твердого тела в сопротивляющуюся среду уточняется и обобщается на примере описания работы бурильной колонны - двухмассовой динамической модели, при углублении забоя скважины. Вводится принципиально новая динамическая модель бурильной колонны, которая позволяет исследовать крутильно-продольные автоколебания релаксационного типа, когда погружение колонны и вращение породоразрушающего инструмента – долота, могут чередоваться с длительными остановками (заклиниванием). Эта модель впервые дает возможность описывать взаимодействие крутильных и продольных автоколебаний бурильной колонны, выявлять их влияние друг на друга во время бурения. Сила и момент сопротивления со стороны забоя скважины задаются через аппроксимацию Паде, что позволяет наиболее точно учитывать прочностные свойства породы, при наличии экспериментальной характеристики, и избежать некорректностей при нулевых значениях скоростей вращения долота и погружения колонны. Метод В.Ф. Журавлева, предложенный им в теории поликомпонентного трения, автором статьи обобщается на задачи бурения – описывающие процесс погружения вращающегося тела в сопротивляющуюся среду, при определении сил сопротивления. Дифференциальные уравнения новой динамической модели бурильной колонны позволяют, в частности, определять скорость и глубину проходки бурильной колонны – важнейших параметров бурения, определяющих эффективность выбранного способа бурения. Определение этих параметров на основе существующих моделей ранее было не возможно, определялись они только эмпирическим путем и поэтому подразумевавшие не высокую точность. В рамках данной теории погружения в уравнения принятой модели изношенность долота учитывается весьма просто и тоже, без каких либо эмпирических соотношений, без привязки к конкретным моделям породоразрушающего инструмента. Предложенная модель бурильной колонны достаточно универсальна, она позволяет описывать процесс бурения, как в твердых породах, так и в мягких; как при глубоком бурении, так и не глубоком. Задаваясь определенными значениями одного-двух параметров, записанные уравнения становятся справедливыми для таких частных случаев: описание крутильных автоколебаний - как без погружения (традиционный подход), так и с учетом погружения (новый подход), как с длительными остановками (релаксационные режимы), так и без длительных остановок (безостановочное бурение); описание крутильно-продольных автоколебаний в случае бурения без длительных остановок (заклиниваний) - не релаксационного типа. Новая двухмассовая динамическая модель - это еще одна модель для решения качественно новых задач в теории динамики бурильной колонны, позволяющих описывать процесс бурения с учетом проходки.*

**Ключевые слова:** бурильная колонна, проходка, долото, теория погружения, метод В.Ф. Журавлева, аппроксимация Паде для сил сопротивления, триггерные системы, режимы колебаний "stick-slip" ("прихват-проскальзывание"), релаксационный режим, крутильно-продольные автоколебания.

# Drill-string advancement theory through the example of description torsional and longitudinal oscillations of a relaxation type

V.A. Koronotov

Bratsk State University; 40, Makarenko St., Bratsk, Russia

kortavik@mail.ru

Received 29.09.2015, accepted 25.10.2015

*The theory of a rotating rigid body advancing into resisting medium developed by the author has been refined and generalized through the example of drill string operation under bottom-hole deepening. Two-mass dynamic model has been used. Fundamentally new dynamic model of a drill string has been introduced. It allows exploring torsional and longitudinal oscillations of a relaxation type when drill-string advancement and cutter rotation (straight bit) can alternate with long stops (jamming). For the first time ever, this model gives the possibility to describe the interaction between torsional and longitudinal self-oscillation of a drill string and identify their mutual influence when drilling. Force and resistance moment on the part of a bottom hole is set via Pade approximation. It allows taking the mechanical properties of rocks into account more accurately under experimental characteristics as well as to avoid inaccuracies under zero speed of a straight-bit rotation and drill-string advancement. V.F. Zhuravlev method concerning the theory of multi-component friction, the author of the article has generalized to the drilling problems describing the process for a rotating body advancement into resisting medium under resistance forces. Differential equations of a new dynamic model of the drill string allow, in particular, determining the speed and depth for the drill-string excavation which is the most important drilling parameter determining the effectiveness of a drilling way. It was impossible to determine these parameters earlier on the basis of existing models. They could be determined empirically only and therefore, did not imply any precision. Under this theory of advancement and in the equations of the model adopted, depreciation of the straight bit can be easily taken into account and without any empirical relationships and any references to specific models of a rock cutting tool. The drill-string model proposed is universal enough. It allows describing the drilling process in hard rock as well as in soft and under deep drilling as well as not deep. Assigning specific values for one or two parameters, the equations become true for such special cases as a description of the torsional self-oscillations without advancement (the traditional approach), and with advancement taken into account (a new approach), with long stops (relaxation modes) and without long stops (non-stop drilling); a description of torsional and longitudinal oscillations under drilling without long stops (jams), i.e. non-relaxation type. New two-mass dynamic model is a model to solve qualitatively new tasks in the theory of the dynamics of the drill-string allowing the drilling process to be described with excavation taken into account.*

**Keywords:** drill string; excavation; straight bit; drill-string advancement theory; V.F. Zhuravlev method; Pade approximation to the resistance forces; trigger systems; vibration mode «stick-slip»; relaxation mode; torsional and longitudinal oscillations.

**Введение.** Как известно, моделирование бурения нефтяных и газовых скважин делается прежде всего в целях разработки рекомендаций для увеличения эффективности проводимых работ. Основными, определяющими показателями здесь являются скорость бурения и углубление забоя скважины за отведенное время (скорость и глубина проходки). Именно они определяют эффективность выбранного способа бурения. Тем не менее, следует признать, что до недавнего времени именно эти параметры — скорость и глубина проходки не определялись из существующих моделей. Этот парадоксальный факт объясняется тем, что теории погружения бурильной колонны как таковой не существовало, и по этой причине в применяемых моделях [1–4; 14; 15; 22–26] процесс погружения бурильной колонны по мере углубления забоя скважины не учитывался. В специальной литературе и научных публикациях [13–15; 22–26] даже утвердилось мнение, что скорость и глубину проходки можно определять только с помощью эмпирических формул, которые вводились на основе экспериментальных данных и подразумевали невысокую точность.

Отсутствие теории погружения бурильной колонны объясняется прежде всего трудностями корректного задания аналитического вида для силы сопротивления, а через него и для момента сопротивления, со стороны забоя скважины. Обычные подходы [13–16] подразумевают аналитический вид для силы сопротивления

$$F_c = k \frac{v}{\dot{\varphi}},$$

определяющий качественный характер зависимости от скорости погружения колонны  $v$  и угловой скорости вращения долота  $\dot{\varphi}$  (точка здесь и далее означает производную по времени  $t$ ). Прочностные свойства породы задаются при этом через коэффициент пропорциональности  $k$ . Такая зависимость и ей подобные приводят к некорректностям принимаемой модели при нулевых значениях скоростей погружения колонны и вращения долота, так как в этих случаях сила сопротивления либо не определена, либо принимает бесконечно большое или нулевое значение (последнее приводило бы к случаю свободного падения колонны, чего, конечно же, тоже не должно быть). Кроме того для задания прочностных свойств породы одного коэффициента пропорциональности  $k$  явно недостаточно.

Ранее в диссертационной работе Ю.М. Ветюкова [16] предпринималась попытка решения похожей задачи. В этой работе, исходя из аналогичных традиционному виду выражений для силы и момента сопротивлений со стороны забоя, предлагается ввести для них так называемые определяющие соотношения при описании качественно различных режимов бурения. По сути своей эти определяющие соотношения предназначены для изменения вида самих уравнений движения принятой модели, как только возникает вероятность возникновения указанных выше некорректностей при нулевых

значениях скоростей. Такой подход выглядит весьма искусственным и вызывает большие сомнения по поводу своей правомерности, а также достоверности получаемых на его основе результатов. Кроме того, в данной работе отсутствует математическая постановка задачи описания релаксационных режимов погружения (с остановками) и нет самой теории погружения, которая предусматривала бы условия переключения при описании качественно различных режимов бурения с учетом прочностных свойств породы. Результатов численного счета, подтверждающих существование того или иного режима бурения, представлено мало, и не все из заявленных режимов были подтверждены. Механизм взаимодействия крутильных и продольных автоколебаний никак не показан, приведены лишь общие рассуждения.

В работах автора данной статьи [7–11] предлагаются способы устранения указанных выше затруднений и закладываются принципы построения корректной теории погружения вращающегося твердого тела в сопротивляющуюся среду применительно к задачам бурения. Причем как для случаев безостановочного бурения, так и для случаев бурения с длительными остановками, когда заклинивается вращение долота и (или) поступательная составляющая движения самой колонны — т. е. для режимов, приводящих к автоколебаниям релаксационного типа. В данной статье уточняются изложенные ранее принципы построения теории погружения вращающегося тела в сопротивляющуюся среду, а применение самой теории иллюстрируется на примере двухмассовой модели бурильной колонны во время бурения скважин при описании крутильно-продольных автоколебаний релаксационного типа. Тем самым вводится принципиально новая динамическая модель бурильной колонны.

Новая двухмассовая динамическая модель — это еще один пример решения качественно новых задач в теории динамики бурильной колонны, позволяющий описывать процесс бурения с учетом проходки и дающий возможность определения скорости и глубины проходки не эмпирически, как это было до сих пор, а исходя из уравнений самой динамической модели, ее параметров и прочностных свойств породы забоя. Эта модель впервые дает возможность описывать взаимодействие крутильных и продольных автоколебаний бурильной колонны, выявлять их взаимовлияние во время бурения.

Следует сказать, что есть иной подход ввода сил сопротивления  $F_c$  при бурении [13–15; 17; 29; 30], основанный на предположении, что силы сопротивления прямо пропорциональны толщине слоя породы, разрушаемой шарошками долота в ходе своего перекатывания по забою. Толщина слоя породы  $h$  выражается через продольную координату погружения  $x$  следующим равенством:  $h = x(t) - x(t - \tau)$ , где  $\tau = \tau(t)$  — величина запаздывания, изменяющаяся во времени, которая определяется через угловую скорость вращения и число шарошек; тем самым  $F_c = k[x(t) - x(t - \tau)]$ , где  $k$  — коэффициент пропорциональности. При таком подходе некорректности, отмеченные выше, при нулевых скоростях отсутствуют, зато работа самой модели в этом

случае будет описываться системой дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом, что значительно усложняет нахождение решений. В такой постановке получены результаты лишь для простейших случаев стационарных решений [14; 15; 17; 29; 30] при постоянном запаздывании.

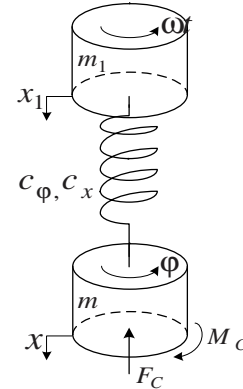


Рис. 1. Двухмассовая динамическая модель бурильной колонны во время проходки при описании крутильно-продольных автоколебаний

**Постановка задачи.** Будем рассматривать двухмассовую модель (рис. 1), учитывающую крутильные и продольные колебания бурильной колонны во время проходки. Предполагается, что верхнее тело массы  $m_1$  — масса электромеханического оборудования, находящегося в устье скважины — закручивается с постоянной угловой скоростью  $\omega$  двигателем неограниченной мощности, действие которого передается через силы упругости колонны (две пружины, учитывающие крутильную и продольную жесткость) нижнему телу массы  $m$  — обычно отождествляемая с массой утяжеленной части колонны, где имеется породоразрушающий инструмент — долото, положение которого определяется через угол поворота  $\varphi$  и координату вертикального перемещения  $x$ ;  $x_1$  — координата вертикального перемещения для верхнего тела. Учитывая, что относительный угол закручивания  $\psi = \varphi - \omega t$  нижнего сечения бурильной колонны по отношению к верхнему обычно достаточно велик, упругий момент со стороны колонны (пружины), передающийся на долото, введем в следующем нелинейном виде:  $M = c_\varphi(\varphi - \omega t) + \beta_\varphi(\varphi - \omega t)^3$ , где  $t$  — текущее время. Упругая сила в зависимости от относительной продольной деформации, будем полагать, изменяется по линейному закону согласно закону Гука:  $F = c_x(x - x_1)$ . Здесь  $c_\varphi, \beta_\varphi, c_x$  — величины, характеризующие упругие свойства пружин (при  $\beta_\varphi = 0$  упругий момент будет изменяться также по линейному закону Гука). На долото со стороны забоя действуют момент  $M_c$  и сила  $F_c$  сопротивления.

Аналитическая зависимость для силы сопротивления со стороны забоя скважины берется в виде Паде аппроксимации [27] и, принимая во внимание, что угловая скорость может иметь произвольный знак, а ли-

нейная скорость погружения всегда положительна, будем полагать [7–9]:

$$F_c = F_0 \frac{\dot{x} + \Delta}{\dot{x} + bR|\dot{\phi}| + \Delta}. \quad (1)$$

Здесь  $F_0$  – значение силы сопротивления при отсутствии вращения долота, подлежащее определению;  $b, \Delta$  – коэффициенты полиномиальных членов аппроксимации Паде, которые характеризуют прочностные свойства породы и определяются из реальных характеристик для силы сопротивления породы, в которой осуществляется бурение скважины;  $R$  – характерный размер пятна контакта долота с забоем. Тем самым метод В.Ф. Журавлева [18–21], предложенный им в теории поликомпонентного трения, при определении сил сопротивления обобщается автором статьи на задачи бурения [7–11], описывающие процесс погружения вращающегося тела в сопротивляющуюся среду. Момент сил сопротивления вращению породоразрушающего инструмента от разрушаемой горной породы согласно современному представлению равен [7–9]:

$$M_c = \rho F_c = \rho \dots F_0 \frac{\dot{x} + \Delta}{\dot{x} + bR|\dot{\phi}| + \Delta}, \quad (2)$$

где  $\rho$  – удельный момент сопротивления на единицу давления в забое, имеющий физическую природу, близкую к коэффициенту трения скольжения [13–15], который будем аппроксимировать в виде кубической параболы (рис. 2):

$$\rho = \begin{cases} \rho_1 \left\{ \text{sign } \dot{\phi} - \frac{\varepsilon - 1}{2\varepsilon} \left( \frac{\dot{\phi}}{\omega_0} \right) \left[ 3 - \left( \frac{\dot{\phi}}{\omega_0} \right)^2 \right] \right\}, \\ \text{при } \dot{\phi} \neq 0; \\ -\rho_1 \leq \rho \leq \rho_1, \text{ при } \dot{\phi} \equiv 0 \left( \varepsilon = \frac{\rho_1}{\rho_0} > 1 \right). \end{cases} \quad (3)$$

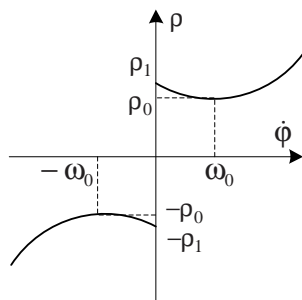


Рис. 2. Кубическая характеристика для удельного момента сопротивления (коэффициента трения скольжения)

Кроме того предполагается, что со стороны пружины кручения действует добавочное продольное усилие  $\Delta P$ . Физическая природа усилия  $\Delta P$  заключается в том, что при больших углах закрутки пружина кручения стремится уменьшить свои продольные размеры. Скручивание пружины носит стесненный характер,

поэтому вместо укорочения пружины кручения возникает дополнительное продольное усилие [1; 13–15]:

$$\Delta P = \gamma(\phi - \omega t)^2, \quad (4)$$

где  $\gamma = \frac{EI}{2H^2}$ ;  $E$  – модуль упругости материала колонны;  $I$  – момент инерции поперечного сечения растянутой части буровой колонны;  $H$  – высота этой части.

В качестве количественной меры динамического воздействия на забой скважины берется модуль угловой скорости долота. Предполагается, что большей угловой скорости долота соответствует большее воздействие на забой и наоборот. Кроме того предполагается, что прочностные свойства породы в забое (сопротивляемость на погружение) зависят от модуля угловой скорости долота (динамического воздействия): динамическая сопротивляемость породы погружению буровой колонны в забое скважины падает по мере роста модуля угловой скорости вращения долота.

**Постановка и решение задачи.** Будем описывать релаксационные режимы движения буровой колонны, когда длительные остановки диска во вращательном и (или) при поступательном движениях будут чередоваться с вращательным движением и (или) погружением в забое скважины. Таким образом, описываемая система будет являться триггерной. С учетом сделанных замечаний для принятой динамической модели буровой колонны уравнения движения запишутся в виде:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x} = m_1 g + c_x(x - x_1) + \Delta P; \\ mg - F - \Delta P - F_c = 0, \text{ при } mg > F + \Delta P \text{ и } \dot{x} \equiv 0; \\ m \ddot{x} = \begin{cases} mg - F - \Delta P - F_c, \text{ при } mg > F + \Delta P \text{ и } \dot{x} > 0; \\ mg - F - \Delta P, \text{ при } mg \leq F + \Delta P; \end{cases} \\ \begin{cases} M + M_c = 0, \text{ при } mg > F + \Delta P \text{ и } \dot{\phi} \equiv 0; \\ I \ddot{\phi} = \begin{cases} -M - M_c, \text{ при } mg > F + \Delta P \text{ и } \dot{\phi} \neq 0; \\ -M, \text{ при } mg \leq F + \Delta P. \end{cases} \end{cases} \end{cases} \quad (5)$$

Вследствие действия сил упругости в записанных уравнениях системы (5) предусмотрены случаи возможного кратковременного отрыва долота от забоя скважины при  $mg \leq F + \Delta P$ . Кроме того для долота при взаимодействии с забоем скважины предусматриваются следующие режимы работ:

1. Режим длительной остановки в поступательном движении:  $\dot{x} \equiv 0$  и  $mg > F + \Delta P$ . Предполагается, что при отсутствии вращения долота собственного веса буровой колонны с учетом упругих сил будет недостаточно для начала погружения, так как в противном случае будет наблюдаться безостановочное погружение. Предполагается также, что действие силы тяжести колонны с учетом упругих сил, при малых по модулю угловых скоростях вращения долота (малом динамическом воздействии) может быть уравновешено силой сопротивления со стороны забоя и согласно второму равенству системы (5) будет справедливо:

$$mg - c_x(x - x_1) - \gamma \psi^2 - F_0 \frac{\Delta}{bR|\dot{\phi}| + \Delta} = 0, \quad (6)$$

откуда следует, что:

$$F_0 = kmg \left[ 1 - \frac{c_x}{mg}(x - x_1) - \frac{\gamma}{mg}\psi^2 \right], \quad (7)$$

где:

$$k = 1 + \frac{bR|\dot{\phi}|}{\Delta}. \quad (8)$$

Будет логично назвать введенный коэффициент  $k$  коэффициентом динамичности. Коэффициент динамичности при отсутствии погружения колонны при малых по модулю угловых скоростях вращения долота (динамическом воздействии) обеспечивает баланс силы тяжести колонны, упругих сил и силы сопротивления. Соотношение (7) показывает, что  $F_0$  — соответствует значению силы сопротивления со стороны забоя при отсутствии вращения долота. С учетом найденного значения  $F_0$ , после деления уравнения (6) на выражение, стоящее в квадратных скобках равенства (7), и на  $s$  — площадь пятна контакта между долотом и забоем скважины — получим  $\sigma - k \frac{\sigma}{1 + \frac{bR|\dot{\phi}|}{\Delta}} = 0$ , тем самым:

$$\sigma_d = \frac{\sigma}{k}. \quad (9)$$

Здесь  $\sigma = \frac{mg}{s}$  — статическое напряжение, вызванное статическим действием силы тяжести бурильной колонны;  $\sigma_d = \frac{\sigma}{1 + \frac{bR|\dot{\phi}|}{\Delta}}$  — динамическое напряжение, вы-

званное действием силы тяжести бурильной колонны, учитывающее динамическое воздействие (вращение) долота на породу в забое. Соотношение (9) позволяет установить связь между угловой скоростью долота и коэффициентом динамичности в данном режиме:

$$|\dot{\phi}| = (k - 1) \frac{\Delta}{bR}. \quad (10)$$

Сопrotивляемость породы будем определять через предельное напряжение, при котором начинается погружение. Пусть  $\sigma_1$  — предельное статическое напряжение, возникающее в породе забоя перед началом погружения тела. Тогда динамическое предельное напряжение согласно (9) определится через предельное статическое напряжение по формуле:

$$\sigma_{1d} = \frac{\sigma_1}{k}. \quad (11)$$

Очевидно, что окончание длительной остановки бурильной колонны в поступательном движении произойдет, как только предельное динамическое напряжение сравняется с напряжением, создаваемым весом колонны, с учетом действия сил упругости:

$\sigma_{1d} = \sigma \left[ 1 - \frac{c_x}{mg}(x - x_1) - \frac{\gamma}{mg}\psi^2 \right]$ . Последнее позволяет по формуле (11) определить  $k_1$  — предельное значение коэффициента динамичности для колонны данного веса:

$$k_1 = \frac{n_1}{1 - \frac{c_x}{mg}(x - x_1) - \frac{\gamma}{mg}\psi^2}, \quad (12)$$

где  $n_1 = \frac{\sigma_1}{\sigma}$  — коэффициент запаса прочности на погружение для породы в забое от действия силы тяжести колонны с учетом упругих сил. Согласно формуле (10) значение критической угловой скорости по модулю долота будет равно:

$$|\dot{\phi}|_* = (k_1 - 1) \frac{\Delta}{bR}, \quad (13)$$

при достижении которой длительная остановка в поступательном движении прекратится, и начнется погружение.

Отметим, что при  $|\dot{\phi}| \leq |\dot{\phi}|_*$  движения долота будут соответствовать режиму «stick – slip» («прихват – проскальзывание» или, по-другому, «залипание – проскальзывание»). Такое движение, «stick – slip», характеризуется периодическим или почти периодическим прихватом долота, во время которого оно останавливается, и последующим проскальзыванием по поверхности забоя без погружения колонны (перед началом режима погружения). При этом длительность режима «stick – slip» может достигать нескольких минут, а максимальная интенсивность колебаний наблюдается в нижней части бурильной колонны [29], что может привести к снижению скорости проходки и вызвать повреждение долота [28]. Интересен тот факт, что в классических моделях бурильной колонны, когда процесс погружения не учитывался, моделирование крутильных автоколебаний релаксационного типа фактически означало описание режимов «stick – slip».

Будем полагать, что во время погружения значение коэффициента динамичности будет оставаться равным предельному значению —  $k_1$ . Для дальнейшего следует иметь в виду:

$$k = \begin{cases} 1 + \frac{bR|\dot{\phi}|}{\Delta}, & \text{при } \dot{x} \equiv 0, \\ \frac{n_1}{1 - \frac{c_x}{mg}(x - x_1) - \frac{\gamma}{mg}\psi^2}, & \text{при } \dot{x} > 0; \end{cases} \quad (14)$$

$$F_c = \begin{cases} mg \left[ 1 - \frac{c_x}{mg}(x - x_1) - \frac{\gamma}{mg}\psi^2 \right], & \text{при } \dot{x} \equiv 0, \\ n_1 mg \frac{\dot{x} + \Delta}{\dot{x} + bR|\dot{\phi}| + \Delta}, & \text{при } \dot{x} > 0. \end{cases} \quad (15)$$

$$M_c = \begin{cases} \rho_1 mg \left[ 1 - \frac{c_x}{mg} (x - x_1) - \frac{\gamma}{mg} \psi^2 \right] \times \\ \left\{ \text{sign} \dot{\phi} - \frac{\varepsilon - 1}{2\varepsilon} \left( \frac{\dot{\phi}}{\omega_0} \right) \left[ 3 - \left( \frac{\dot{\phi}}{\omega_0} \right)^2 \right] \right\}, \text{ при } \dot{x} \equiv 0, \dot{\phi} \neq 0; \\ \rho_1 n_1 mg \frac{\dot{x} + \Delta}{\dot{x} + bR|\dot{\phi}| + \Delta} \times \\ \left\{ \text{sign} \dot{\phi} - \frac{\varepsilon - 1}{2\varepsilon} \left( \frac{\dot{\phi}}{\omega_0} \right) \left[ 3 - \left( \frac{\dot{\phi}}{\omega_0} \right)^2 \right] \right\}, \text{ при } \dot{x} > 0, \dot{\phi} \neq 0; \\ \rho mg \left[ 1 - \frac{c_x}{mg} (x - x_1) - \frac{\gamma}{mg} \psi^2 \right], \text{ при } \dot{x} \equiv 0, \dot{\phi} \equiv 0; \\ \rho n_1 mg, \text{ при } \dot{x} > 0, \dot{\phi} \equiv 0 \quad (-\rho_1 \leq \rho \leq \rho_1); \end{cases} \quad (16)$$

Приведенные формулы имеют смысл, когда нет отрыва долота от забоя:  $mg > F + \Delta P$ .

Существенно, что коэффициент запаса прочности на погружение  $n_1$  у бурильной колонны с новым, острым долотом будет меньше коэффициента запаса прочности со старым, затупленным долотом за счет увеличения площади контакта между забоем и долотом по мере его износа. Для точного определения значения  $n_1$  необходимо знать значение  $s$  – площади общей зоны контакта между долотом и забоем; приближенное значение  $n_1$  можно определить через модуль критической угловой скорости вращения долота  $|\dot{\phi}|_*$  по формуле (13), приняв  $n_1 \approx k_1$  и предварительно замеряя критическую угловую скорость долота  $|\dot{\phi}|_*$  для каждого из этих случаев. Существенно, что тип долота здесь роли не играет. Тем самым, задаваясь численным значением коэффициента запаса прочности  $n_1$ , уравнения динамической модели будут «настраиваться» на работу бурильной колонны с заданной степенью изношенности имеющегося долота. Все на удивление ясно и просто, без необходимости использования каких-либо эмпирических соотношений, которые обычно вводятся при определении изношенности долота. Заметим, что при затупленном долоте длительность режима «stick – slip» согласно формуле (13) будет больше по сравнению с длительностью работы нового долота в таком же режиме, что соответствует действительности.

2. Режим погружения бурильной колонны:  $\dot{x} > 0$  и  $mg > F + \Delta P$ , когда сила тяжести колонны с учетом действия сил упругости за счет уменьшения сопротивляемости породы при вращательном движении долота (динамическом воздействии) преодолевает противодействие сил сопротивления породы. Этот режим описывается третьим уравнением системы (5), в предположении, что отрыва долота от забоя не происходит. Третье уравнение системы (5) для режима погружения примет вид:

$$\ddot{x} = g \left[ 1 - \frac{c_x}{mg} (x - x_1) - \frac{\gamma}{mg} \psi^2 \right] - n_1 g \frac{\dot{x} + \Delta}{\dot{x} + bR|\dot{\phi}| + \Delta}.$$

Здесь учтено значение коэффициента динамичности согласно формуле (12). Далее будем различать погружение бурильной колонны как в мягких породах, когда возможная остановка погружения происходит мягко по скорости, при  $\dot{x} = 0$ , так и в твердых породах, когда остановка жесткая по динамическому напряжению, при

$$\sigma_{10} = \sigma \left[ 1 - \frac{c_x}{mg} (x - x_1) - \frac{\gamma}{mg} \psi^2 \right], \text{ что равносильно условию:}$$

$|\dot{\phi}| = |\dot{\phi}|_*$ . При жесткой остановке текущая скорость погружения не успевает перед остановкой достичь нулевого значения, поэтому в данном случае в момент остановки скорость скачкообразно уменьшится до нуля, то есть жесткая остановка будет сопровождаться ударом. При мягкой остановке текущая скорость погружения уменьшается до нуля постепенно, а модуль угловой скорости долота в момент остановки падает до значения меньшего критического ( $|\dot{\phi}| < |\dot{\phi}|_*$ ). В этом случае также не исключается возможность полного прекращения вращения долота ( $\dot{\phi} \equiv 0$ ) перед остановкой погружения. Следует иметь в виду, что в формуле (16) последнее выражение будет иметь место только при бурении в мягких породах, где предусмотрена возможность погружения перед остановкой при нулевой скорости вращения долота. Условия остановки погружения будем рассматривать в зависимости от твердости породы, где производится бурение скважины:

a) в случае мягких пород мягкая остановка (остановка по скорости) произойдет, когда одновременно будут выполняться:

$$\dot{x} = 0 \quad \text{и} \quad \sigma_{10} \geq \sigma \left[ 1 - \frac{c_x}{mg} (x - x_1) - \frac{\gamma}{mg} \psi^2 \right]. \quad (17)$$

Эти условия можно представить и в таком эквивалентном виде:

$$\dot{x} = 0 \quad \text{и} \quad |\dot{\phi}| \leq (k_1 - 1) \frac{\Delta}{bR}. \quad (18)$$

В ситуации, когда:

$$\dot{x} = 0 \quad \text{и} \quad |\dot{\phi}| > (k_1 - 1) \frac{\Delta}{bR}. \quad (19)$$

остановки погружения не произойдет, так как в этом случае  $\sigma_{10} < \sigma \left[ 1 - \frac{c_x}{mg} (x - x_1) - \frac{\gamma}{mg} \psi^2 \right]$ .

b) в случае твердых пород жесткая остановка (остановка по динамическому напряжению) произойдет, когда будет выполняться:

$$|\dot{\phi}| = |\dot{\phi}|_* = (k_1 - 1) \frac{\Delta}{bR}, \quad (20)$$

то есть когда  $\sigma_{10} = \sigma \left[ 1 - \frac{c_x}{mg} (x - x_1) - \frac{\gamma}{mg} \psi^2 \right]$ . В этот момент, как отмечалось выше, скорость погружения скачкообразно уменьшится до нулевого значения, что приводит к удару.

Заметим, что по мере изношенности долота, при увеличении коэффициента запаса прочности на погру-

жение  $n_1$ , сила сопротивления в этом режиме будет увеличиваться, а скорость и глубина погружения колонны — уменьшаться.

3. Режим отрыва долота от забоя скважины:  $mg \leq F + \Delta P$ . Согласно уравнениям системы (5) в этом случае движение бурильной колонны в поступательном и вращательном движениях будет описываться уравнениями:

$$\ddot{x} = g \left[ 1 - \frac{c_x}{mg}(x - x_1) - \frac{\gamma}{mg}\psi^2 \right];$$

$$I\ddot{\phi} = -c_\phi\psi - \beta_\phi\psi^3.$$

Кратковременный отрыв долота от забоя прекратится только в тот момент, когда:

$$x - x_{**} = 0 \quad \text{и} \quad mg > F + \Delta P, \quad (21)$$

где  $x_{**}$  — координата погружения нижнего тела в начальный момент текущего отрыва долота от забоя скважины. В момент восстановления контакта долота с забоем произойдет удар — скачкообразное уменьшение скорости погружения до нулевого значения; будем полагать, что это пластический удар, без возможности последующего подпрыгивания.

4. Режим длительной остановки для вращательного движения долота:  $\dot{\phi} \equiv 0$  и  $mg > F + \Delta P$ , когда упругий момент со стороны колонны (пружины) уравновешен

моментом сил сухого трения. Этот режим описывается четвертым уравнением системы (5):

$$-c_\phi\psi - \beta_\phi\psi^3 - \rho kmg \left[ 1 - \frac{c_x}{mg}(x - x_1) - \frac{\gamma}{mg}\psi^2 \right] = 0,$$

$$(-\rho_1 \leq \rho \leq \rho_1).$$

Окончание режима длительной остановки (срыв) происходит, когда момент трения покоя достигнет максимального значения, т. е. когда выполняются условия:

$$|c_\phi\psi + \beta_\phi\psi^3| \geq \begin{cases} \rho_1 mg \left[ 1 - \frac{c_x}{mg}(x - x_1) - \frac{\gamma}{mg}\psi^2 \right], \\ \text{при } \dot{x} \equiv 0; \\ \rho_1 n_1 mg, \text{ при } \dot{x} > 0 \text{ и} \\ \text{для мягких пород.} \end{cases} \quad (22)$$

5. Режим вращательного движения долота:  $\dot{\phi} \neq 0$ ,  $mg > F + \Delta P$ ; когда упругий момент пружины кручения не уравновешен моментом сил сопротивления. Этот режим описывается четвертым уравнением системы (5):

$$I\ddot{\phi} = \begin{cases} -c_\phi\psi - \beta_\phi\psi^3 - \rho_1 mg \left[ 1 - \frac{c_x}{mg}(x - x_1) - \frac{\gamma}{mg}\psi^2 \right] \times \\ \left\{ \text{sign}\dot{\phi} - \frac{\varepsilon - 1}{2\varepsilon} \left( \frac{\dot{\phi}}{\omega_0} \right) \left[ 3 - \left( \frac{\dot{\phi}}{\omega_0} \right)^2 \right] \right\}, \text{ при } \dot{x} \equiv 0. \\ -c_\phi\psi - \beta_\phi\psi^3 - \rho_1 n_1 mg \times \\ \frac{\dot{x} + \Delta}{\dot{x} + bR|\dot{\phi}| + \Delta} \left\{ \text{sign}\dot{\phi} - \frac{\varepsilon - 1}{2\varepsilon} \left( \frac{\dot{\phi}}{\omega_0} \right) \left[ 3 - \left( \frac{\dot{\phi}}{\omega_0} \right)^2 \right] \right\}, \text{ при } \dot{x} > 0 \end{cases} \quad (23)$$

Длительные остановки будут происходить тогда, когда одновременно выполняется:

$$\dot{\phi} = 0 \quad \text{и} \quad |c_\phi\psi + \beta_\phi\psi^3| \leq \begin{cases} \rho_1 mg \left[ 1 - \frac{c_x}{mg}(x - x_1) - \frac{\gamma}{mg}\psi^2 \right], \text{ при } \dot{x} \equiv 0; \\ \rho_1 n_1 mg, \text{ при } \dot{x} > 0 \text{ и для мягких пород;} \end{cases} \quad (24)$$

в случае, когда:

$$\dot{\phi} = 0 \quad \text{и} \quad |c_\phi\psi + \beta_\phi\psi^3| > \begin{cases} \rho_1 mg \left[ 1 - \frac{c_x}{mg}(x - x_1) - \frac{\gamma}{mg}\psi^2 \right], \text{ при } \dot{x} \equiv 0; \\ \rho_1 n_1 mg, \text{ при } \dot{x} > 0 \text{ и для мягких пород;} \end{cases} \quad (25)$$

долото не остановится во вращательном движении, а произойдет мгновенная смена направления вращения.

С учетом сделанных выше замечаний приведенная двухмассовая динамическая модель бурильной колонны будет описываться следующими уравнениями

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1 \ddot{x}_1 = m_1 g + c_x (x - x_1) + \gamma (\varphi - \omega t)^2; \\ \dot{x} = 0, \quad \text{при } |\dot{\varphi}| < \left( \frac{n_1}{1 - \frac{c_x}{mg}(x - x_1) - \frac{\gamma}{mg}(\varphi - \omega t)^2} - 1 \right) \frac{\Delta}{bR} \quad \text{и } c_x (x - x_1) + \gamma (\varphi - \omega t)^2 < mg; \\ \ddot{x} = \begin{cases} g \left[ 1 - \frac{c_x}{mg}(x - x_1) - \frac{\gamma}{mg}(\varphi - \omega t)^2 \right] - n_1 g \frac{\dot{x} + \Delta}{\dot{x} + bR|\dot{\varphi}| + \Delta}, & \text{при } \dot{x} > 0 \quad \text{и } c_x (x - x_1) + \gamma (\varphi - \omega t)^2 < mg; \\ g \left[ 1 - \frac{c_x}{mg}(x - x_1) - \frac{\gamma}{mg}(\varphi - \omega t)^2 \right], & \text{при } c_x (x - x_1) + \gamma (\varphi - \omega t)^2 \geq mg; \end{cases} \\ \dot{\varphi} = 0, \quad \text{при } |c_\varphi (\varphi - \omega t) + \beta_\varphi (\varphi - \omega t)^3| < \begin{cases} \rho_1 mg \left[ 1 - \frac{c_x}{mg}(x - x_1) - \frac{\gamma}{mg}(\varphi - \omega t)^2 \right], \\ \text{при } \dot{x} \equiv 0 \quad \text{и } c_x (x - x_1) + \gamma (\varphi - \omega t)^2 < mg; \\ \rho_1 n_1 mg, \\ \text{при } \dot{x} > 0 \quad \text{и } c_x (x - x_1) + \gamma (\varphi - \omega t)^2 < mg; \text{ (для мягких пород)}; \end{cases} \\ I \ddot{\varphi} + c_\varphi (\varphi - \omega t) + \beta_\varphi (\varphi - \omega t)^3 = \begin{cases} -\rho_1 mg \left[ 1 - \frac{c_x}{mg}(x - x_1) - \frac{\gamma}{mg}(\varphi - \omega t)^2 \right] \left\{ \text{sign } \dot{\varphi} - \frac{\varepsilon - 1}{2\varepsilon} \left( \frac{\dot{\varphi}}{\omega_0} \right) \left[ 3 - \left( \frac{\dot{\varphi}}{\omega_0} \right)^2 \right] \right\}, \\ \text{при } \dot{x} \equiv 0 \quad \text{и } c_x (x - x_1) + \gamma (\varphi - \omega t)^2 < mg; \\ -\rho_1 n_1 mg \frac{\dot{x} + \Delta}{\dot{x} + bR|\dot{\varphi}| + \Delta} \left\{ \text{sign } \dot{\varphi} - \frac{\varepsilon - 1}{2\varepsilon} \left( \frac{\dot{\varphi}}{\omega_0} \right) \left[ 3 - \left( \frac{\dot{\varphi}}{\omega_0} \right)^2 \right] \right\}, \\ \text{при } \dot{x} > 0 \quad \text{и } c_x (x - x_1) + \gamma (\varphi - \omega t)^2 < mg; \\ 0, & \text{при } x - x_{**} < 0 \quad \text{и } c_x (x - x_1) + \gamma (\varphi - \omega t)^2 \geq mg. \end{cases} \end{array} \right. \quad (26)$$

Далее перейдем к безразмерным переменным:

$$\tau = \sqrt{\frac{c_\varphi}{I}} t, \quad \xi = \frac{c_\varphi}{\rho_1 mg} (\varphi - \omega t), \quad \eta_{1,1} = \frac{c_\varphi}{\rho_1 mg R} x_{1,1} \quad (27)$$

и параметрам:

$$\Omega = \frac{\sqrt{I c_\varphi}}{\rho_1 mg} \omega, \quad \chi = \frac{I}{\rho_1 m R}, \quad \delta = \frac{\sqrt{I c_\varphi}}{\rho_1 mg R} \Delta, \quad \varepsilon = \frac{\rho_1}{\rho_0}, \\
 \lambda = \frac{c_x}{c_\varphi} \rho_1 R, \quad \lambda_1 = \frac{c_x}{c_\varphi} \frac{m}{m_1} \rho_1 R, \quad \alpha = \beta_\varphi \frac{(\rho_1 mg)^2}{c_\varphi^3}, \quad (28) \\
 r = \gamma mg \left( \frac{\rho_1}{c_\varphi} \right)^2, \quad r_1 = \frac{g \gamma}{m} \left( \frac{m_1 \rho_1}{c_\varphi} \right)^2, \quad n_1 = \frac{\sigma_1}{\sigma}.$$

Обозначив для дальнейшего точкой производную уже по безразмерному времени  $\tau$ , сформулированная задача (26) в безразмерном виде запишется следующим образом:

**Частные случаи и варианты работы для введенной двухмассовой модели буровой колонны.** Предложенная модель крутильно-продольных автоколебаний буровой колонны достаточно универсальна

и предусматривает путем изменения одного-двух параметров системы автоматическую настройку уравнений модели на следующие частные случаи и варианты работы.

1. Для моделирования релаксационных режимов погружения, когда предусматриваются длительные остановки (заклинивания) в погружении буровой колонны, следует задавать:  $\delta \neq 0$  ( $\Delta \neq 0$ ), а угловую скорость закрутки верхнего сечения из условия  $\Omega < \Omega_0$ , что должно соответствовать падающей ветви кубической характеристики для удельного момента сопротивления ( $\Omega_0$  – безразмерный аналог значения угловой скорости, при которой кубическая характеристика удельного момента сопротивления принимает минимальное значение).

2. Для моделирования безостановочных погружений буровой колонны следует задавать:  $\delta \ll 1$  ( $\Delta \ll 1$ ) или чтобы для угловой скорости закрутки верхнего сечения соблюдалось условие:  $\Omega > \Omega_0$ , что соответствует восходящей ветви кубической характеристики для удельного момента сопротивления.

3. Двухмассовая модель крутильно-продольных автоколебаний переходит в одномассовую модель крутильных автоколебаний [9], если  $\lambda = \lambda_1 = 0$  ( $c_x = 0$ ). В



этом случае первое уравнение системы (29) надо отбросить, так как оно теряет смысл. Причем если  $r \neq 0$  ( $\gamma \neq 0$ ), то при описании крутильных автоколебаний будут моделироваться и возможности кратковременных отрывов долота от забоя скважины вследствие действия добавочной силы стеснения со стороны пружины кручения при больших углах закрутки.

4. В случае глубокого бурения следует положить, что упругость крутильной пружины нелинейна, а добавочная сила стеснения со стороны пружины кручения отлична от нуля:  $\alpha \neq 0$  и  $r \neq 0$  ( $\beta_\varphi \neq 0$  и  $\gamma \neq 0$ ). При опи-

сании неглубокого бурения следует положить:  $\alpha = r = 0$  ( $\beta_\varphi = \gamma = 0$ ).

5. При бурении в мягких породах подразумевается, что коэффициент запаса прочности  $n_1$  породы на погружение невелик, а в случае бурения в твердых породах — имеет большое значение.

6. Для того чтобы модель бурильной колонны не учитывала процесс погружения (классический вариант) и превратилась в ранее изучаемую при описании крутильных автоколебаний модель [5; 6], следует принять:  $b = 0$  и  $\lambda = \lambda_1 = r = 0$  ( $c_x = \gamma = 0$ ).

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{\eta}_1 = \chi \{ 1 + \lambda_1 (\eta - \eta_1) + r_1 \xi^2 \}; \\ \dot{\eta} = 0, \quad \text{при } |\dot{\xi} + \Omega| < \left( \frac{n_1}{1 - \lambda(\eta - \eta_1) - r\xi^2} - 1 \right) \frac{\delta}{b} \quad \text{и } \lambda(\eta - \eta_1) + r\xi^2 < 1; \\ \ddot{\eta} = \begin{cases} \chi [1 - \lambda(\eta - \eta_1) - r\xi^2] - \chi n_1 \frac{\dot{\eta} + \delta}{\dot{\eta} + b|\dot{\xi} + \Omega| + \delta}, & \text{при } \dot{\eta} > 0 \quad \text{и } \lambda(\eta - \eta_1) + r\xi^2 < 1; \\ \chi [1 - \lambda(\eta - \eta_1) - r\xi^2], & \text{при } \lambda(\eta - \eta_1) + r\xi^2 \geq 1; \end{cases} \\ \dot{\xi} = -\Omega, \quad \text{при } |\dot{\xi} + \alpha\xi^3| < \begin{cases} [1 - \lambda(\eta - \eta_1) - r\xi^2], & \text{при } \dot{\eta} \equiv 0 \quad \text{и } \lambda(\eta - \eta_1) + r\xi^2 < 1; \\ n_1, & \text{при } \dot{\eta} > 0 \quad \text{и } 1 - \lambda(\eta - \eta_1) - r\xi^2 > 0 \quad (\text{для мягких пород}); \end{cases} \\ \ddot{\xi} + \xi + \alpha\xi^3 = \begin{cases} - [1 - \lambda(\eta - \eta_1) - r\xi^2] \left\{ \text{sign}(\dot{\xi} + \Omega) - \frac{\varepsilon - 1}{2\varepsilon} \left( \frac{\dot{\xi} + \Omega}{\Omega_0} \right) \left[ 3 - \left( \frac{\dot{\xi} + \Omega}{\Omega_0} \right)^2 \right] \right\}, & \text{при } \dot{\eta} \equiv 0 \quad \text{и } \lambda(\eta - \eta_1) + r\xi^2 < 1; \\ - n_1 \left\{ \text{sign}(\dot{\xi} + \Omega) - \frac{\varepsilon - 1}{2\varepsilon} \left( \frac{\dot{\xi} + \Omega}{\Omega_0} \right) \left[ 3 - \left( \frac{\dot{\xi} + \Omega}{\Omega_0} \right)^2 \right] \right\} \frac{\dot{\eta} + \delta}{\dot{\eta} + b|\dot{\xi} + \Omega| + \delta}, & \text{при } \dot{\eta} > 0 \quad \text{и } \lambda(\eta - \eta_1) + r\xi^2 < 1; \\ 0, & \text{при } \lambda - \lambda_{**} < 0 \quad \text{и } \lambda(\eta - \eta_1) + r\xi^2 \geq 1. \end{cases} \end{array} \right. \quad (29)$$

### Выводы

1. Построена принципиально новая динамическая модель для описания крутильно-продольных автоколебаний релаксационного типа бурильной колонны с учетом процесса погружения по мере углубления забоя скважины (корректные модели для описания крутильно-продольных автоколебаний с учетом погружения ранее не вводились).

2. Обобщена и уточнена теория погружения вращающегося твердого тела в сопротивляющейся среде с учетом возможностей длительных остановок (заклинивания) как в поступательном, так и во вращательном движении (на примере работы бурильной колонны при бурении скважин). Теория может быть использована и при решении других задач подобного типа: сверления, шлифования, заглаживания незатвердевших поверхностей [12].

3. Описанная теория погружения бурильной колонны во время бурения скважин дает полный алгоритм для проведения численных расчетов происходящих динамических процессов и определения параметров бурения, таких, например, как скорость и глубина погружения колонны. Результаты численного счета, подтверждающие жизнеспособность данной модели, будут опубликованы в следующей работе автора; результаты численного моделирования для крутильных автоколебаний, частного случая модели, приведены в работах [7–11].

4. Теория погружения дает основу для проведения приближенно-аналитических исследований качественных особенностей поведения бурильной колонны в процессе бурения, в частности, определения областей неустойчивости, наступления детерминированного хаоса. Записанные уравнения достаточно сложны для

проведения аналитических исследований; для этих целей представляют интерес отмеченные выше частные случаи модели.

5. Приведенная теория является обобщением недавних публикаций [7–11] автора на данную тему. Кроме того, в этой работе приводится ряд дополнений и уточнений основных концепций излагаемых вопросов, таких как:

а. В отличие от ранее принятого [7–11], прочностные свойства породы не следует скачкообразно уменьшать при переходе от режима длительной остановки поступательного движения в режим погружения. Следовательно, значение предельного напряжения породы и значение коэффициента динамичности не следует скачкообразно уменьшать на величину  $\varepsilon_1$ , как это ранее предполагалось (хотя и случай постоянства прочностных свойств в прежнем варианте тоже не исключался).

б. Остановка погружения может происходить в двух вариантах: по скорости («мягкая» остановка для мягких пород) и по динамическому напряжению («жесткая» остановка с ударом для твердых пород). Ранее [7–11] молчаливо предполагалось, что остановка погружения может быть только «мягкой» по скорости, твердость породы во внимание не принималась.

с. Предусмотрена возможность учета степени износа долота при описании процесса бурения — уравнения модели делают это автоматически. Изношенность долота учитывается по значению  $n_1$  — коэффициенту запаса прочности на погружение: меньшему значению  $n_1$  соответствует меньшая изношенность и наоборот. Существенно, что тип и модель долота здесь роли не играют, никакие эмпирические соотношения не используются.

д. Значение  $F_0$  — силы сопротивления при отсутствии вращения долота — в задачах такого типа следует определять так, как это сделано в данной работе, т. е. из уравнения для режима длительной остановки в поступательном движении. Прежний подход [7–11] при описании крутильных автоколебаний, хоть и не вызывал ошибку в определении  $F_0$ , но был менее корректен и мог привести к неоднозначности в нахождении этой величины при рассмотрении более общих случаев.

е. Введена дополнительная продольная сила стеснения  $\Delta P$ , возникающая со стороны пружины кручения вследствие того, что при больших углах закрутки пружина кручения стремится уменьшить свои продольные размеры.

ф. Поясняется, при каких значениях параметров будут работать приведенные частные случаи принятой динамической модели бурильной колонны. В частности, приводятся варианты описания погружения колонны с длительными остановками и безостановочного бурения.

г. Режимы «stick – slip» («прихват – проскальзывание») при описании бурения проявлялись и в прежних моделях автора [7–11], когда шла речь о крутильных автоколебаниях, но были «замечены» только сейчас.

## Заключение

Приведенная динамическая модель бурильной колонны нуждается в дополнительном численном и аналитическом исследовании. На ее основе можно переходить к другим, более общим и интересным моделям.

В этой модели заложены основные концепции для перехода к качественно новому этапу изучения динамики бурильной колонны — с учетом динамики процесса погружения по мере углубления забоя скважины, что до разработки теории погружения вращающегося тела в сопротивляющейся среде, излагаемой в работах [7–11] автора, делать не удавалось.

Автор выражает надежду, что предложенная динамическая модель бурильной колонны будет замечена специалистами и получит дальнейшее развитие как в изучении приведенной модели и ее частных случаев, так и в разработке новых моделей.

## Литература

1. Белокобыльский С.В. Фрикционные автоколебания и их приложение в динамике бурильной колонны: автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. Ленинград, 1983.
2. Белокобыльский С.В., Ветюков М.М., Нагаев Р.Ф. О фрикционных автоколебаниях бурильной колонны // Изв. АН СССР. Машиноведение. 1982. № 2. С. 15-20.
3. Белокобыльский С.В., Коронатов В.А., Нагаев Р.Ф. Квазигармонический режим крутильных автоколебаний бурильной колонны при неглубоком бурении // Проблемы механики современных машин: материалы междунар. конф. Улан-Удэ, 2000. Т. 2. С. 89-94.
4. Коронатов В.А. Фрикционные автоколебания бурильной колонны: автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. Н. Новгород, 1993. 17 с.
5. Белокобыльский С.В., Коронатов В.А. Фрикционные автоколебания одномассовой системы с учетом возможности мгновенной смены знака скорости на противоположный // Системы. Методы. Технологии. 2013. № 1 (17). С. 16-21.
6. Белокобыльский С.В., Коронатов В.А. Переходный режим фрикционных автоколебаний одномассовой системы с учетом возможности мгновенной смены знака скорости на противоположный. // Механика XXI века. 2014. № 13. С. 3-7.
7. Коронатов В.А. Новая динамическая модель бурильной колонны с учетом проходки (погружения) при кулоновом трении и режимы детерминированного хаоса // Системы. Методы. Технологии. 2014. № 3 (23). С. 47-56.
8. Коронатов В.А. Новая динамическая модель бурильной колонны и численное описание крутильных автоколебаний во время проходки - углубления забоя скважины // Системы. Методы. Технологии. 2015. № 1 (25). С. 48-59.
9. Коронатов В.А. Численное моделирование релаксационных крутильных автоколебаний бурильной колонны во время проходки - углубления забоя скважины // Системы. Методы. Технологии. 2015. № 2 (26). С. 82-93.
10. Коронатов В.А. Новый метод решения задач на погружение вращающегося твердого тела в сопротивляющуюся среду // Механика XXI века. 2015. № 14. С. 14-21.
11. Коронатов В.А. Новый метод описания процесса бурения скважин и обнаружение режимов детерминированного хаоса // Материалы VI международной конференции «Проблемы механики современных машин». Улан-Удэ, 2015. Т. 1. С. 127-140.
12. Корнатов В.А., Герасимов С.Н. Возникновение детерминированного хаоса при моделировании работы дисковой заглаживающей машины с учетом подтапливания при обработке не затвердевшей поверхности бетонной смеси // Материалы VI

международной конференции «Проблемы механики современных машин». Улан-Удэ, 2015. Т. 1. С. 140-152.

13. Нагаев Р.Ф., Исаков К.А., Лебедев Н.А. Динамика горных машин. СПб.: Изд-во СПбГИ (ТУ), 1996. 155 с.

14. Белокобыльский С.В. Устойчивость стационарных движений и автоколебания механических систем с сухим трением: автореф. дис. ... д-ра техн. наук. Иркутск, 2006. 30 с.

15. Белокобыльский С.В. Динамика систем с сухим трением и ее приложение к задачам горной механики. М.: Машиностроение, 2002. 209 с.

16. Ветюков Ю.М. Крутильно-продольные колебания бурильной колонны с долотом режущего типа: автореф. дис. ... канд. техн. наук. СПб., 2004. 16 с.

17. Нургалеев А.Р., Тихонов В.С. Численное моделирование колебаний КНБК в режиме stick-slip при бурении долотами PDC // Нефть. Газ. Новации. 2011. № 1 (144). С. 12-15.

18. Журавлев В.Ф. Закономерности трения при комбинации скольжения и верчения // Изв. АН СССР. МТТ. 2001. № 4. С. 81-88.

19. Журавлев В.Ф., Киреевков А.А. О разложении Паде в задаче о двумерном кулоновом трении // Изв. РАН. МТТ, 2005. № 2. С. 3-14.

20. Андронов А.А., Журавлев В.Ф. Сухое трение в задачах механики. М.; Ижевск, НИЦ «Регулярная и хаотичная механика». Ин-т компьютерных исслед., 2010. 164 с.

21. Киреевков А.А., Семендяев С.В. Связанные модели трения скольжения и верчения: от теории к эксперименту // Аэрокосмические исследования, прикладная механика: тр. МФТИ. 2010. Т. 2, № 3. С. 174-181.

22. Турыгин Е.Ю. Повышение эффективности процесса бурения глубоких скважин роторным способом посредством управления динамикой бурильной колонны: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Ухта, 2011. 23 с.

23. Юнин Е.К., Хегай В.К. Динамика глубокого бурения. М.: Недра-Бизнесцентр, 2004. 286 с.

24. Юнин Е.К. Автоколебания в глубоком бурении. М.: ЛИБРОКОМ, 2013. 264 с.

25. Юнин Е.К. Низкочастотные колебания бурильного инструмента. М.: Недра, 1983. 132 с.

26. Мирзаджанзаде А.Х., Керимов З.Г., Копейкис М.Г. Теория колебаний в нефтепромысловом деле. М.; Ижевск: Ин-т компьютерных исслед., 2005. 364 с.

27. Бейкер Дж. (мл.), Грейс-Моррис П. Аппроксимация Паде: пер. с англ. М.: Мир, 1986. 502 с.

28. Wu S.X., Paez L.P., Partin U., Agnihorti M. Decoupling Stick-slip and Whirl to Achieve Breakthrough in Drilling Performance. 2010.

29. Richard T., Detournay E., Fear M., Miller B., Ciauton R. Influence of bit-rock interaction on stick-slip vibrations of PDC bits. 2002.

30. Detournay E., Defourny P. A phenomenological model of the drilling action of drag bits. Int // J. Rock. Mtch. Min. Sci. & Geomech. Abstr., 1992. № 29 (1). P. 13-23.

#### References

1. Belokobyl'skii S.V. Frictional self-oscillations and their application in the dynamics of the drill string: avtoref. dis. ... kand. fiz.-mat. nauk. Leningrad, 1983.

2. Belokobyl'skii S.V., Vetyukov M.M., Nagaev R.F. About frictional self-oscillations of the drill string // Izv. AN SSSR. Mashinovedenie. 1982. № 2. P. 15-20.

3. Belokobyl'skii S.V., Koronotov V.A., Nagaev R.F. Quasi-harmonic torsional mode of self-oscillations of the drill string during drilling of nondeep shallow // Problemy mekhaniki sovremennykh mashin: materialy mezhdunar. konf. Ulan-Ude, 2000. Т. 2. P. 89-94.

4. Koronotov V.A. Frictional self-oscillations of the drill string: avtoref. dis. ... kand. fiz.- mat. nauk. N. Novgorod, 1993. 17 p.

5. Belokobyl'skii S.V., Koronotov V.A. Friction oscillations singlemass system with the possibility of instantaneous change of sign of the velocity on the opposite // Systems. Methods. Technologies. 2013. № 1 (17). P. 16-21.

6. Belokobyl'skii S.V., Koronotov V.A. Transient behavior of frictional self-oscillations of single-mass system with the possibility of instantaneous change of sign of the velocity on the opposite // Mekhaniki XXI veku. 2014. № 13. P. 3-7.

7. Koronotov V.A. The new dynamic model of the drill string with the penetration (immersion) with a Coulomb friction and modes of deterministic chaos // Systems. Methods. Technologies. 2014. № 3 (23). P. 47-56.

8. Koronotov V.A. The new dynamic model of the drill string and numerical description of oscillation during the torsional tunneling - deepening downhole // Systems. Methods. Technologies. 2015. № 1 (25). P. 48-59.

9. Koronotov V.A. Numerical simulation of relaxation torsional self-oscillation of a drill string during penetration - bottom-hole deepening // Systems. Methods. Technologies. 2015. № 2 (26). P. 82-93.

10. Koronotov V.A. The new method of solving problems in the immersion of a rotating solid body in a resistant medium // Mekhaniki XXI veku. 2015. № 14. P. 14-21.

11. Koronotov V.A. A new method of describing the process of drilling wells and detection modes of deterministic chaos // Materialy VI mezhdunarodnoi konferentsii «Problemy mekhaniki sovremennykh mashin». Ulan-Ude, 2015. Т. 1. P. 127-140.

12. Koronotov V.A., Gerasimov S.N. The occurrence of deterministic chaos when modeling operation of the disk of the machine, taking into account smoothing reheating when processing not hardened surface of concrete mix // Materialy VI mezhdunarodnoi konferentsii «Problemy mekhaniki sovremennykh mashin». Ulan-Ude, 2015. Т. 1. P. 140-152.

13. Nagaev R.F., Isakov K.A., Lebedev N.A. Dynamics of mining machines. SPb.: Izd-vo SPPGI (TU), 1996. 155 p.

14. Belokobyl'skii S.V. Stability of steady motions and oscillations of mechanical systems with dry friction: avtoref. dis. ... d-ra tekhn. nauk. Irkutsk, 2006. 30 p.

15. Belokobyl'skii S.V. Dynamics of systems with dry friction and its application to problems of mining mechanics. M.: Mashinostroenie, 2002. 209 p.

16. Vetyukov Yu.M. Torsionally longitudinal vibrations of the drill string with a chisel cutting type: avtoref. dis. ... kand. tekhn. nauk. SPb., 2004. 16 p.

17. Nurgaleev A.R., Tikhonov V.S. Numerical simulation of the oscillation mode of the BHA in the stick-slip mode when drilling by PDC chisels // Neft'. Gaz. Novatsii. 2011. № 1 (144). P. 12-15.

18. Zhuravlev V.F. Regularities friction with a combination sliding and spinning // Izv. AN SSSR. MTT. 2001. № 4. P. 81-88.

19. Zhuravlev V.F., Kireenkov A.A. The decomposition of the Paде in the problem of two-dimensional Coulomb friction // Mechanics of Solids. 2005. № 2. P. 3-14.

20. Andronov A.A., Zhuravlev V.F. Dry friction in mechanical problems. M.; Izhevsk, NITs «Regulyarnaya i khaotichnaya mekhanika». In-t komp'yuternykh issled., 2010. 164 p.

21. Kireenkov A.A., Semendyaev S.V. Related models of friction sliding and spinning: from theory to experiment // Aero-kosmicheskie issledovaniya, prikladnaya mekhanika: tr. MFIT. 2010. Т. 2, № 3. P. 174-181.

22. Turugin E.Yu. Increase of efficiency of process of drilling of deep wells in the rotor way by means of management of dynamics of a boring column: avtoref. dis. ... kand. tekhn. nauk. Ukhta, 2011. 23 p.

23. Yunin E.K., Khagai V.K. Dynamics of deep drilling. M.: Nedra-Biznesstsentr, 2004. 286 p.
24. Yunin E.K. Oscillations in deep drilling. M.: LIBRO-KOM, 2013. 264 p.
25. Yunin E.K. Low-frequency oscillations of the drilling tool. M.: Nedra, 1983. 132 p.
26. Mirzadzhanzade A.Kh., Kerimov Z.G., Kopeikis M.G. Theory of fluctuations in petroleum engineering. M.; Izhevsk: In-t komp'yuternykh issled., 2005. 364 p.
27. Beiker Dzh. (ml.), Greis-Morris P. Pade approximation: per. s angl. M.: Mir, 1986. 502 p.
28. Wu S.X., Paez L.P., Partin U., Agnihorti M. Decoupling Stick-slip and Whirl to Achieve Breakthrough in Drilling Performance. 2010.
29. Richard T., Detournay E., Fear M., Miller B., Ciauton R. Influence of bit-rock interaction on stick-slip vibrations of PDC bits. 2002.
30. Detournay E., Defourny P. Aphenomenological model of the drilling action of drag bits. Int // J. Rock. Mtch. Min. Sci. & Geomech. Abstr., 1992. № 29 (1). P. 13-23