

УДК 621.752

Вертикальная динамика вагона с учетом неровностей колеи

А.А. Ахмадеева^a, В.Е. Гозбенко^b, С.К. Каргапольцев^c

Иркутский государственный университет путей сообщения, ул. Чернышевского 15, Иркутск, Россия

^aaxalla@bk.ru, ^bvgozbenko@yandex.ru, ^ckck@irgups.ru

Статья поступила 7.06.2014, принята 20.08.2014

Рассматривается вертикальная динамика вагона для обеспечения безопасности движения поездов, надежности работы вагонов и пути. Принято, что динамическая модель вагона имеет пять степеней свободы. Сложный колебательный процесс разделен на отдельные составляющие: вертикальные, поперечные и продольные горизонтальные. При этом принято во внимание, что обрессоренная масса вагона может совершать также и угловые колебания. Предварительно были составлены выражения для потенциальной и кинетической энергии, затем с помощью уравнений Лагранжа второго рода – уравнения движения механической системы. Так как в динамике подвижного состава одной из наиболее важных проблем является исследование вынужденных колебаний железнодорожных экипажей, вызванных неровностями рельсовых нитей, в качестве кинематического воздействия на тележки были использованы формулы профессора Н.Н. Кудрявцева. В составляемой модели два колеса вагонной тележки будем рассматривать как одно, тогда эквивалентное возмущение является усредненным значением возмущений, передаваемых на каждое колесо. То есть, галопированием тележек можно пренебречь. Изолированные возмущения определены, используя рассуждения о времени прохождения колес над неровностью пути. Полученные дифференциальные уравнения достаточно сложны для аналитического решения. Поэтому для нахождения решений использовался математический пакет программ MathCAD, который предоставляет набор встроенных функций по численному решению дифференциальных уравнений. В качестве входных данных приняты массоинерционные характеристики и геометрические размеры полувагона модели 12-132. Скорость движения вагона и длина неровности варьировались в достаточно широком диапазоне. В результате численного моделирования получены графики зависимостей линейных и угловых колебаний от длины неровности. Получено, что амплитуда колебаний изменяется в определенных пределах от 0 до 0,007 (вертикальные колебания) и от -10^{-4} до $+10^{-4}$ рад. (при скорости 20 м/с и длине неровности 25 м).

Ключевые слова: динамика, динамическая модель, колебания, вагон, тележка, кузов, неровности пути, модель неровности, колесо, рельс, возмущения, уравнения движения, жесткость, демпфирование.

Vertical dynamics of the railway car with a gauge irregularity being taken into account

А.А. Akhmadeeva^a, V.E. Gozbenko^b, S.K. Kargapolcev^c

Irkutsk State Transport University, Chernyshevski st., 15, Irkutsk, Russia

^aaxalla@bk.ru, ^bvgozbenko@yandex.ru, ^ckck@irgups.ru

Received 7.06.2014, accepted 20.08.2014

The article considers vertical dynamics of a railway car to ensure the safety of train movements, reliability of reliability of cars and railway track. It is assumed that the dynamic model of the car has five degrees of freedom. Complex oscillatory process is divided into separate components: vertical, transverse and longitudinal horizontal. At the same time it has been taken into account that the car spring-suspended weight can also make angular fluctuations. Firstly, expressions for potential and kinetic energy have been formulated and thereafter the equations of mechanical system motions have been set up by using the Lagrange's equations of the second kind. Since one of the most important issues of the rolling stock dynamics is studying forced railway vehicles oscillations caused by irregularities of rails, so professor N.N. Kudryavtsev's formula has been used as kinematic effects on carts. In the model, two bogie wheels are considered as one, then the equivalent disturbance becomes averaged value for disturbances transmitted to each wheel. In other words, galloping bogies can be neglected. Isolated disturbances have been defined by using the time for wheels passing above the track irregularity. The differential equations received are quite complex for analytical solutions. Therefore, to find solutions, the MathCAD mathematical software package with a set of built-in functions on the numerical solution of differential equations has been used. As input data, baricentric parameters and geometrical dimension of an open box car (model 12-132) have been taken. Railway car motion speed and irregularity length has been varied within a wide range. As a result of numerical simulation, dependency diagrams for linear and angular fluctuations and irregularity length have been received. It has been found that the oscillation amplitude is changed in a certain range from 0 to 0.007 (vertical oscillations) and from $+10^{-4}$ to -10^{-4} (for a speed of 20 m/s and irregularity length of 25 m).

Keywords: dynamics, dynamic model, oscillations, railway car, bogie, car body, irregularities of rails, model of irregularity of rails, wheel, rail, disturbance, motion equations, stiffness, damping.

Введение. Изучение процессов взаимодействия вагонов и железнодорожного пути представляет собой сложную для исследования задачу [1, 2]. Результаты исследований их взаимодействия необходимы для создания надежных и долговечных конструкций вагонов и

пути, определения норм их устройства, правил ремонта и технического содержания [3].

Обеспечение безопасности движения поездов [4], надежности работы вагонного парка и железнодорожного пути при условии максимальной производительности

ности, минимальных затрат труда и энергетических ресурсов не может быть успешно осуществлено без знания процессов взаимодействия подвижного состава и инфраструктуры [5, 6], которые в конечном итоге сводятся к взаимосвязанным случайным колебаниям различных элементов вагонов и пути. В результате чего могут возникнуть значительные остаточные деформации пути, потеря устойчивости вагонов на рельсах, усталостные или хрупкие поломки отдельных элементов и деталей.

Исследования плоских и пространственных колебаний вагонов [7 – 11] при движении их по детерминированным неровностям пути [12] являются научной базой рационального конструирования и эксплуатации вагонного парка и железнодорожного пути, а также средством интенсификации их использования, повышения пропускной и провозной способности железнодорожных линий, обеспечения безопасности движения поездов с точки зрения устойчивости колеса на рельсе и устойчивости от поперечного опрокидывания кузова вагона при движении по кривым участкам пути.

В реальных условиях рельсы и колеса имеют неровности на поверхности качения, а также другие технологические особенности, в результате чего в элементах железнодорожного пути и подвижного состава возникают колебания.

Одной из наиболее важных проблем в динамике подвижного состава является исследование вынужденных колебаний железнодорожных экипажей [13 – 15], вызванных неровностями рельсовых нитей.

При изучении процессов взаимодействия подвижного состава и железнодорожного пути исследуются колебания вагонов, пути и динамические силы, развивающиеся в единой динамической системе «вагон – путь». Для теоретического исследования колебаний такого вида принято строить расчетные схемы и модели, в которых данный сложный колебательный процесс разделен на отдельные составляющие: вертикальные, поперечные и продольные горизонтальные. При этом следует принимать во внимание, что обрессоренная масса вагона может совершать также и угловые колебания [9].

Построение математической модели. Рассмотрим механическую схему вагона (рис. 1. На рис 1 а приведена правая рельсовая нить по ходу движения, на рис 1 б – левая рельсовая нить и левая сторона подвески. Точки B_1 - B_4 – точки крепления подвесок), состоящую из кузова и тележек. Примем, что кузов вагона и тележки совершают вертикальные и угловые колебания (подпрыгивание, галопирование и боковая качка).

При рассмотрении динамической модели грузового вагона вертикальные неровности примем в виде детерминированного периодического возмущения с периодом, равным удвоенной длине неровности. В частности этот закон может быть принят в виде (модель неровности Н.Н. Кудрявцева):

$$f_1(t) = |A_1 \sin \omega t + A_2 \sin 3\omega t|,$$

для правого рельса;

$$f_2(t) = |A_3 \sin \omega_1 t + A_4 \sin 3\omega_1 t|,$$

для левого рельса,

где $\omega = \frac{\pi v}{l_1}$, $\omega_1 = \frac{\pi v}{l_2}$ ($2l_1$ и $2l_2$ – длина неровности, v – скорость вагона), коэффициенты A_1 , A_2 , A_3 и A_4 выбираются в зависимости от типа и состояния пути.

В составляемой модели два колеса вагонной тележки будем рассматривать как одно, тогда эквивалентное возмущение является усредненным значением возмущений, передаваемых на каждое колесо, то есть галопированием тележек можно пренебречь.

Изолированные возмущения, как показано на рис. 1, можно определить, используя следующие рассуждения. Второе колесо проходит ту же точку неровности пути, которую в момент времени t проходит первое колесо в момент времени $t_2 = t + \frac{L_{21} + L_{22}}{v}$. Таким образом:

$$z_{k1} = f_1(t), \quad z_{k2} = f_1\left(t + \frac{L_{21} + L_{22}}{v}\right). \quad (1)$$

Третье колесо будет проходить ту же точку неровности в момент времени

$$t_3 = t + \frac{(L_1 + L_2) + (L_{21} - L_{31})}{v}, \quad \text{а четвертое – в момент}$$

$$t_4 = t + \frac{(L_1 + L_2) - (L_{21} + L_{32})}{v}.$$

Аналогичные выражения можно записать для пятого – восьмого колес.

Окончательно получим:

$$\begin{cases} z_{k3} = f_1\left(t + \frac{(L_1 + L_2) + (L_{21} - L_{31})}{v}\right), \\ z_{k4} = f_1\left(t + \frac{(L_1 + L_2) + (L_{21} + L_{32})}{v}\right), \\ z_{k5} = f_2(t), \\ z_{k6} = f_2\left(t + \frac{L_{21} + L_{22}}{v}\right), \\ z_{k7} = f_2\left(t + \frac{(L_1 + L_2) + (L_{21} - L_{31})}{v}\right), \\ z_{k8} = f_2\left(t + \frac{(L_1 + L_2) + (L_{21} + L_{32})}{v}\right). \end{cases} \quad (2)$$

Эквивалентные возмущения для тележек зададим в виде:

$$\eta_1 = \frac{z_{k1} + z_{k2}}{2}, \quad \eta_2 = \frac{z_{k3} + z_{k4}}{2}, \quad \eta_3 = \frac{z_{k5} + z_{k6}}{2},$$

$$\eta_4 = \frac{z_{k7} + z_{k8}}{2}. \quad (3)$$

В связи с этим тележки будут совершать только вертикальные (подпрыгивание) колебания.

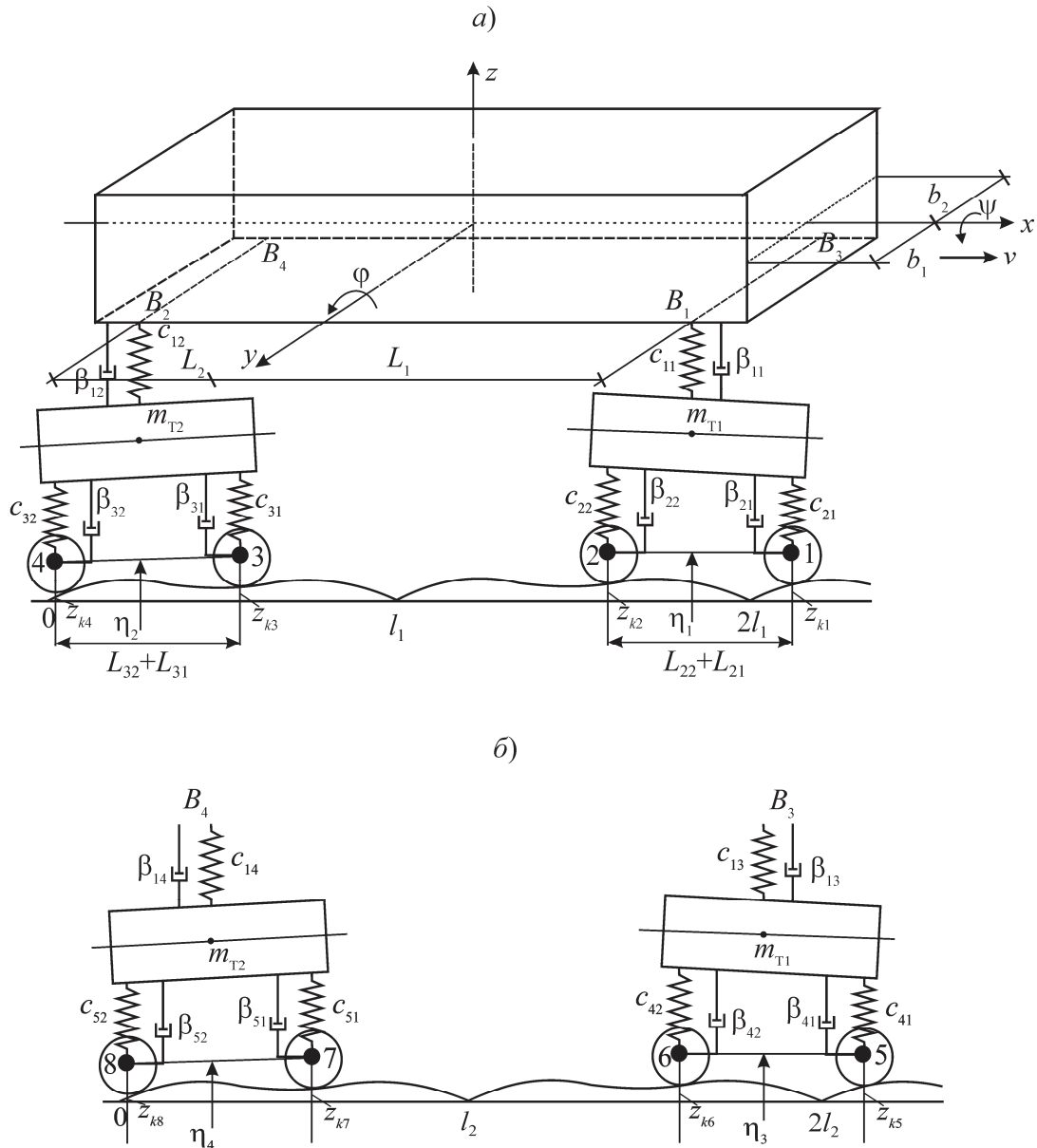


Рис. 1. Схема вагона

В соответствии с (3) имеем:

$$\begin{aligned} \dot{\eta}_1 &= \frac{\dot{z}_{k1} + \dot{z}_{k2}}{2}, \quad \dot{\eta}_2 = \frac{\dot{z}_{k3} + \dot{z}_{k4}}{2}, \quad \dot{\eta}_3 = \frac{\dot{z}_{k5} + \dot{z}_{k6}}{2}, \\ \dot{\eta}_4 &= \frac{\dot{z}_{k7} + \dot{z}_{k8}}{2}, \end{aligned} \quad (4)$$

где:

$$\begin{aligned} \dot{z}_{k1} &= \{A_1 \omega \cos \omega t + A_2 3\omega \cos 3\omega t\} \times \\ &\times \operatorname{sgn}\{A_1 \sin \omega t + A_2 \sin 3\omega t\}, \\ \dot{z}_{k2} &= \{A_1 \omega \cos \omega t_2 + A_2 3\omega \cos 3\omega t_2\} \times \\ &\times \operatorname{sgn}\{A_1 \sin \omega t_2 + A_2 \sin 3\omega t_2\}, \\ \dot{z}_{k3} &= \{A_1 \omega \cos \omega t_3 + A_2 3\omega \cos 3\omega t_3\} \times \\ &\times \operatorname{sgn}\{A_1 \sin \omega t_3 + A_2 \sin 3\omega t_3\}, \end{aligned}$$

$$\dot{z}_{k4} = \{A_1 \omega \cos \omega t_4 + A_2 3\omega \cos 3\omega t_4\} \times \operatorname{sgn}\{A_1 \sin \omega t_4 + A_2 \sin 3\omega t_4\},$$

$$\dot{z}_{k5} = \{A_3 \omega_1 \cos \omega_1 t + A_4 3\omega_1 \cos 3\omega_1 t\} \times \operatorname{sgn}\{A_3 \sin \omega_1 t + A_4 \sin 3\omega_1 t\},$$

$$\dot{z}_{k6} = \{A_3 \omega_1 \cos \omega_1 t_2 + A_4 3\omega_1 \cos 3\omega_1 t_2\} \times \operatorname{sgn}\{A_3 \sin \omega_1 t_2 + A_4 \sin 3\omega_1 t_2\},$$

$$\dot{z}_{k7} = \{A_3 \omega_1 \cos \omega_1 t_3 + A_4 3\omega_1 \cos 3\omega_1 t_3\} \times \operatorname{sgn}\{A_3 \sin \omega_1 t_3 + A_4 \sin 3\omega_1 t_3\},$$

$$\dot{z}_{k8} = \{A_3 \omega_1 \cos \omega_1 t_4 + A_4 3\omega_1 \cos 3\omega_1 t_4\} \times \operatorname{sgn}\{A_3 \sin \omega_1 t_4 + A_4 \sin 3\omega_1 t_4\}.$$

Для исследования колебаний подрессоренных частей вагона приняты обозначения:

m_K, m_{T1}, m_{T2} – масса кузова и тележек соответственно;
 $c_{11}, c_{12}, c_{13}, c_{14}$ – вертикальная жесткость центрального подвешивания тележки;

$C_{21}, C_{22}, c_{31}, c_{32}, c_{41}, c_{42}, c_{51}, c_{52}$ – вертикальная жесткость буксового подвешивания колесной пары;
 $\beta_{11}, \beta_{12}, \beta_{13}, \beta_{14}$ – коэффициенты демпфирования центрального подвешивания тележки;
 $\beta_{21}, \beta_{22}, \beta_{31}, \beta_{32}, \beta_{41}, \beta_{42}, \beta_{51}, \beta_{52}$ – коэффициенты демпфирования буксового подвешивания колесной пары;

z_K, z_{T1}, z_{T2} – текущие вертикальные перемещения центра тяжести соответственно кузова, первой и второй тележек;

$L_1 + L_2$ – продольная база кузова;

$b_1 + b_2$ – поперечная база кузова.

Записав кинетическую, потенциальную энергию, функцию рассеяния и воспользовавшись уравнениями Лагранжа второго рода, получим дифференциальные уравнения вынужденных колебаний:

$$m_K \ddot{z}_K + (c_{11} + c_{12} + c_{13} + c_{14})z_K + (c_{11}L_1 - c_{12}L_2 + c_{13}L_1 - c_{14}L_2)\phi_K + (-c_{11}b_1 - c_{12}b_1 + c_{13}b_2 + c_{14}b_2)\psi_K - c_{11}z_{T1} - c_{12}z_{T2} - c_{13}z_{T3} - c_{14}z_{T4} + (\beta_{11}L_1 - \beta_{12}L_2 + \beta_{13}L_1 - \beta_{14}L_2)\dot{\phi}_K + (-\beta_{11}b_1 - \beta_{12}b_1 + \beta_{13}b_2 + \beta_{14}b_2)\dot{\psi}_K - \beta_{11}\dot{z}_{T1} - \beta_{12}\dot{z}_{T2} - \beta_{13}\dot{z}_{T3} - \beta_{14}\dot{z}_{T4} = 0;$$

$$I_y \ddot{\phi}_K + (c_{11}L_1 - c_{12}L_2 + c_{13}L_1 - c_{14}L_2)z_K + (c_{11}L_1^2 + c_{12}L_2^2 + c_{13}L_1^2 + c_{14}L_2^2)\phi_K + (-c_{11}L_1b_1 + c_{12}L_2b_1 + c_{13}L_1b_2 - c_{14}L_2b_2)\psi_K - c_{11}L_1z_{T1} + c_{12}L_2z_{T2} - c_{13}L_1z_{T3} + c_{14}L_2z_{T4} + (\beta_{11}L_1 - \beta_{12}L_2 + \beta_{13}L_1 - \beta_{14}L_2)\dot{z}_K + (\beta_{11}L_1^2 + \beta_{12}L_2^2 + \beta_{13}L_1^2 + \beta_{14}L_2^2)\dot{\phi}_K + (-\beta_{11}L_1b_1 + \beta_{12}L_2b_1 + \beta_{13}L_1b_2 - \beta_{14}L_2b_2)\dot{\psi}_K - \beta_{11}L_1\dot{z}_{T1} + \beta_{12}L_2\dot{z}_{T2} - \beta_{13}L_1\dot{z}_{T3} + \beta_{14}L_2\dot{z}_{T4} = 0;$$

$$I_x \ddot{\psi}_K + (-c_{11}b_1 - c_{12}b_1 + c_{13}b_2 + c_{14}b_2)z_K + (-c_{11}L_1b_1 + c_{12}L_2b_1 + c_{13}L_1b_2 - c_{14}L_2b_2)\phi_K + (c_{11}b_1^2 + c_{12}b_1^2 + c_{13}b_2^2 + c_{14}b_2^2)\psi_K + c_{11}b_1z_{T1} + c_{12}b_1z_{T2} - c_{13}b_2z_{T3} - c_{14}b_2z_{T4} + (-\beta_{11}b_1 - \beta_{12}b_1 + \beta_{13}b_2 + \beta_{14}b_2)\dot{z}_K + (-\beta_{11}L_1b_1 + \beta_{12}L_2b_1 + \beta_{13}L_1b_2 - \beta_{14}L_2b_2)\dot{\phi}_K + (\beta_{11}b_1^2 + \beta_{12}b_1^2 + \beta_{13}b_2^2 + \beta_{14}b_2^2)\dot{\psi}_K + \beta_{11}b_1\dot{z}_{T1} + \beta_{12}b_1\dot{z}_{T2} - \beta_{13}b_2\dot{z}_{T3} - \beta_{14}b_2\dot{z}_{T4} = 0;$$

$$m_{T1}\ddot{z}_{T1} - c_{11}z_K - c_{11}L_1\phi_K + c_{11}b_1\psi_K + (c_{11} + c_{21} + c_{22})z_{T1} - \beta_{11}\dot{z}_K - \beta_{11}L_1\dot{\phi}_K + \beta_{11}b_1\dot{\psi}_K + (\beta_{11} + \beta_{21} + \beta_{22})\dot{z}_{T1} = (c_{21} + c_{22})\eta_1 + (c_{41} + c_{42})\eta_3;$$

$$m_{T2}\ddot{z}_{T2} - c_{12}z_K + c_{12}L_2\phi_K + c_{12}b_1\psi_K + (c_{12} + c_{31} + c_{32})z_{T2} - \beta_{12}\dot{z}_K + \beta_{12}L_2\dot{\phi}_K + \beta_{12}b_1\dot{\psi}_K + (\beta_{12} + \beta_{31} + \beta_{32})\dot{z}_{T2} = (c_{31} + c_{32})\eta_2 + (c_{51} + c_{52})\eta_4.$$

Из последних выражений следует, что на частоты и амплитуды вынужденных колебаний особое влияние оказывают длина неровностей пути, их вертикальный размер и скорость движения экипажа.

Численное решение. Получить аналитическое решение данной системы уравнений достаточно сложно, даже если воспользоваться главными координатами [9, 16]. Поэтому для ее исследования используем математический пакет программ MathCAD, который предоставляет набор встроенных функций по численному решению дифференциальных уравнений.

В качестве примера примем массоинерционные характеристики и геометрические размеры полувагона модели 12-132. Примем, что демпфирование мало, поэтому учитывать его не будем.

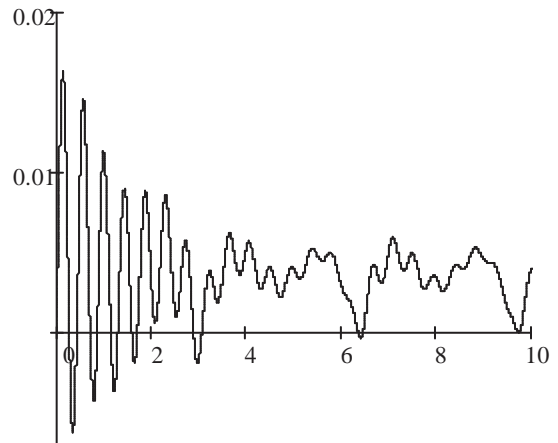


Рис. 2. Вертикальные колебания кузова

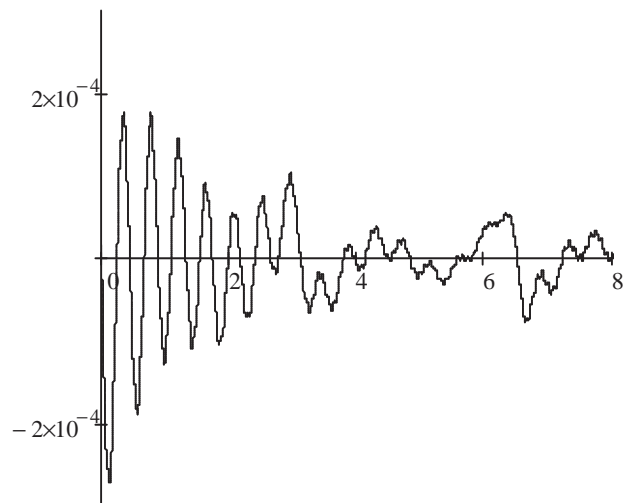


Рис. 3. Галлопирование кузова

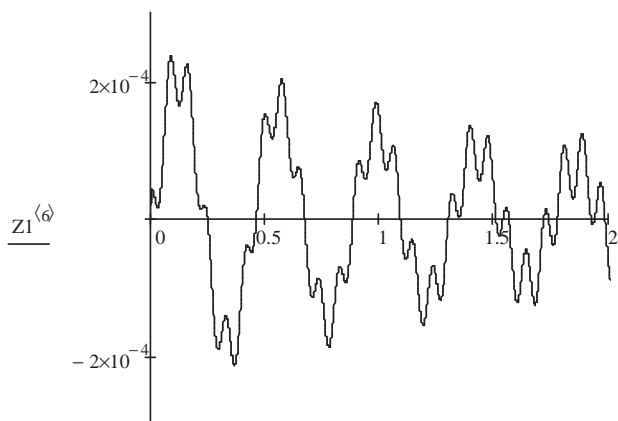


Рис. 4. Боковая качка кузова

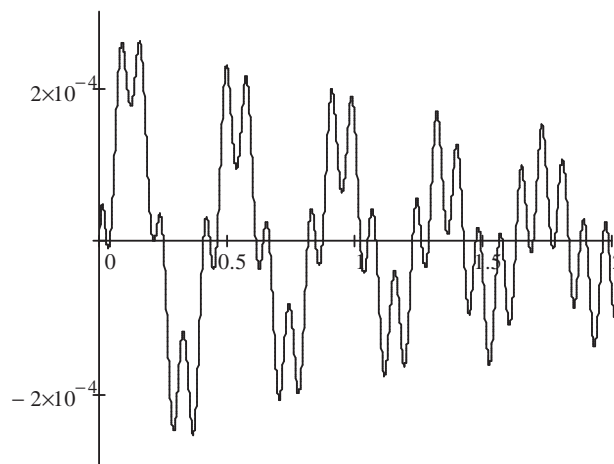


Рис. 7. Боковая качка кузова

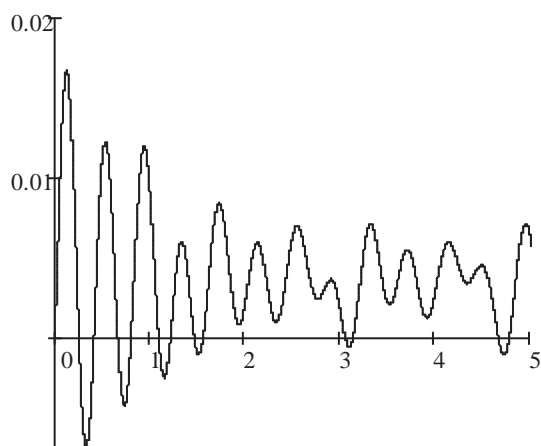


Рис. 5. Вертикальные колебания кузова

Скорость движения вагона принималась равной 10, 20 и 25 м/с, а длина неровности – 12,5, 25 и 50 м.

На рис. 2 – 4 приведены колебания кузова при длине неровности $2l_1 = 2l_2 = 50$ м и скорости движения $v = 15$ м/с.

На рис. 5 – 7 приведены колебания кузова при длине неровности $2l_1 = 2l_2 = 25$ м и скорости движения $v = 15$ м/с.

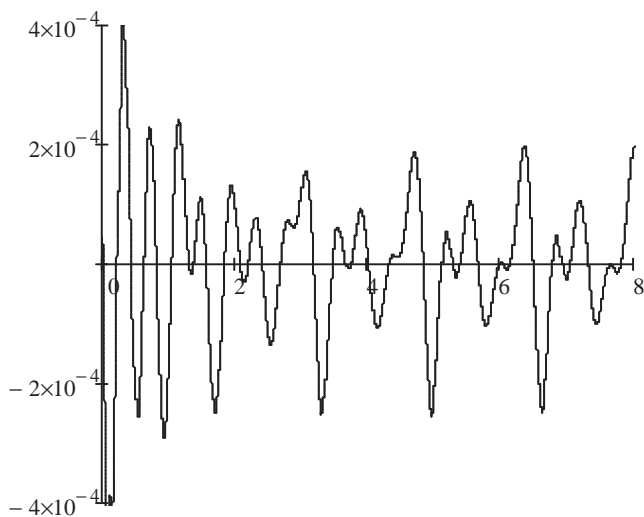


Рис. 6. Галопирование кузова

Выводы

1. Для рассматриваемой механической системы обоснован переход от семи степеней свободы к пяти (эквивалентное возмущение является усредненным значением возмущений).

2. Так же, как и для системы с тремя степенями свободы, с увеличением скорости движения частота колебаний кузова увеличивается.

3. Амплитуда колебаний кузова растет с увеличением скорости движения и длины неровности.

4. Получено, что амплитуда колебаний изменяется в определенных пределах от 0 до 0,007 м (вертикальные колебания) и от -10^{-4} до $+10^{-4}$ рад. для угловых колебаний (скорость 20 м/с и длина неровности 25 м).

Литература

1. Гарг В.К., Дуккипати Р.В. Динамика подвижного состава: пер. с англ. М.: Транспорт, 1988. 391 с.
2. Вершинский С.В., Данилов В. Н., Хусидов В. Д. Динамика вагона. М.: Транспорт, 1991. 360 с.
3. Вериго М.Ф. Динамика вагонов. М., 1971. 176 с.
4. Оленцевич В.А., Гозбенко В.Е. Анализ причин нарушения безопасности работы железнодорожной транспортной системы // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2013. № 1. С. 180–183.
5. Воротилкин А.В., Каргапольцев С.К., Гозбенко В.Е. Математическая модель динамического взаимодействия в системе «колесо-рельс» с учетом их лубрикации. М., 2006. 24 с. Деп. в ВИНТИ. 13.02.2006. № 152. В2006.
6. Гозбенко В.Е., Оленцевич В.А. Повышение безопасности работы железнодорожной транспортной системы на основе автоматизации технологии размещения и крепления груза в вагоне // Известия Транссиба. 2013. № 1 (13). С. 110-116.
7. Ахмадеева А.А. Гозбенко В.Е. Динамические свойства вагона с двухступенчатым рессорным подвешиванием // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2010. № 3. С. 60-69.
8. Гозбенко В.Е., Хоменко А.П. Изменение динамического состояния упругосвязанных систем. Деп. рукоп. № 1379-В2002 23.07.2002.

9. Ахмадеева А.А., Гозбенко В.Е. Определение главных координат вагона с двухступенчатым рессорным подвешиванием // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2011. № 4. С. 71-76.

10. Ахмадеева А.А., Гозбенко В.Е., Каргапольцев С.К. Вертикальные колебания экипажа с упруго-подвешенным грузом // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2012. № 1. С. 42-46.

11. Ахмадеева А.А., Гозбенко В.Е., Лыткина Е.М. Колебания экипажа с упруго-подвешенным грузом при силовом возмущении // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2012. № 4 (36). С. 47-50.

12. Гозбенко В.Е., Ахмадеева А.А. Вертикальные колебания экипажа с учетом неровностей пути // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2013. № 3 (39). С. 56-59.

13. Комаров М.С. Динамика механизмов и машин. М.: Машиностроение, 1969. 296 с.

14. Гозбенко В.Е. Управление динамическими свойствами механических колебательных систем. Иркутск, 2000.

15. Гозбенко В.Е. Методы управления динамикой механических систем на основе вибрационных полей и инерционных связей. М., 2004.

16. Фихтенгольц Г.М. Математика для инженеров. М.: Гостехтеориздат, 1932.

References

1. Garg V.K., Dukkipati R.V. Dynamics of rolling stock: per. s angl. М.: Transport, 1988. 391 p.

2. Vershinskiy S.V., Danilov V. N., Khusidov V. D. Dynamics of the wagon. М.: Transport, 1991. 360 p.

3. Verigo M.F. Dynamics wagons. М. 1971. 176 p.

4. Olentsevich V.A., Gozbenko V.E. Analysis of the causes of the violation of the safety of the railway transport system // Sovremennye tekhnologii. Sistemnyi analiz. Modelirovanie. 2013. № 1. P. 180-183.

5. Vorotilkin A.V., Kargapol'tsev S.K., Gozbenko V.E. Mathematical model of dynamic interaction in the "wheel-rail" with regard to their lubrication. М., 2006. 24 s. Dep. v VINITI. 13.02.2006. № 152. V. 2006.

6. Gozbenko V.E., Olentsevich V.A. Increasing the safety of the railway transport system on the basis of automation technology for Cargo Stowage and in the car // Izvestiya Transsiba. 2013. № 1(13). P. 110-116.

7. Akhmadeeva A.A. Gozbenko V.E. Dynamic properties of the car with two-stage spring suspension // Sovremennye tekhnologii. Sistemnyi analiz. Modelirovanie. 2010. № 3. P. 60-69.

8. Gozbenko V.E., Khomenko A.P. Changing the dynamic state of elastically related systems. Dep. rukop. № 1379-V2002 23.07.2002.

9. Akhmadeeva A.A., Gozbenko V.E. Determination of the main coordinates of the car with two-res-weed hanging // Sovremennye tekhnologii. Sistemnyi analiz. Modelirovanie. 2011. № 4. P. 71-76.

10. Akhmadeeva A.A., Gozbenko V.E., Kargapol'tsev S.K. Vertical oscillations of the crew with elastically suspended load // Sovremennye tekhnologii. Sistemnyi analiz. Modelirovanie. 2012. № 1. P. 42-46.

11. Akhmadeeva A.A., Gozbenko V.E., Lytkina E.M. Fluctuations crew with elastically suspended load in the force perturbation // Sovremennye tekhnologii. Sistemnyi analiz. Modelirovanie. 2012. № 4 (36). P. 47-50.

12. Gozbenko V.E., Akhmadeeva A.A. Vertical oscillations of the crew considering the rough ways // Sovremennye tekhnologii. Sistemnyi analiz. Modelirovanie. 2013. № 3(39). P. 56-59.

13. Komarov M.S. Dynamics of mechanisms and machines. М.: Mashinostroenie, 1969. 296 p.

14. Gozbenko V.E. Control of dynamic mechanical properties of oscillatory systems. Irkutsk, 2000.

15. Gozbenko V.E. Methods of controlling the dynamics of mechanical systems based on vibration fields and inertial ties. М., 2004.

16. Fikhtengol'ts G.M. Mathematics for Engineers. М.: Gos-tekhteorizdat, 1932.