

ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ И МАШИНОСТРОЕНИЯ

УДК 62.752, 621.8.02

Соотношения координат движения элементов механических колебательных систем как форма проявления рычажных связей

С.В. Белокобыльский^{1 a}, С.В. Елисеев^{2 b}, В.Б. Кашуба^{1 c}, Д.Х. Нгуен^{2 d}

¹Братский государственный университет, ул. Макаренко 40, Братск, Россия

²Иркутский государственный университет путей сообщения, ул. Чернышевского 15, Иркутск, Россия

^aRector @brstu.ru, ^beliseev_s@inbox.ru, ^cnauka@brstu.ru, ^dhuynhnd1987@gmail.com

Статья поступила 28.08.2015, принята 10.09.2015

Предлагается метод оценки динамических свойств механических колебательных систем, основанный на введении понятия «рычажные связи». Показано, что в системах, не имеющих в своем составе твердых тел, с которыми обычно связана пространственная метрика взаимодействий, возможны соотношения между параметрами движения по связным координатам. Такие проявления взаимодействий соотносятся с понятиями виртуальных рычажных связей. Предлагается понятие обобщенного передаточного отношения виртуального рычага, связывающего выбранные точки систем. Разработана методика определения передаточных отношений рычажных связей на основе структурных методов построения математических моделей, использующих преобразования Лапласа. Получены аналитические соотношения для оценки динамических свойств системы.

Ключевые слова: рычажные связи; передаточные функции; передаточные отношения; структурные схемы.

Ratios between motions of coordinates for elements of mechanical oscillation systems as a form of lever-type relations

S.V. Belokobylskiy^{1 a}, S.V. Eliseev^{2 b}, B.V. Kashuba^{1 c}, D.Kh. Nguyen^{2 d}

¹Bratsk State University; 40, Makarenko St., Bratsk, Russia

²Irkutsk State Transport University; 15, Chernyshevskiy St., Irkutsk, Russia

^aRector @brstu.ru, ^beliseev_s@inbox.ru, ^cnauka@brstu.ru, ^dhuynhnd1987@gmail.com

Received 28.08.2015, accepted 10.09.2015

Method, based on the introduction of the concept «lever-type relations», has been offered to estimate dynamic properties of mechanical oscillation systems. It has been shown that ratios between motion parameters for connected coordinates are possible in the systems that do not have any solid bodies in the structure, which are normally connected with spatial metric of interactions. Such ratios correlate with the concepts of virtual lever-type relations. Concept of a generalized transfer ratio for the virtual lever that connects the selected system points has been offered. To determine transfer ratios for lever-type relations, method, based on structural methods of building mathematical models with Laplace transformation used, has been developed. To assess dynamic properties of the system, analytical ratios have been received.

Key words: lever-type relations; transfer functions; transfer ratio; structural schemes.

Введение. Рычажные взаимодействия в механических колебательных системах достаточно разнообразны в своих проявлениях и находят отражение в формировании приведенных массоинерционных и упруго-диссипативных характеристик [1; 2]. В этом отношении представляют интерес идеи построения математических моделей, отражающих свойства квазипружин или блоков из типовых элементов, образующих структуры, взаимодействия которых, несмотря на усложнение форм, подчиняются правилам последовательного и параллельного соединения пружин и правилам других структурных преобразований, характерных для теории автоматического управления [3].

В предлагаемой статье развивается подход, в рамках которого механическая колебательная система с несколькими степенями свободы рассматривается в плане выявления характерных связей между параметрами состояния системы, принимающими форму рычажных связей.

I. Общие положения. Особенности постановки задачи исследования. Рассматривается механическая колебательная система в двух вариантах (рис. 1 а, б). В первом случае рассматривается система с двумя степенями свободы с силовыми и кинематическими возмущениями (рис. 1 а). Во втором случае представлена

система с тремя степенями свободы, но крайние массоинерционные элементы также соединены между собой упругим элементом с жесткостью k_{13} , что может быть рассмотрено как замкнутая механическая цепь. В системе также присутствуют силовые и кинематические возмущения ($Q(t)$, $z(t)$). Массоинерционные элементы в системах совершают малые колебания. Обе системы представлены в линейной постановке.

Задачей исследования является оценка устойчивых соотношений между параметрами системы, отражающих связи рычажного типа при поступательных колебательных движениях.

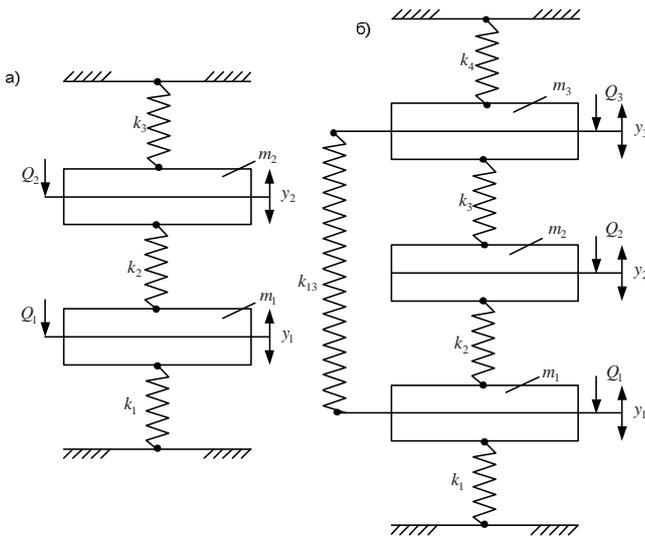


Рис. 1. Расчетная схема виброзащитных систем: а) с двумя степенями свободы; б) с тремя степенями свободы

Системы на рис. 1 а, б отличаются числом степеней свободы и возможностями формирования взаимодействий между массоинерционными элементами. В качестве объекта защиты в обеих схемах (рис. 1 а, б) выбираются массы m_1 .

Для системы на рис. 1 а уравнения движения могут быть составлены с использованием уравнения Лагранжа 2-го рода и последующими преобразованиями Лапласа [4]. Коэффициенты уравнений движения для системы на рис. 1 а приведены в табл. 1, где $p = j\omega$ — комплексная переменная ($j = \sqrt{-1}$); значок (~) означает изображение по Лапласу.

Внешние возмущения в системе представлены силовыми возмущениями \tilde{Q}_1 и \tilde{Q}_2 , непосредственно приложенными к массоинерционным элементам m_1 и m_2 соответственно.

Таблица 1

Коэффициенты уравнений движения системы в координатах \tilde{y}_1, \tilde{y}_2

a_{11}	a_{12}
$m_1 p^2 + k_1 + k_2$	$-k_2$
a_{21}	a_{22}
$-k_2$	$m_2 p^2 + k_2 + k_3$
Обобщенные силы	Обобщенные силы
\tilde{Q}_1	\tilde{Q}_2

На рис. 2 а, б, в приведены варианты структурных схем, в которых путем преобразований выделены особенности структурных интерпретаций математической модели.

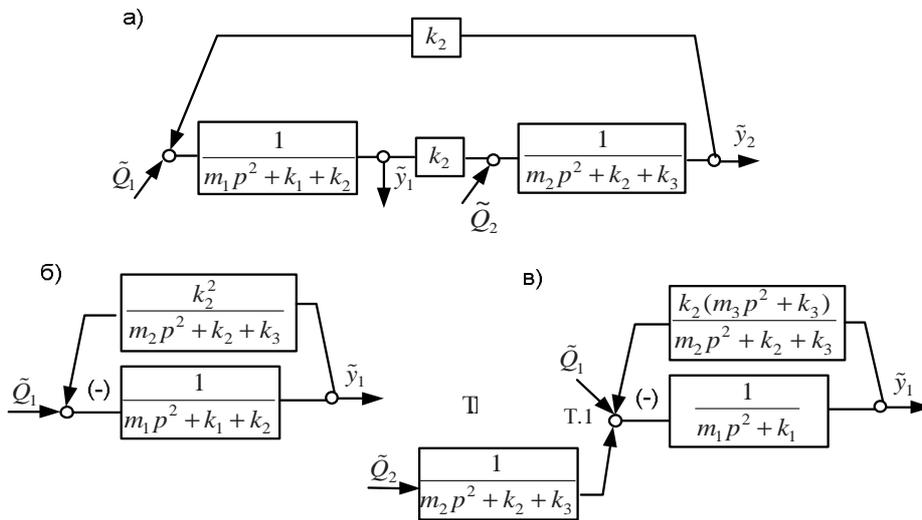


Рис. 2. Структурные схемы виброзащитной системы (рис. 1 а): а) детализированная структурная схема; б) структурная схема с исключенной координатой \tilde{y}_2 ; в) схема с исключенной координатой \tilde{y}_2 ($\tilde{Q}_1 \neq 0, \tilde{Q}_2 \neq 0$)

В данном случае в точке (1) на рис. 2 в силы \tilde{Q}_1 и \tilde{Q}_2 суммируются. Для получения реакции системы может быть использован принцип суперпозиции [5].

II. Особенности математических моделей динамических взаимодействий между частичными системами.

1) Рассматривается случай силового возмущения $Q_1 \neq 0, Q_2 = 0$ (рис. 1 а). Определим, используя структур-

ную схему на рис. 2 а, передаточную функцию при силовом возмущении \tilde{Q}_1 :

$$W_{1oon}(p) = \frac{\tilde{y}_1}{\tilde{Q}_1} = \frac{m_2 p^2 + k_2 + k_3}{A_0} \quad (1)$$

$$W_{1oon}(p) = \frac{\tilde{y}_2}{\tilde{Q}_1} = \frac{k_2}{A_0}, \quad (2)$$

где A_0 — характеристическое частотное уравнение:

$$A_0 = (m_1 p^2 + k_1 + k_2)(m_2 p^2 + k_2 + k_3) - k_2^2. \quad (3)$$

Используя (2), (3), найдем отношение координат в преобразованиях по Лапласу:

$$i_{oo}(p) = \frac{\tilde{y}_2}{\tilde{y}_1} = \frac{k_2}{m_2 p^2 + k_2 + k_3}. \quad (4)$$

Полагаем, что $i_{oo}(p)$ можно рассматривать как некоторое обобщение передаточного отношения рычажной связи, которая проявляется между координатами массоинерционных элементов исходной системы (рис. 1 а). При $p \rightarrow 0$, что соответствует близости к статическому внешнему воздействию:

$$i_{oo}(p) \Big|_{p \rightarrow 0} = \frac{k_2}{k_2 + k_3}. \quad (5)$$

При $p = 0$ передаточное отношение рычажной связи $i_{oo}(p)$ принимает постоянное значение, определяемое выражением (5). То есть в случае статического воздействия соотношения между координатами \tilde{y}_1 и \tilde{y}_2 определяются соотношениями коэффициентов жесткости упругих элементов, а система представляет собой, в некотором смысле, аналог рычага. Связи между параметрами состояния системы в таком случае можно называть рычажными. В системах поступательного движения при заданных формах внешних воздействий (перемещения нижнего основания) такой виртуальный рычаг, создающий отношения (5), может быть отнесен к рычагам 1-го рода [6].

Особенность такого виртуального рычага заключается в том, что передаточное отношение (5) зависит от частоты внешнего воздействия. В частности, при:

$$\omega^2 = \frac{k_2 + k_3}{m_2} \quad (6)$$

передаточное отношение $i_{oo}(p) \rightarrow \infty$, что соответствует частным формам расположения точки опоры виртуального рычага. При увеличении $p = j\omega$ (ω — частота внешнего воздействия) передаточное отношение виртуального рычага меняет знак, то есть становится отрицательным. В этом случае виртуальный рычаг 1-го рода трансформируется в рычаг второго рода. В физическом смысле, вышеприведенное относится к формам движения элементов с массами m_1 и m_2 . Они движутся либо в фазе, либо в противоположных направлениях. Если $p) \rightarrow \infty$, то $i_{oo}(p) \rightarrow 0$.

2) При внешнем возмущении $Q_1 = 0, Q_2 \neq 0$ передаточные функции системы принимают вид:

$$W_1'(p) = \frac{\tilde{y}_1}{\tilde{Q}_2} = \frac{k_3}{A_0} \quad (7)$$

$$W_2'(p) = \frac{\tilde{y}_2}{\tilde{Q}_2} = \frac{m_1 p^2 + k_1 + k_2}{A_0}. \quad (8)$$

Тогда:

$$i'_{oo}(p) = \frac{\tilde{y}_2}{\tilde{y}_1} = \frac{m_1 p^2 + k_1 + k_2}{k_2}. \quad (9)$$

При $p \rightarrow 0$:

$$i'_{oo}(p) = \frac{\tilde{y}_2}{\tilde{y}_1} = 1 + \frac{k_1}{k_2}, \quad (10)$$

$p \rightarrow 0$

что отличается от выражения (5). В данном случае выполняется условие:

$$i_{oo}(p) \cdot i'_{oo}(p) = 1. \quad (11)$$

3) При суммарном силовом воздействии при $Q_1 \neq 0, Q_2 \neq 0$ ($\tilde{Q}_1 = \tilde{Q}_2 = \tilde{Q}$) передаточные функции системы (рис. 1 а) принимают вид:

$$W_1''(p) = \frac{\tilde{y}_1}{\tilde{Q}} = \frac{m_2 p^2 + 2k_2 + k_3}{A_0} \quad (12)$$

$$W_2''(p) = \frac{\tilde{y}_2}{\tilde{Q}} = \frac{m_1 p^2 + 2k_2 + k_1}{A_0}. \quad (13)$$

Реакция системы на общее силовое возмущение состоит из двух компонент силового воздействия. Отношение координат \tilde{y}_1 и \tilde{y}_2 имеет вид:

$$i_{oo}(p) = \frac{\tilde{y}_2}{\tilde{y}_1} = \frac{m_1 p^2 + k_1 + 2k_2}{m_2 p^2 + 2k_2 + k_3}. \quad (14)$$

$$\tilde{Q}_1 = \tilde{Q}_2 = \tilde{Q}$$

При $p \rightarrow 0$, то есть в статическом состоянии:

$$i'_{oo}(p) = \frac{k_1 + 2k_2}{k_3 + 2k_2}. \quad (15)$$

$p \rightarrow 0$

В свою очередь, при $p \rightarrow \infty$ выражение (13) приводится к виду:

$$i''_{oo}(p) = \frac{m_1}{m_2}. \quad (16)$$

$p \rightarrow \infty$

Модуль отношения $\left| \frac{\tilde{y}_2}{\tilde{y}_1} \right| = |i_{oo}(p)|$, определяемого

выражением (14), зависит от частоты внешнего воздействия, что представлено на рис. 3 а, б, в.

Таким образом, рычажные связи достаточно разнообразны, определяются соотношениями жесткостей упругих элементов и зависят от частоты внешнего воздействия. Точки «перелома» частотных характеристик в области изменения частот на оси абсцисс определяют

знак передаточного отношения, что обуславливает вид рычажных связей (рычаги 1-го или 2-го рода [6]), а

также формы взаимных движений элементов m_1 и m_2 по координатам y_1 и y_2 .

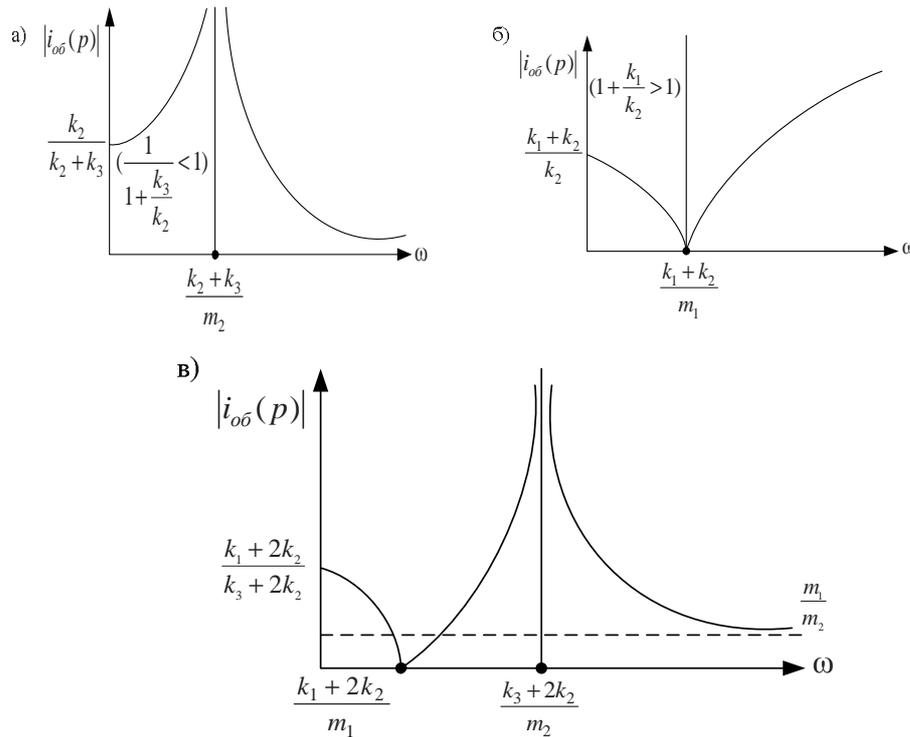


Рис. 3. Графики зависимостей передаточного отношения $i_{oo}(p)$ от условий силового возмущения при возрастании частоты внешнего воздействия: а) вариант силового возмущения $Q_1 \neq 0, Q_2 = 0$; б) вариант $Q_1 = 0, Q_2 \neq 0$; в) вариант $Q_1 = Q_2 = Q$ — суммарное действие

III. Рычажные связи в системах с тремя степенями свободы. Расчетная схема системы с тремя степенями свободы может быть трансформирована к виду, как показано на рис. 4 а, б, где в качестве объекта защиты выбран массоинерционный элемент m_3 . Структурная схема (рис. 4 б) может быть построена на основе математической модели в виде системы трех дифференциальных уравнений, получаемых с использованием уравнения Лагранжа 2-го рода и последующих преобразований Лапласа [4]. Система (рис. 4 б) состоит из трех парциальных блоков, взаимодействующих между собой. В качестве внешних воздействий выбираются кинематические возмущения $z_1(t)$ и $z_2(t)$ со стороны опорных поверхностей.

Расчетная схема (рис. 4 а) является преобразованием схемы на рис. 1 б. Отличие между рис. 4 а и 1 б заключается в выделении объекта защиты и определении его положения (в данном случае элемента m_3). Можно показать, что в системе на рис. 4 а связи между движениями по координатам y_1 и y_2 в целом будут такими же, как и в системе с двумя степенями свободы (рис. 1 а). В соотношениях между \tilde{y}_2 и \tilde{y}_1 проявляются определенные локальные свойства динамических взаимодействий между элементами. Ниже на основе использования формул Крамера [5] показано, что в системах с двумя степенями свободы (рис. 1 а) и с тремя степенями свободы (рис. 1 б и рис. 4 а) основная схема взаимодействия сохраняется. Последнее объясняется особенностями межкоординатных связей, которые, по су-

ществу, обеспечивают формирование замкнутой цепи или блока через упругие элементы k_2, k_3, k_{13} . В данном случае движение элемента m_3 с координатой y_3 при наличии упругого опирания элементов m_1 и m_2 через пружины k_3 и k_{13} создает такую же схему динамических взаимодействий, как и на рис. 1 а, при условии, что обе опорные поверхности колеблются синхронно, и выполняется условие ($z_1 = z_2 = z$). При этом $Q_1 = 0, Q_2 = 0$.

В табл. 2 приведены коэффициенты системы уравнений движения в операторной форме в координатах $\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \tilde{y}_3$

Таблица 2

Коэффициенты уравнений движения в координатах $\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \tilde{y}_3$

a_{11}	a_{12}	a_{13}
$m_1 p^2 + k_1 + k_2 + k_{13}$	$-k_2$	$-k_{13}$
a_{21}	a_{22}	a_{23}
$-k_2$	$m_2 p^2 + k_2 + k_3$	$-k_3$
a_{31}	a_{32}	a_{33}
$-k_{13}$	$-k_3$	$m_3 p^2 + k_3 + k_4 + k_{13}$
Обобщенные силы	Обобщенные силы	Обобщенные силы
$k_1 z_1$	0	$k_2 z_2$

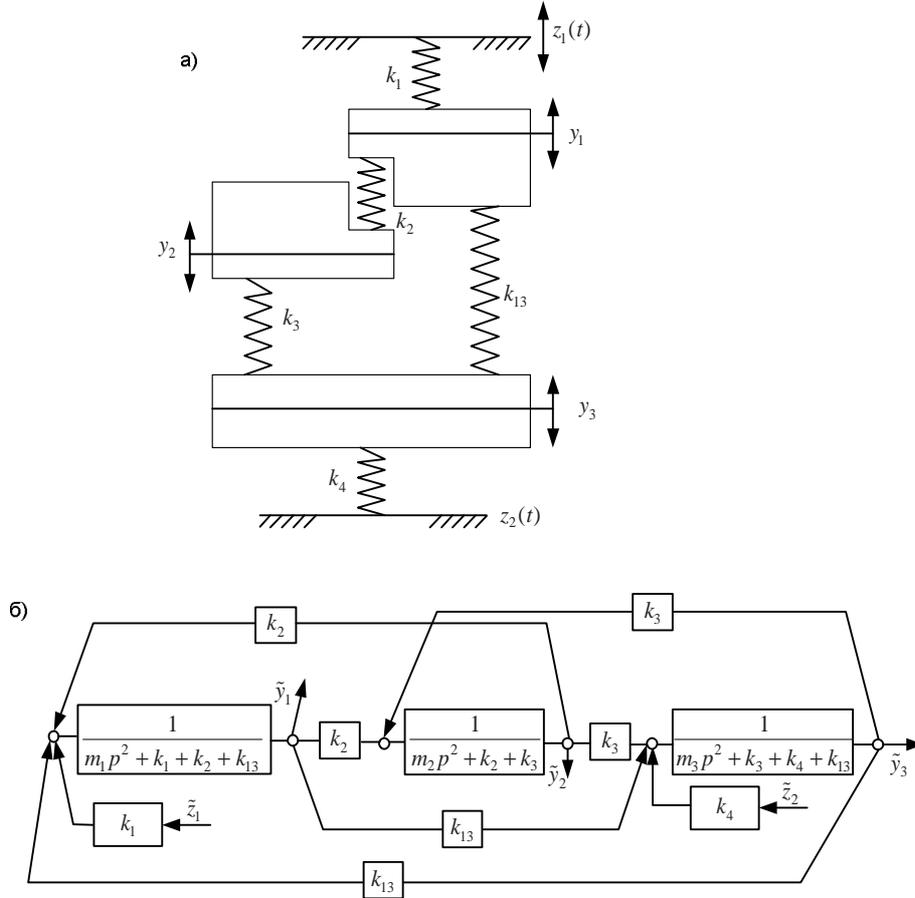


Рис. 4. Расчетная (а) и структурная (б) схемы виброзащитной системы с тремя степенями свободы

Элементы m_1 и m_2 образуют динамический гаситель. Рассмотрим особенности рычажных связей между координатами y_1 и y_2 . Используя формулы Крамера [5], запишем, что:

$$\tilde{y}_1 = \frac{k_1 \tilde{z}_1 (a_{22} a_{33} - a_{23}^2) + \tilde{Q}_2 (a_{12} a_{32} - a_{12} a_{33}) + k_3 \tilde{z}_2 (a_{12} a_{23} - a_{13} a_{22})}{A_{10}}, \quad (17)$$

$$\tilde{y}_2 = \frac{k_1 \tilde{z}_1 (a_{23} a_{31} - a_{21} a_{33}) + \tilde{Q}_2 (a_{11} a_{33} - a_{23}^2) + k_3 \tilde{z}_2 (a_{13} a_{12} - a_{11} a_{23})}{A_{10}}, \quad (18)$$

$$\tilde{y}_3 = \frac{k_1 \tilde{z}_1 (a_{21} a_{32} - a_{22} a_{31}) + \tilde{Q}_2 (a_{12} a_{31} - a_{11} a_{32}) + k_3 \tilde{z}_2 (a_{11} a_{22} - a_{12}^2)}{A_{10}}, \quad (19)$$

где:

$$A_{10} = a_{11} a_{22} a_{33} - a_{11} a_{32}^2 - a_{22} a_{13}^2 - a_{33} a_{12}^2 + 2 a_{12} a_{13} a_{23}$$

— характеристическое уравнение.

1. Если принять, что $\tilde{z}_2 = 0$, то при входном воздействии $\tilde{z}_1 \neq 0$, получим передаточные функции при кинематическом возмущении:

$$W_{10}(p) = \frac{\tilde{y}_1}{\tilde{z}_1} = \frac{k_1 (a_{22} a_{33} - a_{23}^2)}{A_{10}}, \quad (20)$$

$$W_{20}(p) = \frac{\tilde{y}_2}{\tilde{z}_1} = \frac{k_1 (a_{23} a_{31} - a_{21} a_{33}) + k_2}{A_{10}}, \quad (21)$$

$$i_{o\delta}''(p) = \frac{\tilde{y}_2}{\tilde{y}_1} = \frac{k_1 (a_{23} a_{31} - a_{21} a_{33})}{k_1 (a_{22} a_{33} - a_{23}^2)} = \frac{a_{23} a_{31} - a_{21} a_{33}}{a_{22} a_{33} - a_{23}^2} \quad (22)$$

или:

$$i_{o\delta}'(p) = \frac{k_3 k_{13} + k_2 (m_3 p^2 + k_3 + k_4 + k_{13})}{(m_3 p^2 + k_3 + k_4 + k_{13}) \cdot (m_2 p^2 + k_2) + (m_3 p^2 + k_4 + k_{13}) k_3} \quad (23)$$

При $p \rightarrow 0$ передаточное отношение рычажной связи определится:

$$i_{o\delta}''(p) = \frac{k_3 k_{13} + k_2 k_3 + k_2 k_4 + k_2 k_{13}}{(k_3 + k_4 + k_{13}) k_2 + (k_4 + k_{13}) k_3} = \frac{k_2 (k_3 + k_4 + k_{13}) + k_3 k_{13}}{k_2 (k_3 + k_4 + k_{13}) + k_3 (k_4 + k_{13})} \quad (24)$$

$$i_{o\delta}(p) = 0$$

Отметим, что при частоте:

$$\omega^2 = \frac{k_2(k_3 + k_4 + k_{13}) + k_3k_{13}}{k_2m_3} \quad (25)$$

значение $i_{o\sigma}(p)$ становится равным нулю. Так как знаменатель (23) является биквадратным уравнением, то при двух значениях частоты внешнего воздействия $i_{o\sigma}(p) \rightarrow \infty$. Отметим, что частотная характеристика $\left| \frac{\tilde{y}_2}{\tilde{y}_1} \right|$ по внешнему виду соответствует амплитудно-частотной характеристике системы из элементов $m_1, m_2, k_1, k_2, k_3, k_4, k_{13}$ при кинематическом возмущении \tilde{y}_3 (рис. 4 а).

2. При рассмотрении случая $z_1 = 0, z_2 \neq 0$ соответствующие передаточные функции принимают вид:

$$W_{10}''(p) = \frac{\tilde{y}_1}{\tilde{z}_2} = \frac{k_3(a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22})}{A_{10}}, \quad (26)$$

$$W_{20}(p) = \frac{\tilde{y}_2}{\tilde{z}_2} = \frac{k_3(a_{13}a_{12} - a_{11}a_{23})}{A_{10}}, \quad (27)$$

С учетом (26), (27):

$$i_{o\sigma}_{z_1=0}(p) = \frac{k_2k_3 + k_{13}(m_2p^2 + k_2 + k_3)}{k_2k_{13} + k_3(m_1p^2 + k_1 + k_2 + k_{13})}. \quad (28)$$

При $p \rightarrow 0$ выражение (28) преобразуется к виду:

$$i_{o\sigma}_{z_1=0}(p) = \frac{k_2k_3 + k_{13}(k_2 + k_3)}{k_2k_{13} + k_3(k_1 + k_2 + k_{13})}, \quad (29)$$

а при $p \rightarrow \infty$ соответственно:

$$i_{o\sigma}_{z_1=0}(p) = \frac{k_{13}m_2}{k_3m_1}. \quad (30)$$

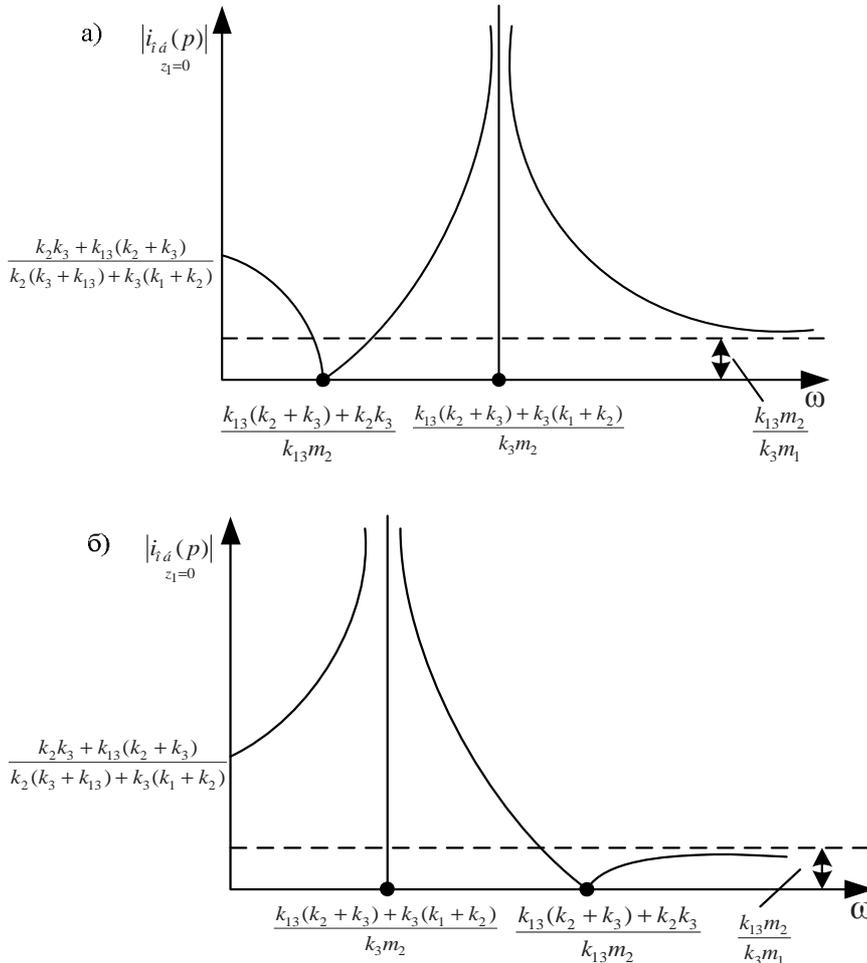


Рис. 5. Частотные характеристики передаточного отношения рычажных связей $i_{o\sigma}(p)$ при различных сочетаниях параметров в зависимости от частоты внешнего воздействия: а) режим динамического гашения в дорезонансной области; б) режим динамического гашения в резонансной области

Отметим, что при внешнем возмущении $z_2 \neq 0$ зависимость передаточного отношения $i_{o\sigma}(p)$ от частоты ω имеет вид, как показано на рис. 5.

В теоретическом плане интересно соотношение параметров, при котором режимы резонанса и динамического гашения совпадают. В этом случае из условия:

$$(k_2 + k_3)k_{13}^2 + k_{13}k_3(k_1 + k_2) = k_{13}k_3(k_2 + k_3) + k_2k_3^2 \quad (31)$$

могут быть найдены соотношения между жесткостями. Передаточное отношение $i_{об}(p)$ становится неопределенным и имеет вид $\frac{0}{0}$, что может быть разрешено на основе правила Лопиталья [7], в рамках которого в данной ситуации $i_{об}(p)$ будет иметь конечное значение, $z_1 = 0$, а рычажная связь будет соответствовать представлениям о виртуальном рычаге первого рода. Расположение зон, соответствующих определенным формам рычажных связей, можно определить из графиков на рис. 6 а, б, получаемых на основе зависимостей, приведенных на рис. 5.

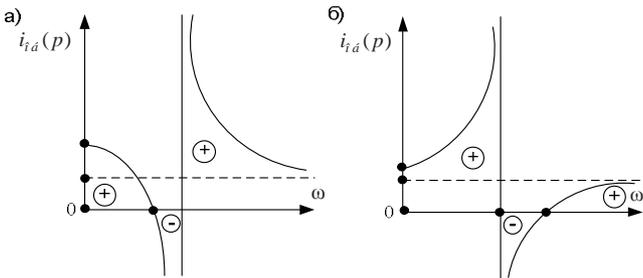


Рис. 6. Графики зависимостей передаточного отношения рычажной связи от частоты: а) режим динамического гашения колебаний в дорезонансной области; б) режим динамического гашения колебаний в зарезонансной области

На рис. 6 а, б показаны области частот внешнего возмущения, при которых проявляется рычажная связь, соответствующая рычагу 1-го рода (обозначено знаком (+)) и рычагу 2-го рода (знак (-)).

3. При суммарном действии двух силовых факторов ($z_1 = 0, z_2 = 0$) оценка параметров взаимодействия может быть проведена так же, как и ранее, на основе предположения, что $z_2 = \alpha z_1$, тогда:

$$i_{об}(p) = \frac{k_1(a_{23}a_{31} - a_{21}a_{33}) + k_3\alpha(a_{13}a_{12} - a_{11}a_{23})}{k_1(a_{22}a_{33} - a_{23}^2) + k_3\alpha(a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22})} = \frac{k_1k_3k_{13} + k_1k_2(m_3p^2 + k_3 + k_4 + k_{13}) + k_3\alpha[k_{13}k_2 + k_3(m_1p^2 + k_1 + k_2 + k_{13})]}{k_1a_{22}a_{33} - k_1k_3^2 + k_3k_3k_2\alpha + k_3k_{13}a_{22}} = \frac{p^2(m_3k_1k_2 + k_3^2\alpha m_1) + k_1k_3k_{13} + k_1k_2(k_3 + k_4) + k_3^2k_{13}\alpha + k_3(k_1 + k_2 + k_{13})}{a_{22}(k_1a_{33} - k_3k_{13}\alpha) - k_1k_3^2 + k_3^2k_2\alpha} \quad (32)$$

В этом случае график зависимости $i_{об}(p)$ от частоты будет иметь достаточно разнообразные формы, которые определяются не только соотношениями параметров системы $m_1, m_2, k_1 \div k_4, k_{13}$, но и значениями координат связи между внешними воздействиями a . На рис. 7 показаны возможные варианты расположения графиков зависимостей $|i_{об}(p)|$ от частоты ω .

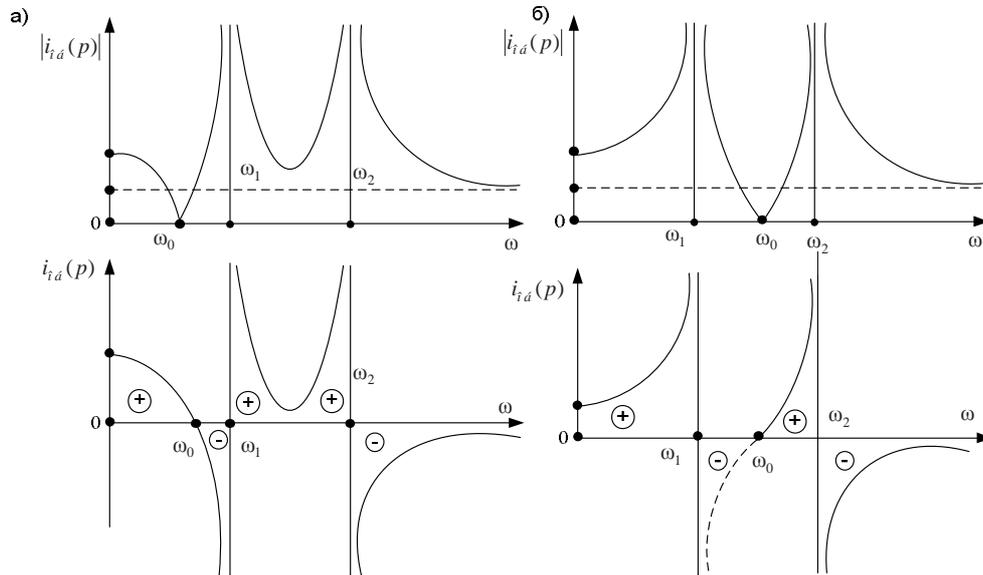


Рис. 7. Варианты расположения частотных зон, соответствующих определенным видам рычажных связей: а) динамическое гашение колебаний в дорезонансной зоне; б) динамическое гашение колебаний в межрезонансной зоне (знаки (+) и (-) соответствуют рычажным связям, характерным для рычагов 2-го и 1-го родов); ω_0 — частота динамической гашения

Динамические взаимодействия в механических колебательных системах различного назначения, в том числе и виброзащитных, могут проявляться через соотношения амплитуд колебаний по координатам связанных движений. Такие типы соотношений характерны для статических состояний, когда прикладываемые возмущения не являются периодическими, но их действие проявляется в установлении определенного распределения смещений по координатам. От-

ношения между смещениями координат зависят не только от конфигурации системы, но и от соотношения жесткостей.

Заключение

1. Предлагается обобщенный подход в оценке рычажных связей в механических колебательных системах, понимаемых как некоторые соотношения между двумя координатами в форме, характерной для взаимосвязей в рычагах 1-го и 2-го рода. По отношению к

системам поступательных колебательных движений также рычажные связи предлагается соотносить с виртуальными рычагами.

2. Показано, что передаточные отношения виртуальных рычагов зависят от параметров системы, которая может находиться как под действием статических, так и динамических возмущений силового и кинематического видов.

3. Разработана методика определения передаточных отношений виртуальных рычагов или рычажных связей на основе использования операторных соотношений в преобразованиях Лапласа.

4. Рассмотрены особенности передаточных отношений как универсальной формы, отражающей свойства рычажных взаимодействий в целом. Показано, что реализация рычажных связей соотносится с представлениями о выборе определенных частотных диапазонов, в которых доминирует определенная форма рычажной связи. Изменение частоты гармонического внешнего возмущения влияет на параметры передаточного отношения.

5. Показано, что существенное влияние на параметры рычажных связей имеют суммарные взаимодействия внешних факторов. Предложена методическая основа для оценки возможностей изменения динамических свойств путем выделения коэффициентов связей внешних воздействий. Практическая реализация такого рода управления динамическим состоянием может быть достигнута введением специального генератора возмущающих сил.

6. Представления о рычажных связях создают основу для определения форм совместных взаимосвязанных движений элементов в системах с несколькими степенями свободы и роли управляющих динамическим состоянием факторов, одним из которых является частота внешнего возмущения.

Литература

1. Белокобыльский С.В., Елисеев С.В. Обоснование и возможности метода определения динамических реакций в виброзащитных системах с объектом защиты в виде твердого тела. Приведенные массы в механических колебательных

системах с дополнительными инерционными связями // Системы. Методы. Технологии. 2013. № 2. 2013. С. 7-15.

2. Елисеев В.Б., Кашуба В.Б., Ситов И.С. Приведенная жесткость цепи обратной связи. Определение динамических реакций в механической колебательной системе // Системы. Методы. Технологии. 2013. № 2. С. 15-22.

3. Елисеев С.В., Московских А.О., Большаков Р.С., Савченко А.А. Возможности интеграции методов теории цепей и теории автоматического управления в задачах динамики машин [Электронный ресурс] // Technomag.edu.ru: Наука и образование: электрон. научно-техн. изд. 2012. № 6. URL. <http://technomag.edu.ru/doc/378699.html> (дата обращения: 10.06.2012).

4. Лурье А.И. Операционное исчисление и применение в технических приложениях. М.: Наука, 1959. 368 с.

5. Дружинский И.А. Механические цепи. М.: Машиностроение, 1977. 238 с.

6. Крейнин П.Г. Справочник по механизмам. М.: Машиностроение. 1986. 512 с.

7. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. М.: АСТ: Астрель, 2006. 991с.

References

1. Belokobyl'skii S.V., Eliseev S.V. Justification and possibilities of identification method of dynamical responses in vibroprotection systems with protection object as rigid body. Coerced masses in mechanical oscillation systems with additional inertial ties // Systems. Methods. Technologies. 2013. № 2. 2013. P. 7-15.

2. Eliseev V.B., Kashuba V.B., Sitov I.S. Coerced stiffness of feedback tie chain. Identification of dynamical responses in mechanical oscillation systems // Systems. Methods. Technologies. 2013. № 2. P. 15-22.

3. Eliseev S.V., Moskovskikh A.O., Bol'shakov R.S., Savchenko A.A. Possibilities of integration of methods of chains theory and automation control theory in tasks of machines dynamics [Elektronnyi resurs] // Technomag.edu.ru: Nauka i obrazovanie: elektron. nauchno-tekhn. izd. 2012. № 6. URL. <http://technomag.edu.ru/doc/378699.html> (data obrashcheniya: 10.06.2012).

4. Lur'e A.I. Operational calculus and the use in technical applications. M.: Nauka, 1959. 368 p.

5. Druzhinskii I.A. Mechanical chains. M.: Mashinostroenie, 1977. 238 p.

6. Kreinin P.G. Handbook on mechanisms. M.: Mashinostroenie. 1986. 512 p.

7. Vygodskii M.Ya. Handbook on higher mathematics Spravochnik po vysshei mateatike. M.: АСТ: Astrel', 2006. 991 p.