

УДК 534.01; 622.24.053

## Новая динамическая модель бурильной колонны с учетом проходки (погружения) при кулоновом трении и режимы детерминированного хаоса

В.А. Коронатов

Братский государственный университет, ул. Макаренко 40, Братск, Россия  
kortavik@mail.ru

Статья поступила 4.06.2014, принята 16.08.2014

*Предложена новая одномассовая динамическая модель бурильной колонны, которая, в отличие от существующих, учитывает не только взаимодействие колонны с забоем скважины, но и сам процесс погружения (проходку). Предполагалось, что силы сопротивления со стороны забоя, действующие на породоразрушающий инструмент (долото), – это аналог поликомпонентного трения. Реальная характеристика сил сопротивления заменялась аппроксимацией Паде. Такой подход позволяет решать новый класс актуальных задач по бурению, где необходимо учитывать процесс проходки бурильной колонны в забое скважины, что ранее было затруднено. Становится возможным также описывать не только безостановочные автоколебания, возникающие при проходке бурильной колонны, но и релаксационные. Путем численного интегрирования дифференциальных уравнений изучался переходный режим релаксационных автоколебаний, когда вращение долота чередуется с длительными остановками (заклиниванием) за счет влияния сил сухого трения, изменяющихся согласно закону Кулона. Предполагалось, что проходка бурильной колонны может также чередоваться с длительными остановками. Получена формула для определения динамического предельного напряжения породы, определяющая динамическую сопротивляемость забоя при бурении. Метод В.Ф. Журавлева по определению поликомпонентного трения через Паде аппроксимацию, применяемый при описании скольжения тел по шероховатой плоскости, был обобщен на задачи бурения при определении момента и силы сопротивления со стороны забоя скважины. Данная модель – новая нелинейная динамическая система, приводящая к возникновению детерминированного хаоса. Результаты численного счета показали, что, в зависимости от параметров системы, при сделанных допущениях бурильная колонна при погружении может входить либо в устойчивый периодический режим автоколебаний, либо в режим детерминированного хаоса. В первом случае в фазовом пространстве областью притяжения фазовых траекторий является регулярный аттрактор, а во втором – странный хаотичный аттрактор. Явление хаоса для предложенной динамической модели бурильной колонны наглядно показано в трехмерном фазовом пространстве.*

**Ключевые слова:** бурильная колонна, долото, забой скважины, сопротивляемость породы, проходка, автоколебания, фрикционные, крутильные, релаксационный, переходный режим, кулоново трение, поликомпонентное трение, метод В.Ф. Журавлева, аппроксимация Паде, детерминированный хаос, фазовые траектории, фазовое пространство.

## New dynamic model of a drill string with headway (drill-string advancement) under Coulomb friction and modes of determined chaos

V.A. Koronатов

Bratsk State University, 40 Makarenko St., Bratsk, Russia  
kortavik@mail.ru

Received 4.06.2014, accepted 16.08.2014

*A new single-weight dynamic model of a drill string has been presented. Unlike of those already existed, it takes into account not only interaction of a drill string with the downhole but also the process of drill-string advancement (headway). It is suggested that the resistance forces exerted on a rock destruction tool (thermally stable polycrystalline bit) are the analogue of the multicomponent friction. Objective parameters of the resistance forces were changed with Pade approximation. Such approach allows solving a new class of actual drilling tasks where the process of drill-string advancement in the downhole is necessary to be taken into consideration; it has been hampered before. It becomes possible to describe not only continuous self-oscillations come out of drill-string advancement but also relaxation ones. By using numerical integration of differential equations a transition mode of relaxation self-oscillations (when the rotation of the thermally stable polycrystalline bit is taken turns with prolonged laying off (blocking) based on the influence of the dry friction forces changing by Coulomb's law) has been studied. It is suggested that the drill-string advancement can also be taken turns with prolonged laying off. A formula has been stated to determine rock dynamic limit stress which determines downhole dynamic resistance at drilling. V.F. Zhuravlev method on determining multicomponent friction through Pade approximation, which is used to describe rough surface gliding of bodies, has been generalized for drilling tasks when determining the resistant moment and the resistant force from the downhole. This model is a new dynamic system leading to determined chaos. The numeric count results have shown that depending on the system parameters and under assumptions done a drill string can enter either a steady periodic oscillation mode or a determined chaos mode when going down. In the former case, the domain of the phase path attraction in the phase space is a regular*

attractor. In the latter case, it is a strange chaotic attractor. Chaotic effect for the proposed dynamic model of a drill string has been clearly shown in the three-dimensional phase space.

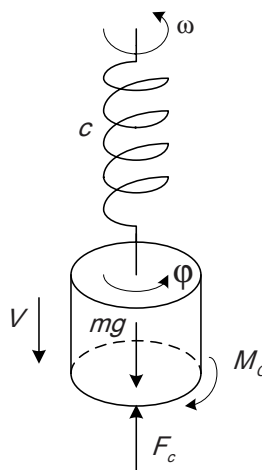
**Keywords:** drill string, thermally stable polycrystalline bit, downhole, rock strength, drilling progress, self-oscillations, friction, torsion, relaxation, transition mode, Coulomb friction, multicomponent friction, V.F. Zhuravlev method, Pade approximation, determined chaos, phase paths, phase space.

**Введение.** Почти все существующие динамические модели бурильной колонны не учитывают процесс погружения колонны в забое скважины (смотрите, например, [1–11, 16–19]). Выглядит это весьма странно, не правда ли? Ведь главной задачей бурильной колонны является бурение скважин, т. е. при моделировании работы колонны процесс погружения весьма существен. Такое положение дел не случайно и объясняется тем, что силы сопротивления, возникающие при погружении со стороны забоя, в настоящее время мало изучены, что затрудняет их аналитическое представление в создаваемых моделях. Наблюдения показывают, что сила сопротивления прямо пропорциональна скорости проходки и обратно пропорциональна угловой скорости вращения породоразрушающего инструмента; момент сил сопротивления, наоборот, прямо пропорционален угловой скорости вращения долота и обратно пропорционален скорости проходки. Однако этих данных явно не достаточно для задания аналитических выражений для силы и момента сопротивления. Попытка учесть процесс погружения бурильной колонны, введением упрощенных аналитических зависимостей в виде  $v/\omega$  [4,5,9] и  $\omega/v$  – соответственно для силы и момента сопротивления со стороны забоя оказалась, по мнению автора, не совсем удачной. В этом случае и сила сопротивления, и момент сил сопротивления принимают бесконечное значение соответственно при нулевой угловой скорости вращения ( $\omega = 0$ ) и нулевой скорости погружения ( $v = 0$ ) или вовсе неопределенны при отсутствии погружения и вращения бурильной колонны (например, при заклинивании долота), что не соответствует действительности (формально это соответствует неопределенностям вида  $1/0$  и  $0/0$ ). Такая неопределенность при нулевых скоростях исключает в принципе возможность описания релаксационных режимов автоколебаний бурильной колонны, когда поступательное движение (погружение) или вращение долота (или – и погружение, и вращение) чередуются с длительными остановками (заклиниванием долота в поступательном и во вращательном движениях). Кроме того, от этого возникают трудности и при проведении численных расчетов обычных безостановочных режимов автоколебаний.

В данной работе предлагается новая динамическая модель бурильной колонны с учетом ее погружения в забое скважины, где указанные выше некорректности прежних моделей устранены. Кроме того, новая модель позволяет описывать как обычные безостановочные режимы автоколебаний, так и релаксационные. Заметим также, что при отсутствии возможности погружения бурильной колонны, когда принимаются во внимание только взаимодействие породоразрушающего инструмента с забоем скважины, как это делалось в прежних моделях, обычная одномассовая модель бу-

рильной колонны [1] будет являться частным случаем новой предлагаемой модели.

**Описание модели.** При построении новой динамической модели бурильной колонны будем исходить из одномассовой модели, показанной на рис. 1, и следующих предположений.



**Рис. 1.** Динамическая модель бурильной колонны с учетом погружения

Верхнее сечение колонны закручивается с постоянной угловой скоростью  $\omega$ , а в нижнем сечении, угол закручивания которого  $\varphi$ , имеется долото (диск радиуса  $R$ , имеющий момент инерции  $I$  и массу  $m$ , включающую массу бурильной колонны), на который со стороны забоя действуют момент  $M_c$  и сила  $F_c$  сопротивления. Учитывая, что относительный угол закручивания ( $\varphi - \omega t$ ) нижнего сечения бурильной колонны по отношению к верхнему обычно достаточно велик, упругий момент со стороны колонны (пружины), передающийся на долото, введем в следующем нелинейном виде:  $M = c[(\varphi - \omega t) + \beta(\varphi - \omega t)^3]$  где  $t$  – текущее время,  $c, \beta$  – константы, определяющие упругие свойства колонны (при  $\beta = 0$  упругий момент будет изменяться согласно закону Гука). Скорость погружения бурильной колонны равна  $V$ , закон ее изменения заранее неизвестен.

Будем полагать, что силы сопротивления со стороны забоя – это аналог поликомпонентного трения, реальная характеристика которого согласно теории академика РАН В.Ф. Журавлева [12 – 15] заменялась в виде Паде аппроксимации [23] при описании не поступательного скольжения тел вдоль шероховатой плоскости. Иными словами, в данной работе метод В.Ф. Журавлева обобщается на задачи бурения – задачи, опи-

сывающие процесс погружения тела в грунт. Это делается на том основании, что как для момента, так и для силы сопротивления зависимости от линейной скорости и угловой скорости похожи друг на друга, если сравнивать процесс погружения тела в грунт и не поступательное скольжение тела по твердой шероховатой плоскости.

Предполагается также, что коэффициенты полиномиальных членов Паде аппроксимаций для момента и силы сопротивления определяются из реальных характеристик этих величин, получаемых экспериментально для породы, в которой производится бурение скважины. В данной работе используются Паде аппроксимации 1-го порядка иного вида, в сравнении с тем, как это сделано в работах В.Ф. Журавлева, соответственно для момента и силы сопротивления:

$$M_c = M_0 \frac{R \frac{d\varphi}{dt} + \Delta_1}{R \frac{d\varphi}{dt} + v + \Delta_1}, \quad F_c = F_0 \frac{v + \Delta_2}{R \frac{d\varphi}{dt} + v + \Delta_2}, \quad (1)$$

что позволяет описывать и релаксационные режимы. Паде аппроксимация в том виде, как это было предложено в теории В.Ф. Журавлева, не позволяет описывать релаксационные режимы, т. к. возникают указанные выше неопределенности при нулевых скоростях. Принимая во внимание, что угловая скорость может иметь произвольный знак, а линейная скорость всегда положительна, в дальнейшем, вместо (1), будем полагать:

$$M_c = M_0 \frac{R \left| \frac{d\varphi}{dt} \right| + \Delta_1}{R \left| \frac{d\varphi}{dt} \right| + v + \Delta_1}, \quad F_c = F_0 \frac{v + \Delta_2}{R \left| \frac{d\varphi}{dt} \right| + v + \Delta_2}. \quad (2)$$

Здесь  $\Delta_1, \Delta_2$  – коэффициенты аппроксимации, которые определяются из реальных характеристик для момента и силы сопротивления для породы, в которой осуществляется бурение скважины. Необходимо учитывать, что  $M_0$  – момент сопротивления при вращательном движении долота без погружения, которое, будем полагать, соответствует сухому трению;  $F_0$  – сила сопротивления при отсутствии вращения долота:

$$M_0 = M_c \Big|_{v=0} = \rho \frac{2}{3} mgR, \quad F_0 = F_c \Big|_{\frac{d\varphi}{dt}=0} = kmg \quad (3)$$

Здесь  $k, \rho$  – соответственно коэффициент сопротивления породы и коэффициент трения скольжения, который, будем полагать, изменяется согласно закону Кулона (рис. 2) при наличии скачка в начале скольжения:

$$\rho = \begin{cases} \rho_0 \operatorname{sign} \frac{d\varphi}{dt}, & \text{при } \frac{d\varphi}{dt} \neq 0; \\ -\rho_1 \leq \rho \leq \rho_1 & \text{при } \frac{d\varphi}{dt} \equiv 0, \end{cases} \quad \varepsilon_1 = \frac{\rho_1}{\rho_0} > 1. \quad (4)$$

Кроме того, будем полагать, что динамическая сопротивляемость породы погружению бурильной колонны в забое скважины падает по мере роста угловой скорости вращения долота.

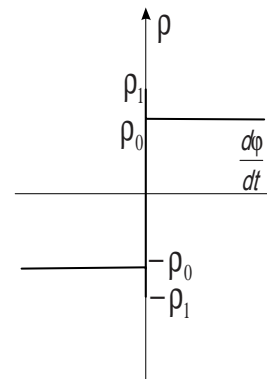


Рис. 2. Закон Кулона

**Постановка и решение задачи.** Будем описывать релаксационные режимы движения бурильной колонны, когда длительные остановки диска во вращательном и (или) при поступательном движениях будут чередоваться с вращательным движением и (или) погружением в забое скважины. Отметим при этом, что безостановочные вращение диска и (или) погружение будут являться частными случаями соответствующих релаксационных режимов.

Итак, будем различать следующие временные интервалы состояния для диска.

1. Зона длительного застоя для вращательного движения диска:  $\frac{d\varphi}{dt} \equiv 0$ , когда упругий момент со стороны колонны (пружины) уравновешен моментом сил сухого трения. Окончание зоны длительного застоя (срыв) происходит, когда момент трения покоя будет достигать максимального значения по модулю, т. е. когда выполняется условие:

$$c |(\varphi - \omega t) + \beta(\varphi - \omega t)^3| \geq \rho_1 \frac{2}{3} mgR \frac{\Delta_1}{v + \Delta_1}. \quad (5)$$

2. Зона вращательного движения диска:  $\frac{d\varphi}{dt} \neq 0$ , когда упругий момент пружины не уравновешен моментом сил сопротивления. Длительные остановки будут происходить, когда одновременно и угловая скорость равна нулю, и угловое ускорение не больше нуля:  $\frac{d\varphi}{dt} = 0$  и  $|M| \leq M_c$ , т. е., когда выполняются условия:

$$\frac{d\varphi}{dt} = 0 \text{ и } c |(\varphi - \omega t) + \beta(\varphi - \omega t)^3| \leq \rho_0 \frac{2}{3} mgR \frac{\Delta_1}{v + \Delta_1}; \quad (6)$$

в случае, когда:

$$\frac{d\varphi}{dt} = 0 \quad \text{и} \quad c|(\varphi - \omega t) + \beta(\varphi - \omega t)^3| > \rho_0 \frac{2}{3} mgR \frac{\Delta_1}{v + \Delta_1} \quad (7)$$

диск не остановится во вращательном движении, а произойдет мгновенная смена направления вращения.

3. Зона длительного застоя для погружения – когда отсутствует погружение:  $v \equiv 0$ . Предполагается, что при отсутствии вращения долота собственного веса бурильной колонны будет недостаточно для начала погружения, т. к. в противном случае будет наблюдаться безостановочное погружение. Предполагается также, что действие силы тяжести колонны и при малых угловых скоростях вращения долота может быть уравновешено силой сопротивления породы, и будет справедливо равенство:

$$mg - F_c|_{v=0} = 0, \quad \text{т.е.} \quad k \frac{\Delta_2}{R \left| \frac{d\varphi}{dt} \right| + \Delta_2} = 1. \quad (8)$$

Сопrotивляемость породы будем определять через предельное напряжение, при котором происходит срыв поступательного движения колонны, т. е. начинается погружение. В зоне застоя при увеличении угловой скорости вращения долота сопротивляемость породы будет падать, а коэффициент сопротивления  $k$  будет расти:

$$k = 1 + \frac{R \left| \frac{d\varphi}{dt} \right|}{\Delta_2} \geq 1. \quad (9)$$

Как только сопротивляемость породы упадет до значения  $\sigma = \frac{mg}{\pi R^2}$ , начнется погружение колонны. В этом случае коэффициент сопротивления достигнет своего предельного значения  $k_1$ , и будет справедливо равенство:

$$k_1 mg = \pi R^2 \sigma_1, \quad \text{т.е.} \quad k_1 = \frac{\sigma_1}{\sigma}, \quad (10)$$

где  $\sigma_1$  – обычное статическое предельное напряжение породы, при котором началось бы погружение колонны без вращения долота. Отсюда, в частности, следует формула для определения динамического предельного напряжения породы при вращательном движении долота:

$$\sigma_{1\partial} = \frac{\sigma_1}{1 + \frac{R \left| \frac{d\varphi}{dt} \right|}{\Delta_2}}, \quad (11)$$

которая определяет динамическую сопротивляемость породы при бурении.

Заметим, что в первом равенстве (10) значение коэффициента  $k_1$  в статическом варианте (при отсут-

ствии вращения долота) будет соответствовать числу, показывающему, во сколько раз надо увеличить вес колонны для того, чтобы началось погружение; в динамическом варианте (при вращении долота)  $k_1$  определяет, какую угловую скорость надо сообщить долоту при данном весе колонны для начала погружения. Из соотношений (9 – 10) определяется критическая угловая скорость вращения диска, при которой будет происходить срыв поступательного движения колонны, т.е. будет начинаться погружение:

$$\left| \frac{d\varphi}{dt} \right|_* = \frac{\Delta_2(k_1 - 1)}{R}. \quad (12)$$

Будем также полагать, что в начальный момент погружения коэффициент сопротивления скачкообразно уменьшится до значения  $k_0$  и далее будет оставаться таким до окончания зоны погружения. Благодаря этому можно записать:

$$k = \begin{cases} k_0, & \text{при } v \neq 0; \\ 1 \leq k \leq k_1 & \text{при } v \equiv 0, \end{cases} \quad \varepsilon_2 = \frac{k_1}{k_0} > 1, \quad (13)$$

где  $\varepsilon_2$  определяет величину скачка коэффициента сопротивления в начале погружения.

4. Зона погружения бурильной колонны:  $v \neq 0$ , когда сила тяжести колонны за счет уменьшения сопротивляемости породы при вращательном движении долота преодолевает противодействие сил сопротивления породы. Длительные остановки будут происходить, когда одновременно и скорость погружения равна нулю, и ускорение не больше нуля:  $v = 0$ , и  $mg \leq F_c|_{v \neq 0}$ . Отсюда получим условия остановки погружения:

$$v = 0, \quad \left| \frac{d\varphi}{dt} \right| \leq \frac{\Delta_2(k_0 - 1)}{R}; \quad (14)$$

Существенно, что в этом случае указанная граница для угловой скорости долота меньше критической скорости (12). Заметим также, что второе условие (14)

можно представить и в таком виде:  $\sigma \leq \frac{\sigma_0}{k}$ , говорящее

о том, что для остановки погружения сопротивляемость породы должна быть не меньше напряжения, возникающего от действия только силы тяжести колонны при отсутствии вращения долота. В случае, когда:

$$v = 0, \quad \left| \frac{d\varphi}{dt} \right| > \frac{\Delta_2(k_0 - 1)}{R}, \quad (15)$$

длительной остановки не произойдет.

С учетом сделанных выше замечаний приведенная одномассовая динамическая модель бурильной колонны будет описываться следующими уравнениями:



$$\left\{ \begin{array}{l} I \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -c[(\varphi - \omega t) + \beta(\varphi - \omega t)^3] - \rho_0 \frac{2}{3} mgR \frac{R \left| \frac{d\varphi}{dt} \right| + \Delta_1}{R \left| \frac{d\varphi}{dt} \right| + v + \Delta_1} \operatorname{sign} \frac{d\varphi}{dt}, \quad \text{при } \frac{d\varphi}{dt} \neq 0, \\ c[(\varphi - \omega t) + \beta(\varphi - \omega t)^3] + \rho \frac{2}{3} mgR \frac{\Delta_1}{v + \Delta_1} = 0, \quad (-\rho_1 \leq \rho \leq \rho_1) \quad \text{при } \frac{d\varphi}{dt} \equiv 0, \\ m \frac{dv}{dt} = mg - k_0 mg \frac{v + \Delta_2}{R \left| \frac{d\varphi}{dt} \right| + v + \Delta_2}, \quad \text{при } v \neq 0, \\ k \frac{\Delta_2}{R \left| \frac{d\varphi}{dt} \right| + \Delta_2} = 1, \quad (1 \leq k \leq k_1) \quad \text{при } v \equiv 0. \end{array} \right. \quad (16)$$

Далее перейдем к безразмерным переменным:

$$\tau = \sqrt{\frac{c}{I}} t, \quad \xi = \frac{c}{\Xi_0} (\varphi - \omega t), \quad \eta = \frac{\sqrt{cI}}{R\Xi_0} v \quad (17)$$

и параметрам:

$$\Omega = \frac{\sqrt{cI}}{\Xi_0} \omega, \quad \chi = \frac{gI}{R\Xi_0} = \frac{3}{4\rho_0}, \quad \alpha = \beta \left( \frac{\Xi_0}{c} \right)^2, \quad (18)$$

$$\delta_{1,2} = \frac{\sqrt{cI}}{R\Xi_0} \Delta_{1,2}, \quad \Xi_0 = \rho_0 \frac{2}{3} mgR.$$

Обозначив точкой производную по времени  $\tau$ , сформулированная задача (5–16) в безразмерном виде запишется следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{\xi} = -(\xi + \alpha\xi^3) - \frac{|\dot{\xi} + \Omega| + \delta_1}{|\dot{\xi} + \Omega| + \eta + \delta_1} \operatorname{sign}(\dot{\xi} + \Omega), \quad \text{при } \dot{\xi} \neq -\Omega \\ (\xi + \alpha\xi^3) + \frac{\rho\delta_1}{\rho_0(\eta + \delta_1)} = 0, \quad (-\rho_1 \leq \rho \leq \rho_1) \quad \text{при } \dot{\xi} \equiv -\Omega \\ \dot{\eta} = \chi - k_0 \chi \frac{\eta + \delta_2}{|\dot{\xi} + \Omega| + \eta + \delta_2}, \quad \text{при } \eta \neq 0, \\ k \frac{\delta_2}{|\dot{\xi} + \Omega| + \delta_2} = 1, \quad (1 \leq k \leq k_1) \quad \text{при } \eta \equiv 0, \end{array} \right. \quad (19)$$

с условиями переключения для зон длительного застоя и движения:

1. Срыв из зоны длительного застоя для вращательного движения диска ( $\dot{\xi} \equiv -\Omega$ ) произойдет, когда:

$$|\xi + \alpha\xi^3| \geq \frac{\varepsilon_1 \delta_1}{\eta + \delta_1}. \quad (20)$$

2. Остановка в зоне движения для вращательного движения диска ( $\dot{\xi} \neq -\Omega$ ) произойдет при условии:

$$\dot{\xi} = -\Omega, \quad |\xi + \alpha\xi^3| \leq \frac{\delta_1}{\eta + \delta_1}; \quad (21)$$

в случае, когда:

$$\dot{\xi} = -\Omega, \quad |\xi + \alpha\xi^3| > \frac{\delta_1}{\eta + \delta_1}, \quad (22)$$

диск не остановится во вращательном движении, а произойдет мгновенная смена направления вращения.

3. Критическая угловая скорость вращения диска, при которой будет происходить срыв поступательного движения колонны, т. е. будет начинаться погружение, равна:

$$|\dot{\xi}_* + \Omega| = \delta_2 (k_1 - 1), \quad (23)$$

где  $k_1$  определяется, как и ранее, по формуле (10).

4. При погружении бурильной колонны ( $\eta \neq 0$ ) длительная остановка будет происходить в моменты, когда:

$$\eta = 0, \quad \text{при } |\dot{\xi} + \Omega| \leq \delta_2 (k_0 - 1); \quad (24)$$

в случае, когда:

$$\eta = 0, \quad \text{при } |\dot{\xi} + \Omega| > \delta_2 (k_0 - 1), \quad (25)$$

длительной остановки не будет происходить.

На основании приведенного алгоритма (19 – 25) описания релаксационных режимов автоколебаний приведенной динамической модели бурильной колонны ниже приведено несколько примеров численного расчета переходного режима для подтверждения работоспособности приведенной модели. Примеры 1 и 2 (рис. 3-8) демонстрируют на графиках установление периодического релаксационного режима автоколебаний; пример 3 (рис. 9-11) демонстрирует вход системы в режим детерминированного хаоса. Некоторые из приведенных графиков выводят результаты численного счета не на всем временном интервале счета, а лишь на заключительном – чтобы лучше видеть соответствующие зависимости как бы в укрупненном масштабе (в противном случае кривые сливаются). В случае установления периодического режима это, в частности, позволяет увидеть в фазовом пространстве замкнутую кривую – регулярный аттрактор, к которому притягивается фазовая траектория.

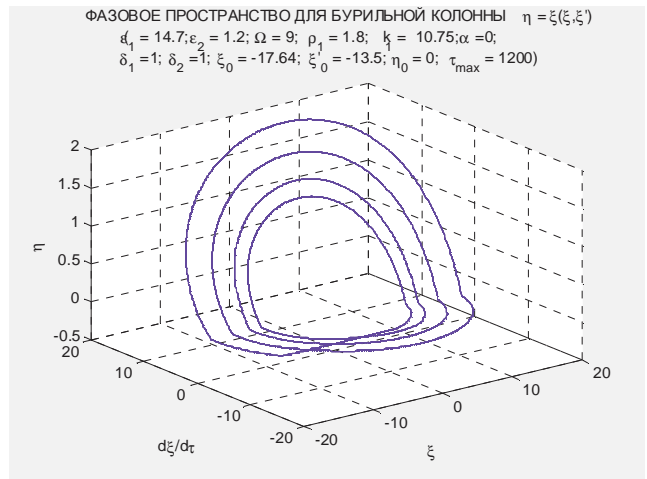
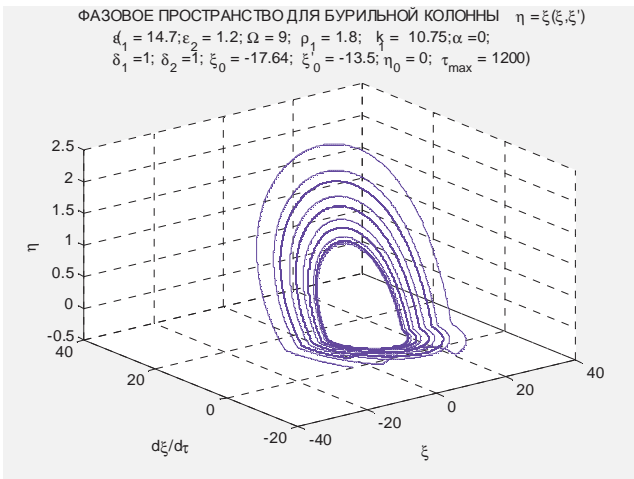


Рис. 3. Пример 1 фазовая траектория периодических релаксационных автоколебаний на всем интервале численного счета и в конце – регулярный аттрактор

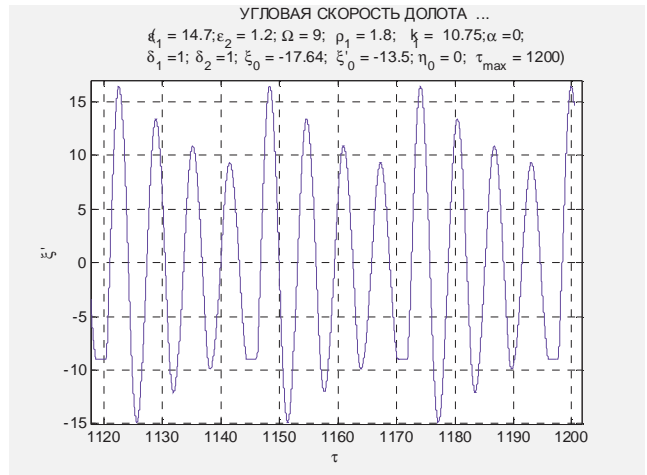
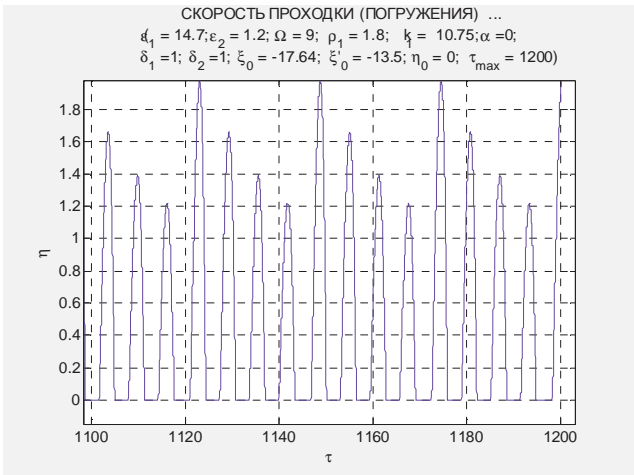


Рис. 4. Пример 1 периодических релаксационных автоколебаний

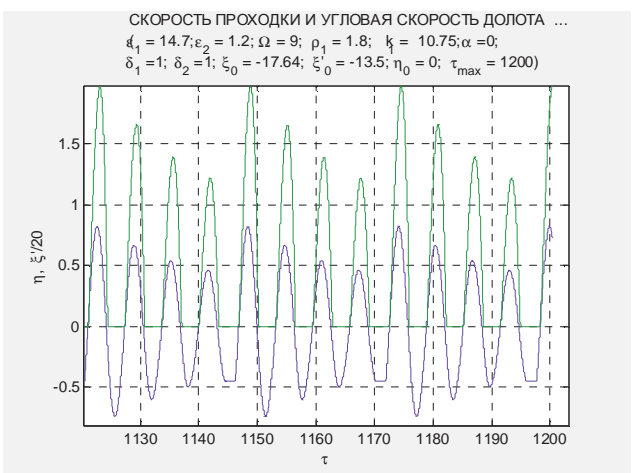


Рис. 5. Пример 1 периодических релаксационных автоколебаний

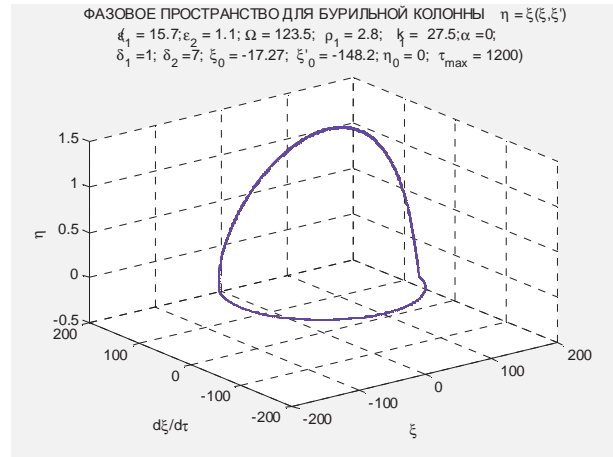
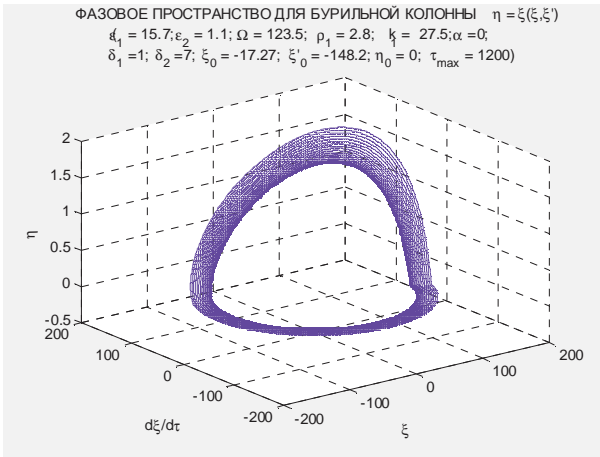


Рис. 6. Пример 2 фазовая траектория периодических релаксационных автоколебаний на всем интервале численного счета и в конце – регулярный аттрактор

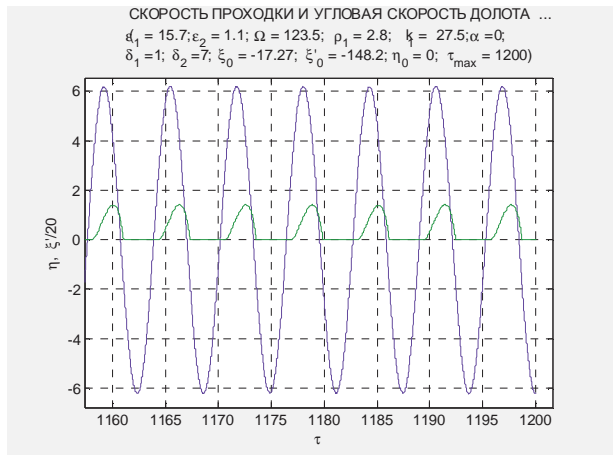
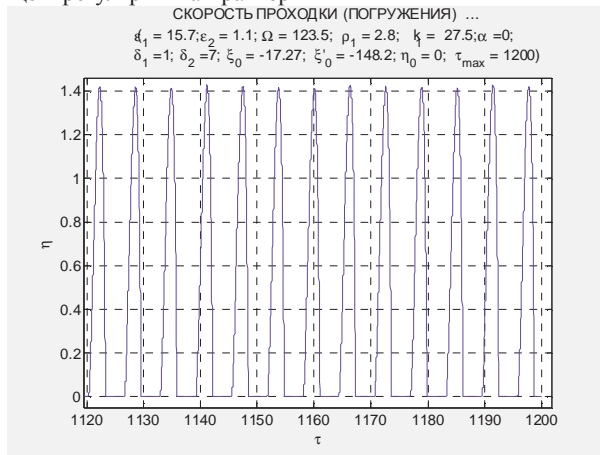


Рис. 7. Пример 2 периодических релаксационных автоколебаний

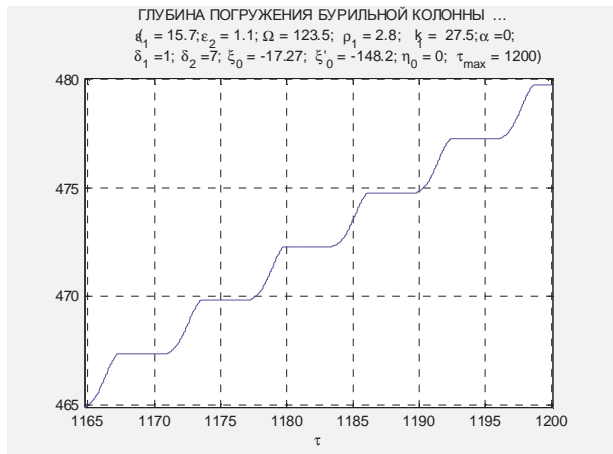
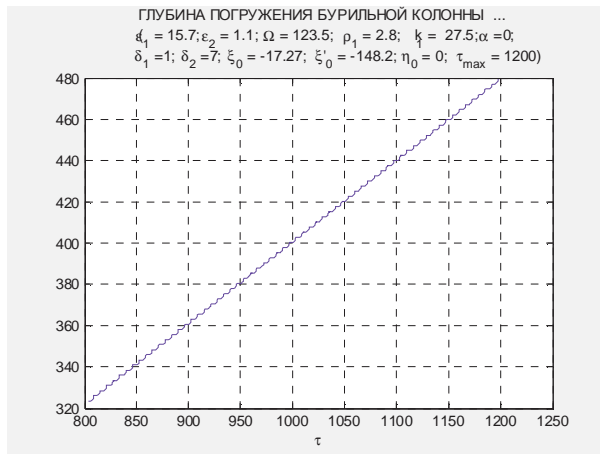


Рис. 8. Пример 2 периодических релаксационных автоколебаний

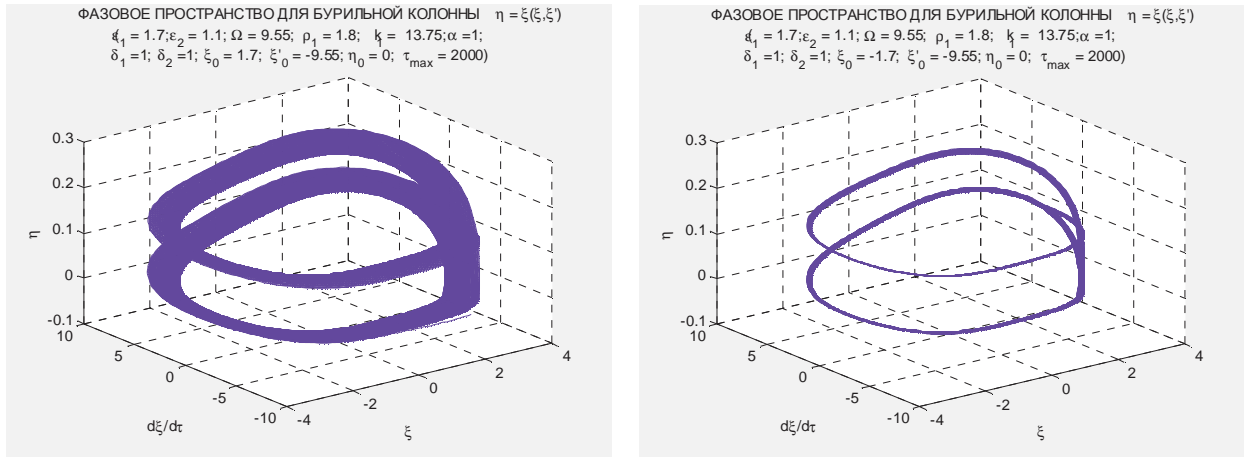


Рис. 9. Пример 3 фазовая траектория хаотичных релаксационных автоколебаний на всем интервале численного счета и в конце – странный аттрактор

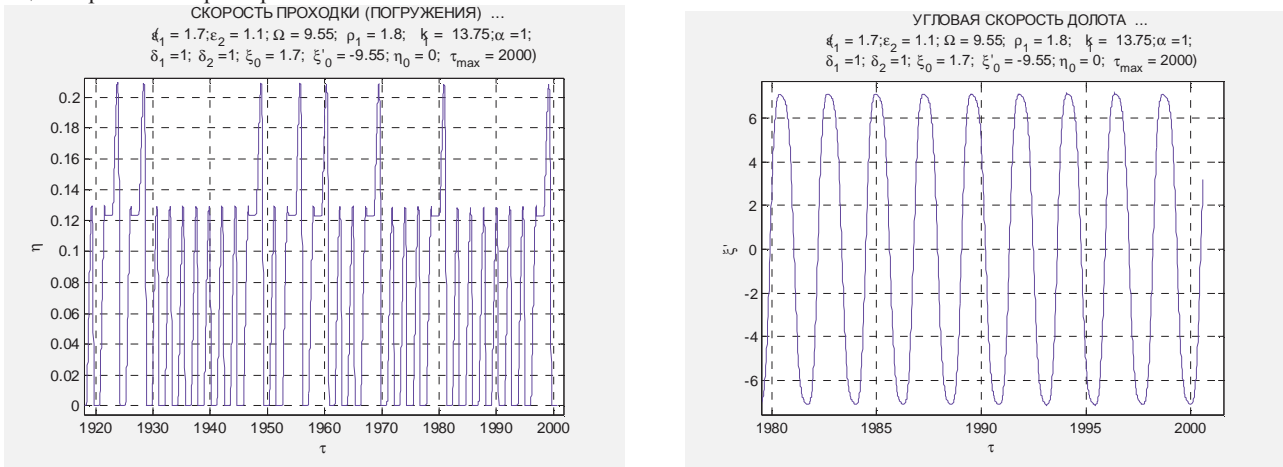


Рис. 10. Пример 3 хаотичных релаксационных автоколебаний

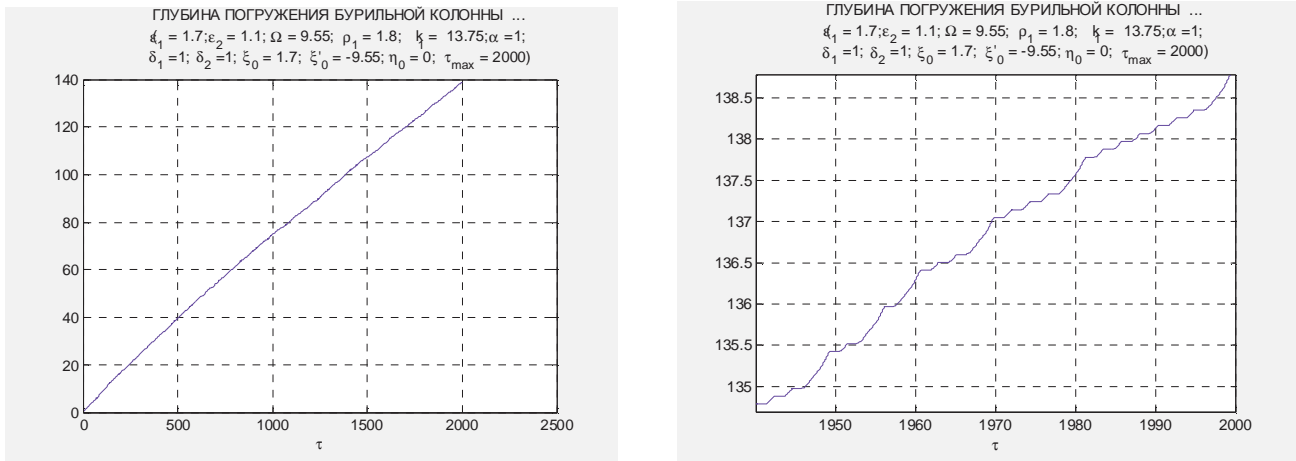


Рис. 11. Пример 3 хаотичных релаксационных автоколебаний

**Выводы**

1. Была предложена новая одномассовая динамическая модель бурильной колонны, которая, в отличие от традиционных, позволяет описывать не только взаимодействие долота с забоем скважины, но и сам процесс проходки (погружения). Причем, как в обычном безостановочном, так и в релаксационных режимах.

2. Метод В.Ф. Журавлева по определению поликомпонентного трения через Паде аппроксимацию,

применяемый при описании скольжения тел по шероховатой плоскости, был обобщен на задачи бурения и задачи погружения тел в сопротивляющуюся среду при определении силы и момента сопротивления. Такой подход дает ключ к решению целого класса задач, имеющих большое прикладное значение, решение которых ранее вызывало большие затруднения.

3. Новый вид Паде аппроксимации, предложенный в данной работе, позволяет описывать и релаксацион-



ные режимы как в задачах на погружение тел, так и в задачах скольжения тел по шероховатой плоскости – что не предполагается в теории В.Ф. Журавлева.

4. Данную динамическую модель можно использовать не только при изучении динамики бурильной колонны, но и в других вопросах, связанных с погружением тел в грунт или в другую сопротивляющуюся среду. Сюда можно отнести, например, задачи по забивке свай и задачи по динамике дисковой заглаживающей машины при обработке незатвердевшей бетонной смеси. Ранее принятые модели дисковой заглаживающей машины [20 – 22], без учета погружения (подтапливания) в бетонную смесь, являются частными случаями для введенной модели бурильной колонны.

5. Предложенный метод ввода силы и момента сопротивления может использоваться не только в одно-массовой модели бурильной колонны с учетом проходки (погружения), но и в моделях с несколькими степенями свободы, в том числе и с распределенными параметрами. В последнем случае условия переключения режимов работы бурильной колонны запишутся в граничном условии для нижнего сечения.

6. При построении теории была получена формула для определения динамического предельного напряжения породы при вращении долота, которая определяет динамическую сопротивляемость породы при бурении.

7. Для введенной динамической модели бурильной колонны была составлена программа для проведения численных расчетов (программа будет запатентована как программный продукт). Программа работоспособна практически при любых исходных параметрах принятой модели. При проведении численных расчетов подтверждаются следующие режимы работы бурильной колонны:

- безостановочное вращение долота и погружение;
- безостановочное вращение долота и погружение с остановками;
- вращение долота с остановками и погружение с остановками;
- безостановочное вращение долота и вращение с остановками без погружения.

Программа для численного счета позволяет строить: фазовую траекторию в трехмерном пространстве; графики изменения угловой скорости долота и скорости проходки от времени; график изменения глубины погружения бурильной колонны в забое скважины (глубину погружения можно определить дополнительным интегрированием третьего уравнения системы (19)).

8. определяются продолжительности зон застоя и движения, а через них – периоды релаксационных режимов автоколебаний для вращательного и поступательного движения долота. По виду фазовой траектории, а также по стабильности (или, наоборот, нестабильности) временных интервалов зон застоя и движения можно судить о наступлении периодических или хаотичных автоколебаний.

9. Для всех приведенных режимов, кроме последнего, в зависимости от параметров системы численно реализовывались как периодические, так и хаотичные автоколебания, т. е. эта модель может пополнить каталог [24] динамических систем, которым присущи режимы детерминированного хаоса.

### Заключение

В заключение замечу, что получилась интересная, многообещающая динамическая модель бурильной колонны с учетом процесса погружения в забое скважины, которая нацелена на решение актуальнейших задач прикладного характера по бурению скважин. Не вызывает сомнений, что предложенная модель будет замечена специалистами, и появятся публикации по изучению этой далеко не простой нелинейной системы, изучению как обычных безостановочных автоколебаний, так и релаксационных. В данной статье были сделаны первые шаги в этом направлении – проведены численные расчеты переходных режимов автоколебаний.

Завершая себя шутивную авторскую статью – позволю себе фазовая траектория хаотичной системы приведенного выше примера в проекции на соответствующие плоскости фазового пространства.

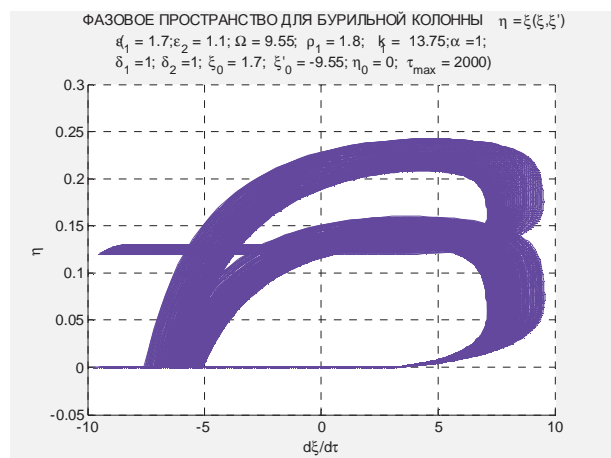
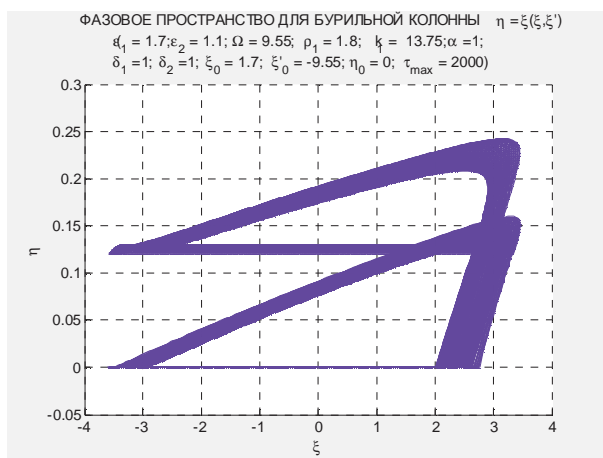


Рис. 12. Моя авторская подпись: «Я – Виктор»

## Литература

1. Белокобыльский С.В. Фрикционные автоколебания и их приложение в динамике бурильной колонны: автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. СПб., 1983. 17 с.
2. Белокобыльский С.В., Прокопов В.К. Анализ фрикционных автоколебаний бурильной колонны при экспоненциальном законе сопротивления // Прикладная механика. 1982. Т. 18, № 12. С. 98-101.
3. Белокобыльский С.В., Ветюков М.М., Нагаев Р.Ф. О фрикционных автоколебаниях бурильной колонны // Известия АН СССР. Машиноведение. 1982. № 2. С. 15-20.
4. Белокобыльский С.В. Устойчивость стационарных движений и автоколебания механических систем с сухим трением: автореф. дис. ... д-ра техн. наук. Иркутск, 2006. 30 с.
5. Белокобыльский С.В. Динамика систем с сухим трением и ее приложение к задачам горной механики. М.: Машиностроение, 2002. 209 с.
6. Белокобыльский С.В., Коронатов В.А., Нагаев Р.Ф. Квазигармонический режим крутильных автоколебаний бурильной колонны при неглубоком бурении // Проблемы механики современных машин: материалы междунар. конф. Улан-Удэ, 2000. Т. 2. С. 89-94.
7. Белокобыльский С.В., Коронатов В.А. Квазигармонические автоколебания бурильной колонны при кубической аппроксимации сил сухого трения // Математика в вузе. Современные интеллектуальные технологии: материалы XII междунар. науч.-метод. конф. Н. Новгород, 2000. С. 196-198.
8. Коронатов В.А. Фрикционные автоколебания бурильной колонны: автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. Н. Новгород, 1993. 17 с.
9. Нагаев Р.Ф., Исаков К.А., Лебедев Н.А. Динамика горных машин. СПб.: Изд-во СПбГИ (ТУ), 1996. 155 с.
10. Валуев А.П. Фрикционные автоколебания релаксационного и квазигармонического типа: автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. СПб., 1998. 17 с.
11. Ветюков Ю.М. Крутильно-продольные колебания бурильной колонны с долотом режущего типа: автореф. дис. ... канд. техн. наук. СПб., 2004. 16 с.
12. Журавлев В.Ф. Закономерности трения при комбинации скольжения и вращения // Известия АН СССР. МТТ. 2001. № 4. С. 81-88.
13. Журавлев В.Ф., Киреевков А.А. О разложении Падэ в задаче о двумерном кулоновом трении // Известия РАН. МТТ, 2005. № 2. С. 3-14.
14. Андронов А.А., Журавлев В.Ф. Сухое трение в задачах механики. М.: Ижевск, НИЦ «Регулярная и хаотичная механика». Ин-т компьютерных исследований, 2010. 164 с.
15. Киреевков А.А., Семдяев С.В. Связанные модели трения скольжения и вращения: от теории к эксперименту // Аэрокосмические исследования, прикладная механика: тр. МФТИ. 2010. Т.2, № 3. С. 174-181.
16. Юнин Е.К., Хегай В.К. Динамика глубокого бурения. М.: Недра-Бизнесцентр, 2004. 286 с.
17. Юнин Е.К. Автоколебания в глубоком бурении. М.: ЛИБРОКОМ, 2013. 264 с.
18. Юнин Е.К. Низкочастотные колебания бурильного инструмента. М.: Недра, 1983. 132 с.
19. Мирзаджанзаде А.Х., Керимов З.Г., Копейкис М.Г. Теория колебаний в нефтепромысловом деле. М.; Ижевск: Ин-т компьютерных исследований, 2005. 364 с.
20. Белокобыльский С.В., Коронатов В.А. Фрикционные автоколебания одномассовой системы с учетом возможности мгновенной смены знака скорости на противоположный // Системы. Методы. Технологии. 2013. № 1. С. 16-21.
21. Белокобыльский С.В., Коронатов В.А., Герасимов С.Н. Детерминированный хаос дисковой заглаживающей машины при кулоновом трении // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2014. № 2 (42). С. 20-25.
22. Белокобыльский С.В., Коронатов В.А., Герасимов С.Н. Переходной режим фрикционных автоколебаний одномассовой системы с учетом возможности мгновенной смены знака скорости на противоположный // Механика – XXI веку. 2014. № 13. С. 3-7.
23. Бейкер Дж. (мл.), Грейс-Моррис П. Аппроксимация Падэ: пер. с англ. М.: Мир, 1986. 502 с.

24. Спротт Дж. К. Элегантный хаос. Алгебраические простые хаотические потоки. М.; Ижевск: Ижевский ин-т компьютерных исследований, 2012. 328 с.

## References

1. Belokobyl'skii S.V. Frictional self-oscillations and their application in the dynamics of the drill string: avtoref. dis. ... kand. fiz.-mat. nauk. SPb, 1983. 17 p.
2. Belokobyl'skii S.V., Prokopov V.K. Analysis of frictional self-oscillations of the drill string for an exponential law of resistance // Prikladnaya mekhanika. 1982. T. 18, № 12. P. 98-101.
3. Belokobyl'skii S.V., Vetyukov M.M., Nagaev R.F. About frictional self-oscillations of the drill string // Izvestiya AN SSSR. Mashinovedenie. 1982. № 2. P. 15-20.
4. Belokobyl'skii S.V. Stability of steady motions and oscillations of mechanical systems with dry friction: avtoref. dis. ... d-ra tekhn. nauk. Irkutsk, 2006. 30 p.
5. Belokobyl'skii S.V. Dynamics of systems with dry friction and its application to problems of mining mechanics. M.: Mashinostroenie, 2002. 209 p.
6. Belokobyl'skii S.V., Koronotov V.A., Nagaev R.F. Quasi-harmonic torsional mode of self-oscillations of the drill string during drilling of nondeep shallow // Problemy mekhaniki sovremennykh mashin: materialy mezhdunar. konf. Ulan-Ude, 2000. T. 2. P. 89-94.
7. Belokobyl'skii S.V., Koronotov V.A. Quasiharmonic oscillations of the drill string with the cubic approximation of dry friction forces // Matematika v vuze. Sovremennye intellektual'nye tekhnologii: materialy XII mezhdunar. nauch.-metod. konf. N. Novgorod, 2000. P. 196-198.
8. Koronotov V.A. Frictional self-oscillations of the drill string: avtoref. dis. ... kand. fiz.-mat. nauk. N. Novgorod, 1993. 17 p.
9. Nagaev R.F., Isakov K.A., Lebedev N.A. Dynamics of mining machines. SPb.: Izd-vo SPPGI (TU), 1996. 155 p.
10. Valuev A.P. Friction oscillations of the relaxation and quasi-harmonic type: avtoref. dis. ... kand. fiz.-mat. nauk. SPb, 1998. 17 p.
11. Vetyukov Yu.M. Torsionally longitudinal vibrations of the drill string with a chisel cutting type: avtoref. dis. ... kand. tekhn. nauk. SPb., 2004. 16 p.
12. Zhuravlev V.F. Regularities friction with a combination sliding and spinning // Izvestiya AN SSSR. MTT, 2001. № 4. P. 81-88.
13. Zhuravlev V.F., Kireenkov A.A. The decomposition of the Pade in the problem of two-dimensional Coulomb friction // Izvestiya RAN. MTT, 2005. № 2. P. 3-14.
14. Andronov A.A., Zhuravlev V.F. Dry friction in mechanical problems. M.: Izhevsk, NITs «Regulyarnaya i khaotichnaya mekhanika». In-t komp'yuternykh issledovaniy, 2010. 164 p.
15. Kireenkov A.A., Semendyaev S.V. Related models of friction sliding and spinning: from theory to experiment // Aerokosmicheskie issledovaniya, prikladnaya mekhanika: tr. MFTI. 2010. T.2, № 3. P.174-181.
16. Yunin E.K., Khagai V.K. Dynamics of deep drilling. M.: Nedra-Biznesstsentr, 2004. 286 p.
17. Yunin E.K. Oscillations in deep drilling. M.: LIBROKOM, 2013. 264 p.
18. Yunin E.K. Low-frequency oscillations of the drilling tool. M.: Nedra, 1983. 132 p.
19. Mirzadzhanzade A.Kh., Kerimov Z.G., Kopeikis M.G. Theory of fluctuations in petroleum engineering. M.: Izhevsk: In-t komp'yuternykh issledovaniy, 2005. 364 p.
20. Belokobyl'skii S.V., Koronotov V.A. Friction oscillations single-mass system with the possibility of instantaneous change of sign of the velocity on the opposite // Sistemy. Metody. Tekhnologii. 2013. № 1. P. 16-21.
21. Belokobyl'skii S.V., Koronotov V.A., Gerasimov S.N. Deterministic chaos disk smoothing machines with Coulomb friction // Sovremennye tekhnologii. Sistemnyi analiz. Modelirovanie. 2014. № 2 (42). P. 20-25.
22. Belokobyl'skii S.V., Koronotov V.A., Gerasimov S.N. Transient behavior of frictional self-oscillations of single-mass system with the possibility of instantaneous change of sign of the velocity on the opposite // Mekhanika – XXI veku. 2014. № 13. P. 3-7.
23. Beiker Dzh. (ml.), Greis-Morris P. Pade approximation: per. s angl. M.: Mir, 1986. 502 p.
24. Sprott Dzh. K. Elegant chaos. Algebraically simple chaotic flows. M.: Izhevsk: Izhevskii in-t komp'yuternykh issledovaniy, 2012. 328 p.