

УДК 621.01:621.891

## Обоснование энергетической концепции твердости при индентировании сферой\*

П.М. Огар<sup>a</sup>, В.А. Тарасов<sup>b</sup>, И.Б. Федоров<sup>c</sup>

Братский государственный университет, ул. Макаренко 40, Братск, Россия

<sup>a</sup>ogar@brstu.ru, <sup>b</sup>TV-post@yandex.ru, <sup>c</sup>fedorov-ib@mail.ru

Статья поступила 15.06.2014, принята 20.09.2014

Указано, что общепринятые способы расчетов твердости не отражают современного понимания этого свойства и не учитывают весь объем информации, получаемый при кинетическом индентировании. Приведены выражения, описывающие ветви нагружения и разгрузки в безразмерном виде, которые в дальнейшем используются для определения твердости. Для анализа разных методов определения твердости использованы опубликованные результаты конечно-элементного моделирования — выражения, определяющие зависимость относительной нагрузки  $P$  от относительного внедрения сферы, контактную глубину  $h_c$  для разных значений характеристик упругопластического тела Холломона. При этом учитывается значение величины коэффициента трения  $\mu$ . Приведены выражения для определения относительной твердости по Майеру, Бринеллю, Дрозду (пластическая твердость). Описан новый подход, основанный на удельной энергоёмкости пластического вытеснения материала, ограниченного уровнем исходной поверхности. Показано, что на твердость по Майеру и Бринеллю в значительной мере влияют эффекты «sink-in/pile-up» и величина коэффициента трения. На пластическую твердость указанные эффекты влияют в значительно меньшей мере. Однако пластическая твердость основана на предположении линейной зависимости для определенного диапазона между нагрузкой и глубиной восстановленного отпечатка, что делает ее постоянной для этого диапазона. Используя результаты конечно-элементного моделирования, авторы указывают на нелинейность пластической твердости, что может вносить определенные погрешности. Наиболее удобным методом определения твердости является энергетический подход, при котором погрешности минимальны. Энергетическая твердость практически не зависит от характеристик упрочняемого материала и определяется отношением  $\bar{P}/\bar{h}$ , умноженным на параметр  $C_p = 0,166..0,181$ .

**Ключевые слова:** сферический индентор, кинетическое индентирование, твердость по Майеру, твердость по Бринеллю, пластическая твердость, энергетическая твердость, работа пластического деформирования.

## Substantiation of energy concept of hardness under spherical indentation

P.M. Ogar<sup>a</sup>, V.A. Tarasov<sup>b</sup>, I.B. Fedorov<sup>c</sup>

Bratsk State University; 40, Makarenko St., Bratsk, Russia

<sup>a</sup>ogar@brstu.ru, <sup>b</sup>TV-post@yandex.ru, <sup>c</sup>fedorov-ib@mail.ru

Received 15.06.2014, accepted 20.09.2014

The article points out that the conventional methods of hardness calculations do not reflect modern understanding of the property and do not account for the entire amount of information obtained under kinetic indentation. The expressions have been presented to describe the loading and unloading branches in a dimensionless form, which are then used to determine the hardness. To analyze different methods for determining hardness, the results of finite element modeling have been used. They are the expressions that determine the dependence of the relative load  $P$  on the relative spherical penetration, the contact depth  $h_c$  for different values of the characteristics of Hollomon elasto-plastic body. This takes into account the value of the friction coefficient  $\mu$ . Expressions have been given to determine the relative Meyer hardness, Brinell hardness, and Drozd hardness (plastic hardness). A new approach based on the specific energy consumption of the material plastic displacement which is limited by the level of the original surface, has been described. It has been shown that Brinell and Meyer hardness are influenced greatly by the «sink-in / pile-up» effects and the value of the friction coefficient. These effects have less influence for plastic hardness. However, the plastic hardness is based on the assumption of linear relationship for the defined range between the load and the hardness penetration depth, making it constant in this range. By using the results of finite element modeling, the authors point to the nonlinearity of the plastic hardness, which can introduce some inaccuracy. The most convenient method to determine hardness is an energy approach, in which the inaccuracy is minimal. Energy hardness is almost independent on the characteristics of harden material and is defined by the ratio  $\bar{P}/\bar{h}$ , multiplied by a parameter  $C_p = 0,166..0,181$ .

\* Работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки по проекту № 1754

**Key words:** spherical indenter, kinetic indentation, Meyer hardness, Brinell hardness, plastic hardness, energy hardness, plastic work of deformation.

**Введение.** Общепринятые способы расчета твердости, основанные на уровне прилагаемой нагрузки и глубине индентирования (или диаметра отпечатка), не отражают современного понимания этого свойства и не учитывают весь объем информации, полученный при испытаниях [1]. Полученные числа твердости представляют конечный результат деформирования материала индентором при фиксированной стандартной нагрузке. Как следует из критериев оценки твердости [1], энергетический подход использовался только при определении твердости по Мартенсу и представляет собой отношение работы деформирования к объему восстановленного отпечатка. В ряде недавних работ [2 – 4] авторами предложен новый подход, основанный на отношении работы пластической деформации к объему вытесненного материала, т. е. к объему лунки, ограниченному уровнем исходной поверхности. В настоящей работе рассмотрим преимущества и недостатки разных методов определения твердости при индентировании сферы.

**Применение диаграммы кинетического индентирования.** В последнее время широко используется метод, основанный на непрерывной регистрации нагрузки и глубины внедрения индентора, предложенный С.И. Булычевым и В.П. Алехиным [5]. При использовании сферического индентора степень деформации переменна на всем этапе вдавливания, что дает большую информацию, чем при использовании остроконечных инденторов. Подробно диаграмма кинетического индентирования описана авторами в [4], ниже приведем основные выражения в безразмерном виде. Ветвь нагружения описывается уравнением:

$$\frac{P}{E^* R^2} = \bar{P} = C_1 \bar{h}^\alpha, \quad (1)$$

где  $E^*$  — приведенный модуль упругости;  $\bar{R}$  — радиус сферы;  $\bar{h} = h/R$  — относительная глубина внедрения;  $C_1, \alpha$  — константы.

Уравнение ветви разгрузки:

$$\bar{P}_e = \bar{P}_m \left( \frac{\bar{h}_e - \bar{h}_f}{\bar{h}_m - \bar{h}_f} \right)^m, \quad (2)$$

где  $\bar{P}_m = P_m / (E^* R^2)$ ,  $P_m$  — максимальное приложенное усилие;  $\bar{h}_e = h_e / R$  — текущее относительное внедрение при разгрузке;  $\bar{h}_f$  — относительная глубина остаточной лунки;  $m$  — экспонента кривой разгрузки, которая определяется из диаграммы кинетического индентирования [4] или расчетным путем [6, 7]

$$m = \frac{3 - c^2 \bar{h}_m}{2 - c^2 \bar{h}_m}, \quad (3)$$

где  $\bar{h}_m = h_m / R$ ;  $c^2 = h_c / h$ ;  $h_c$  — глубина, на которой происходит контакт индентора с материалом под нагрузкой  $P_m$ .

**Моделирование упругопластического внедрения сферы.** Для упругопластического контакта в работах [8 – 10] авторами использована методика определения  $\bar{h}$  на основе подобия деформационных характеристик, однако в данном случае ее применение затруднительно, так как зависимость  $P-h$  в явном виде не описывается. В этом случае удобно воспользоваться результатами конечно-элементного анализа [11 – 15 и др.] для оценки характеристик упрочняемого материала методом сферического индентирования. Решая обратную задачу, при известных свойствах упрочняемого материала можно определить величину внедрения сферы в зависимости от приложенной нагрузки. Так, например, по данным [16]:

$$\bar{P}(\epsilon_y, n, \bar{h}) = e^{-B} \bar{h}^A, \quad (4)$$

где  $A = A(\epsilon_y, n)$ ;  $B = B(\epsilon_y, n)$ ;  $\epsilon_y = \sigma_y / E^*$ ,  $\sigma_y$  — предел текучести;  $n$  — экспонента упрочнения. Следовательно, в выражении (1)  $C_1 = e^{-B}$ .

Важной величиной для определения твердости материала, является величина  $c^2 = h_e / h$ , которая определяется эффектами «sink-in/pile-up», т. е. упругим продавливанием материала и пластическим вытеснением материала вокруг отпечатка. Исследованию этих эффектов посвящены работы [16 – 22]. В этом плане отличаются работы [12, 23], в которых параметр  $c^2$  представлен в виде  $c^2 = c^2(\epsilon_y, n, \bar{h})$ , например, по данным [23]:

$$c^2(\epsilon_y, n, \bar{h}) = M^{\frac{2}{N}} (2\bar{h})^{\frac{2}{N}-1}, \quad (5)$$

где  $M = M(\epsilon_y, n)$ ,  $N = N(\epsilon_y, n)$ .

Значения параметров  $M(\epsilon_y, n)$  и  $N(\epsilon_y, n)$  определены конечно-элементным моделированием при значении коэффициента трения  $\mu = 0$ . Для других значений коэффициента трения следует использовать результаты работ [24, 25]:

$$c^2(\epsilon_y, n, \bar{h}, \mu) = 1 + (c^2(\epsilon_y, n, \bar{h}) - 1) \frac{F_\mu(\mu)}{F_\mu(0)}, \quad (6)$$

где:

$$F_\mu(\mu) = \begin{cases} 0,49 - 0,955\mu + 0,60\mu^2 + 3,855\mu^3 - 3,64\mu^4, & \mu \leq 0,29; \\ 0,3357 - 0,014\mu, & \mu > 0,29. \end{cases} \quad (7)$$

Без учета эффектов «sink-in/pile-up»  $c^2 = 1$ , т. е.  $h_c = h$ .

Относительный радиус  $\bar{a} = a/R$  площади контакта определяется выражением:

$$\bar{a}(\varepsilon_y, n, \bar{h}, \mu) = \sqrt{2\bar{h}_c(\varepsilon_y, n, \bar{h}, \mu) - \bar{h}_c^2(\varepsilon_y, n, \bar{h}, \mu)}, \quad (8)$$

где  $\bar{h}_c(\varepsilon_y, n, \bar{h}, \mu) = c^2(\varepsilon_y, n, \bar{h}, \mu) \cdot \bar{h}$

Площадь контакта:

$$A_c = \pi \bar{a}^2 R^2. \quad (9)$$

**Методы определения твердости материалов.** По методу инструментального индентирования Оливера–Фарра [26], закрепленного стандартом ISO 14577, твердость материала  $H$  вычисляется как отношение приложенной нагрузки  $P_m$  к площади проекции невосстановленного материала  $A_c$ :

$$H = \frac{P_m}{A_c}, \quad (10)$$

которая имеет физический смысл среднего контактного давления на площадке индентирования и идентична твердости по Майеру, т. е.  $H \equiv H_M$ .

С учетом выражений (1) и (9) имеем:

$$\frac{H_M}{E^*} = \frac{C_1 \bar{h}^\alpha}{\pi \bar{a}^2}. \quad (11)$$

Таким образом, твердость по Майеру зависит от радиуса площадки контакта, который определяется эффектом «sink-in/pile-up» и величиной коэффициента трения, которые невозможно определить при кинетическом индентировании. Как указано в работе [27], ошибка при определении  $H_M$  без учета образования навала вокруг отпечатка может достигать 60 %.

По способу Бринелля в лунке оценивается среднее напряжение путем деления нагрузки  $P$  на площадь шарового сегмента  $A_B$ , соответствующего диаметру лунки  $d = 2a$ :

$$H_B = \frac{P}{A_B}, \quad (12)$$

где  $A_B = 2\pi R h$ ,  $h$  — глубина невосстановленной лунки [28], т. е. глубина лунки, когда шар находится под нагрузкой. Исходя из схемы вдавливания шара [28, рис. 1], при определении твердости по Бринеллю не учитываются эффекты «sink-in/pile-up». Величина твердости по Бринеллю определяется выражением:

$$H_B = \frac{2P}{\pi D(D - \sqrt{D^2 - d^2})} = \frac{P}{2\pi R^2(1 - \sqrt{1 - \bar{a}^2})}, \quad (13)$$

где  $D = 2R$ .

С учетом выражений (1) и (9):

$$\frac{H_B}{E^*} = \frac{C_1 \bar{h}^\alpha}{2\pi(1 - \sqrt{1 - \bar{a}^2})}, \quad (14)$$

$$\frac{H_B}{H_M} = \frac{\bar{a}^2}{2(1 - \sqrt{1 - \bar{a}^2})}. \quad (15)$$

Характеристика твердости по Бринеллю не имеет физического смысла. Однако для конструкционных углеродистых и легированных сталей, имеющих структуру перлитного типа, твердость по Бринеллю приобретает физический смысл, так как для этих сталей  $H_B$  практически совпадает с  $H_{\max}$ , чем и можно объяснить ее широкое применение [18].

Для учета эффектов «sink-in/pile-up» необходимо использовать выражение (8). Подставляя выражение (8) в (14), получим выражение:

$$\frac{H_B(\varepsilon_y, n, \bar{h}, \mu)}{E} = \frac{C_1 \bar{h}^{\alpha-1}}{2\pi c^2(\varepsilon_y, n, \bar{h}, \mu)}, \quad (16)$$

из которого следует, что на твердость по Бринеллю влияют эффекты «sink-in/pile-up», и величина коэффициента трения влияет в той же мере, что и на  $H_m$ .

Пластическая твердость  $H_D$  как характеристика, определяющая сопротивление материала упругопластической деформации, основывается на предположении линейной зависимости между нагрузкой  $P$  и глубиной восстановленного отпечатка  $h_f$  для  $h/R \leq 0,14$  [29]. В этом случае пластическая твердость может быть определена методом двукратного вдавливания [29, 30]:

$$H_D = \frac{P_2 - P_1}{2\pi R(h_{f2} - h_{f1})}, \quad (17)$$

где  $h_{fi}$  — остаточная глубина лунки при нагрузке  $P_i$ .

При известной величине твердости глубина отпечатка может быть вычислена по формуле:

$$h_f = \frac{P}{\pi R H_D}. \quad (18)$$

На нелинейность зависимости остаточного внедрения  $h_f$  от силы вдавливания  $P$  указано в работе [31], где соотношение между ними можно аппроксимировать функцией:

$$P = P_0 + ch_f^r, \quad (19)$$

где  $C$  — коэффициент, аналогичный  $E^* R^{2-r} C_{1,r}$  — показатель, учитывающий нелинейность. В то же время в [31] указывается, что для практических целей без ущерба для точности можно считать  $r = 1$ .

Предположим, что в общем случае зависимость между нагрузкой и величиной внедрения описывается уравнением (1). Глубина остаточной лунки:

$$h_f = h - \omega_0, \quad (20)$$

где  $\omega_0$  — упругое восстановление центра отпечатка.

По данным [8]:

$$\omega_0 = \frac{PK_\alpha}{\pi E^* a}, \quad (21)$$

где:

$$K_\alpha = 2^{2\alpha-1} \alpha B(\alpha, \alpha), \quad (22)$$

$B(\alpha, \alpha)$  — бета-функция.

В этом случае пластическая твердость определяется выражением:

$$H_D = \frac{1}{2\pi R} \frac{dP}{dh_f} = \frac{1}{2\pi R} \frac{dP}{dh}. \quad (23)$$

С учетом выражений (1), (4), (5) и того, что  $a = \sqrt{2Rc^2h}$ , из (23) следует:

$$\frac{H_D}{E^*} = \frac{1}{2\pi} \frac{\alpha C_1 \bar{h}^{\alpha-1}}{1 - (\alpha - N^{-1}) C_1 K_\alpha \bar{h}^{\alpha-1}} \cdot \frac{1}{\pi \sqrt{2c^2h}}. \quad (24)$$

Учитывая, что  $C_1(\epsilon_y, n) = e^{-B(\epsilon_y, n)}$ , имеем:

$$\frac{H_D(\epsilon_y, n, \bar{h}, \mu)}{E^*} = \frac{1}{2\pi} \frac{\alpha(\epsilon_y, n) \bar{P}}{h - K_\alpha(\epsilon_y, n) [\alpha(\epsilon_y, n) - (N(\epsilon_y, n))^{-1}] \bar{P}} \cdot \frac{1}{\pi \sqrt{c^2(\epsilon_y, n, \bar{h}, \mu) \cdot \bar{h}}}. \quad (25)$$

Как следует из выражения (25), эффекты «sink-in/pile-up» и коэффициент трения оказывают влияние на величину  $H_D$  в значительно меньшей степени, чем на  $H_M$  и  $H_B$ .

В работе [4] предложена энергетическая концепция твердости, согласно которой твердость равна удельной энергии пластической деформации, т. е. отношению работы пластической деформации к объему лунки, ограниченному уровнем исходной поверхности. При этом энергетическая твердость представлена в виде, удобном для использования диаграммы кинетического индентирования:

$$\frac{H_E(\epsilon_y, n, \bar{h})}{E^*} = C_P(\epsilon_y, n, \bar{h}) \frac{\bar{P}}{h}, \quad (26)$$

где:

$$C_P(\epsilon_y, n, \bar{h}) = \frac{\bar{h}^2}{V(\epsilon_y, n, \bar{h})} \left[ \frac{1}{1 + \alpha(\epsilon_y, n)} - \frac{1 - \bar{h}_f(\epsilon_y, n, \bar{h})}{m(\epsilon_y, n, \bar{h}) + 1} \right]. \quad (27)$$

Как показали исследования, для конструкционных материалов, используемых в машиностроении, значения  $C_P = 0,166...0,181$  [4]. С относительной погрешностью не более 4 % выражение (27) для  $\bar{h} = 0,05...0,4$  можно аппроксимировать выражением:

$$C_P(\epsilon_y, n, \bar{h}) = 0,1169 + 0,030 \cdot \bar{h}. \quad (28)$$

Как следует из выражений (26) – (28), энергетическая твердость практически не зависит от величины коэффициента трения, так как, согласно результатам работ [32, 33], глубина внедрения  $h$  не зависит от коэффициента трения. Следовательно, объем вытесненного материала от уровня исходной поверхности также не зависит от величины коэффициента трения.

Зависимость между  $H_D$  и  $H_E$  можно определить, используя выражение (20). В результате получим:

$$\frac{H_D(\epsilon_y, n, \bar{h})}{E^*} = \left( \frac{2\pi C_P(\bar{h}) E^*}{H_E(\epsilon_y, n, \bar{h})} - \frac{2K_\alpha(\epsilon_y, n)}{\bar{a}} \right)^{-1}, \quad (29)$$

где  $\bar{a}$  определяется выражением (8).

### Заключение

1. Расчеты твердости по Майеру по выражению (11) показали, что без учета образования навала вокруг отпечатка для пластичных материалов ошибка может достигать 60 %. Без учета коэффициента трения ошибка может достичь 20 %.

2. Погрешности того же порядка возможны также при определении твердости по Бринелю. Как следует из выражения (15) при  $a/R = 0,2...0,3$  отношение  $H_B/H_M = 0,99...0,98$ .

3. Результаты расчетов пластической твердости по выражению (25) свидетельствуют, что эффекты «sink-in/pile-up» и коэффициент трения оказывают влияние в значительно меньшей мере, чем на  $H_M$  и  $H_B$ , так как правая часть знаменателя уравнений (24) и (25) значительно меньше левой части.

4. Энергетическая твердость – как удельная энергоемкость пластического вытеснения материала от уровня исходной поверхности, не зависит от эффектов «sink-in/pile-up» и величины коэффициента трения. Простота определения при использовании кинетического индентирования предполагает ее широкое практическое применение.

### Литература

1. Мошенок В.И. Современная классификация методов определения твердости // Автомобильный транспорт: сб. науч. тр. Харьков: ХНАДУ, 2010. Вып. 25 С. 129-132.
2. Огар П.М., Тарасов В.А., Турченко А.В., Федоров И.Б. Удельная энергоемкость пластического вытеснения материала при сферическом индентировании // Труды Братского государственного университета. Серия Естественные и инженерные науки. 2012. Т. 3. С. 19-27.
3. Огар П.М., Тарасов В.А., Федоров И.Б. Энергетический подход к определению твердости материалов при индентировании сферой // Механика XXI века. 2013. № 12. С. 66-70.
4. Огар П.М., Тарасов В.А., Федоров И.Б. Энергетическая концепция твердости при кинетическом индентировании сферой // Системы. Методы. Технологии. 2014. № 2 (22). С. 36-41.
5. Булычев С.И., Алехин В.П. Испытания материалов непрерывным вдавливанием индентора. М.: Машиностроение,



1990. 224 с.

6. Огар П.М., Тарасов В.А., Турченко А.В. Описание взаимодействия жесткой сферы с упругопластическим полупространством // Труды Братского государственного университета. Сер. Естественные и инженерные науки. 2012. Т. 1. С. 163-169.

7. Турченко А.В. Определение показателя степени кривой разгрузки при кинетическом индентировании // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2012. № 3. С. 17-20.

8. Огар П.М., Тарасов В.А., Турченко А.В. Развитие инженерных расчетов характеристик контакта жесткой сферы с упругопластическим полупространством // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2012. № 1. С. 80-87.

9. Огар П.М., Тарасов В.А., Турченко А.В. Трибомеханика упругопластического контакта // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2013. № 2. С. 116-122.

10. Ogar P.M. Tarasov V.A. Kinetic indentation application to determine contact characteristics of sphere and elastoplastic half-space // *Advanced Materials Research*. 2013. Vol. 664. P. 625-631.

11. Cao Y.P., Lu J. A new method to extract the plastic properties of metal materials from an instrumented spherical indentation loading curve // *Acta Materialia*. 2004. Vol. 52. P. 4023-4032.

12. Lee H., Lee J.H., Pharr G.M. A numerical approach to spherical indentation techniques for material property evaluation // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2005. Vol. 53. P. 2037-2069.

13. Cui H., Chen H., Chen J., Huand C., Wu C. FEA of evaluating material yield strength, and strain hardening exponent using a spherical indentation // *Acta metallurgica sinica*. 2009. Vol. 45. P. 189-194.

14. Cui H., Chen H., Chen J., Huand C., Wu C. Behavior of pile-up and sinking-in around spherical indentation and its effect on hardness determination // *Chinese journal of materials research*. 2009. Vol. 23, № 1. P. 54-58.

15. Collin JM, Mauvoisin G, Pilvin P. Materials characterization by instrumented indentation using two different approaches // *Materials and Design*. 2010. Vol. 32. P. 636-640.

16. Norbury A., Samuel T. The recovery and sinking-in or piling-up of material in the Brinell test, and the effect of these factors on the correlation of the Brinell with certain other hardness tests // *Journal of the Iron Steel Institute*. 1928. Vol. 117. P. 673-687.

17. Matthews J. R. Indentation Hardness and Hot Pressing // *Acta Materialia*. 1980. Vol. 28. P. 311-318.

18. Hill R., Storakers B., Zdunek A.B. Atheoretical study of the Brinell hardness test // *Proceedings of the Royal Society of London*. 1989. Vol. A, № 423. P. 301-330.

19. Taljat B., Zacharias T., Kosel T. New analytical procedure to determine stress-strain curve from spherical indentation data // *International Journal of Solids and Structures*. 1998. Vol. 35. P. 4411-4426.

20. Alcalá J., Barone A.C., Anglada M. The Influence of Plastic Hardening on Surface Deformation Modes Around Vickers and Spherical Indents // *Acta Materialia*. 2000. Vol. 48. P. 3451-3464.

21. Kucharski S., Mroz Z. Indentation of plastic hardening parameters of metals from spherical indentation tests // *Materials Science and Engineering A*. 2001. № 318. P. 65-76.

22. Taljat B., Pharr G.M. Development of pile-up during spherical indentation of elastic-plastic solids // *International Journal of Solids and Structures*. 2004. № 41. P. 3891-3904.

23. Hernot X., Bartier O., Bekouche Y., Mauvoisin G., El Abdi R. Influence of penetration depth and mechanical properties on contact radius determination for spherical indentation // *International Journal of Solids and Structures*. 2006. № 43. P. 4136-4153.

24. Огар П.М., Тарасов В.А., Горохов Д.Б. Учет трения при упругопластическом внедрении сферической неровности // *Современные технологии. Системный анализ. Моделирование*. 2014. № 2 (42). С. 37-44.

25. Тарасов В.А., Горохов Д.Б., Турченко А.В. Роль трения при упругопластическом внедрении сферы // Труды Братского государственного университета. Сер. Естественные и инженерные науки. 2014. Т. 1. С. 174-182.

26. Oliver W.C., Pharr G.M. An Improved Technique for Determining Hardness and Elastic Modulus using Load and Displacement Sensing Indentation Experiments // *Journal of Materials Research*. 1992. Vol. 7, № 6. P. 1564-1583.

27. Oliver W.C., Pharr G.M. Measurement of hardness and elastic modulus by instrumented indentation: Advanced in understanding and refinements to methodology // *Journal of Materials Research*. 2004. Vol. 19, № 1. P. 3-20.

28. Марковец М.П. Определение механических свойств материалов по твердости. М.: Машиностроение, 1979. 191 с.

29. Дрозд М.С., Матлин М.М., Сидякин Ю.И. Инженерные расчёты упругопластической контактной деформации. М.: Машиностроение, 1986. 224 с.

30. ГОСТ 18835-73. Металлы. Метод измерения пластической твёрдости. М.: Изд-во. Стандартов, 1973.

31. Ковалев А.П. Основные закономерности вдавливания сферического индентора и оценка физико механических свойств поверхностного слоя деталей // Упрочняющие технологии и покрытия. 2007. № 1. С. 36-41.

32. Guo W.C., Rauchs G., Zhang W.H., Ponthot J.P. Influence of friction in material characterization in microindentation measurement // *Journal of Computational and Applied Mathematics*. 2010. Vol. 234. P. 2183-2192.

33. Болотов А.Н., Суягин О.В., Васильев М.В. Исследование упругопластических контактных деформаций металлов применительно к процессам фрикционного взаимодействия // *Известия Самарского научного центра Российской академии наук*. 2011. Т. 13. № 4 (3). С. 977-981.

#### References

1. Moshchenok V.I. Modern classification of hardness measurement techniques // *Avtomobil'nyi transport: sb. nauch. tr. Khar'kov: KhNADU*, 2010. Vyp. 25 P. 129-132.

2. Ogar P.M., Tarasov V.A., Turchenko A.V., Fedorov I.B. Specific power intensity of plastic displacement of the material under spherical indentation // *Trudy Bratskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya Estestvennye i inzhenernye nauki*. 2012. Т. 3. P. 19-27.

3. Ogar P.M., Tarasov V.A., Fedorov I.B. Power approach to determination of materials hardness by spherical indentation // *Mekhaniki XXI veku*. 2013. № 12. P. 66-70.

4. Ogar P.M., Tarasov V.A., Fedorov I.B. Power concept of hardness under the kinetic sphere indentation // *Sistemy. Metody. Tekhnologii*. 2014. № 2 (22). P. 36-41.

5. Bulychev S.I., Alekhin V.P. Testing of materials by continuous depression of an indenter. М.: Mashinostroenie, 1990. 224 p.

6. Ogar P.M., Tarasov V.A., Turchenko A.V. Description of the interaction of a hard sphere with elastoplastic half-space // *Trudy Bratskogo gosudarstvennogo universiteta. Ser. Estestvennye i inzhenernye nauki*. 2012. Т. 1. P. 163-169.

7. Turchenko A.V. Determination of unloading curve exponent under kinetic indentation // *Sovremennye tekhnologii. Sistemnyi analiz. Modelirovanie*. 2012. № 3. P. 17-20.
8. Ogar P.M., Tarasov V.A., Turchenko A.V. Elaboration of engineering calculation for contact characteristics of a rigid sphere and elastoplastic half-space // *Sovremennye tekhnologii. Sistemnyi analiz. Modelirovanie*. 2012. № 1. P. 80-87.
9. Ogar P.M., Tarasov V.A., Turchenko A.V. Tribomechanics of elastoplastic contact // *Sovremennye tekhnologii. Sistemnyi analiz. Modelirovanie*. 2013. № 2. P. 116-122.
10. Ogar P.M., Tarasov V.A. Kinetic indentation application to determine contact characteristics of sphere and elastoplastic half-space // *Advanced Materials Research*. 2013. Vol. 664. P. 625-631.
11. Cao Y.P., Lu J. A new method to extract the plastic properties of metal materials from an instrumented spherical indentation loading curve // *Acta Materialia*. 2004. Vol. 52. P. 4023-4032.
12. Lee H., Lee J.H., Pharr G.M. A numerical approach to spherical indentation techniques for material property evaluation // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2005. Vol. 53. P. 2037-2069.
13. Cui H., Chen H., Chen J., Huand C., Wu C. FEA of evaluating material yield strength, and strain hardening exponent using a spherical indentation // *Acta metallurgica sinica*. 2009. Vol. 45. P. 189-194.
14. Cui H., Chen H., Chen J., Huand C., Wu C. Behavior of pile-up and sinking-in around spherical indentation and its effect on hardness determination // *Chinese journal of materials research*. 2009. Vol. 23, № 1. P. 54-58.
15. Collin JM, Mauvoisin G, Pilvin P. Materials characterization by instrumented indentation using two different approaches // *Materials and Design*. 2010. Vol. 32. P. 636-640.
16. Norbury A., Samuel T. The recovery and sinking-in or piling-up of material in the Brinell test, and the effect of these factors on the correlation of the Brinell with certain other hardness tests // *Journal of the Iron Steel Institute*. 1928. Vol. 117. P. 673-687.
17. Matthews J. R. Indentation Hardness and Hot Pressing // *Acta Materialia*. 1980. Vol. 28. P. 311-318.
18. Hill R., Storakers B., Zdunek A.B. Atheoretical study of the Brinell hardness test // *Proceedings of the Royal Society of London*. 1989. Vol. A, № 423. P. 301-330.
19. Taljat B., Zacharias T., Kosel T. New analytical procedure to determine stress-strain curve from spherical indentation data // *International Journal of Solids and Structures*. 1998. Vol. 35. P. 4411-4426.
20. Alcalá J., Barone A.C., Anglada M. The Influence of Plastic Hardening on Surface Deformation Modes Around Vickers and Spherical Indents // *Acta Materialia*. 2000. Vol. 48. P. 3451-3464.
21. Kucharski S., Mroz Z. Indentation of plastic hardening parameters of metals from spherical indentation tests // *Materials Science and Engineering A*. 2001. № 318. P. 65-76.
22. Taljat B., Pharr G.M. Development of pile-up during spherical indentation of elastic-plastic solids // *International Journal of Solids and Structures*. 2004. № 41. P. 3891-3904.
23. Hernot X., Bartier O., Bekouche Y., Mauvoisin G., El Abdi R. Influence of penetration depth and mechanical properties on contact radius determination for spherical indentation // *International Journal of Solids and Structures*. 2006. № 43. P. 4136-4153.
24. Ogar P.M., Tarasov V.A., Gorokhov D.B. Accounting friction for elastoplastic indentation by spherical asperity // *Sovremennye tekhnologii. Sistemnyi analiz. Modelirovanie*. 2014. № 2 (42). P. 37-44.
25. Tarasov V.A., Gorokhov D.B., Turchenko A.V. The role of friction under elastoplastic implementation of the sphere // *Trudy Bratskogo gosudarstvennogo universiteta. Ser. Estestvennye i inzhenernye nauki*. 2014. T. 1. P. 174-182.
26. Oliver W.C., Pharr G.M. An Improved Technique for Determining Hardness and Elastic Modulus using Load and Displacement Sensing Indentation Experiments // *Journal of Materials Research*. 1992. Vol. 7, № 6. P. 1564-1583.
27. Oliver W.C., Pharr G.M. Measurement of hardness and elastic modulus by instrumented indentation: Advanced in understanding and refinements to methodology // *Journal of Materials Research*. 2004. Vol. 19, № 1. P. 3-20.
28. Markovets M.P. Determining metal mechanical properties by their hardness. M.: Mashinostroenie, 1979. 191 p.
29. Drozd M.S., Matlin M.M., Sidyakin Yu.I. Engineering calculations of elastoplastic contact deformation. M.: Mashinostroenie, 1986. 224 p.
30. GOST 18835-73. Metals. Method of measuring of the plastic hardness. M.: Izd-vo. Standartov, 1973.
31. Kovalev A.P. Basic laws of the indentation of a spherical indenter and evaluation of physical and mechanical properties of the surface layer of parts // *Uprochnyayushchie tekhnologii i pokrytiya*. 2007. № 1. P. 36-41.
32. Guo W.C., Rauchs G., Zhang W.H., Ponthot J.P. Influence of friction in material characterization in microindentation measurement // *Journal of Computational and Applied Mathematics*. 2010. Vol. 234. P. 2183-2192.
33. Bolotov A.N., Sutyagin O.V., Vasil'ev M.V. The study of elastoplastic contact deformation of the metal in relation to the processes of frictional interaction // *Izvestiya Samarskogo nauchnogo tsentra Rossiiskoi akademii nauk*. 2011. T. 13. № 4 (3). P. 977-981.