

## ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ И МАШИНОСТРОЕНИЯ

УДК 62.56.

### Связь режимов динамического гашения колебаний со структурой системы внешних воздействий

С.В. Белокобыльский<sup>a</sup>, В.Б. Кашуба<sup>b</sup>

Братский государственный университет, Макаренко 40, Братск, Россия

<sup>a</sup>rekt@brstu.ru, <sup>b</sup>nauka@brstu.ru

Статья поступила 20.01.2014, принята 15.04.2014

*В предлагаемой статье развиваются подходы, позволяющие ввести в рассмотрение при определении свойств механических колебательных систем при статических и периодических нагрузках особенности систем внешнего возмущения. Предполагается возможность введения понятия о комбинационном внешнем воздействии, при котором несколько внешних силовых факторов могут быть объединены в одну структуру, отражающую одновременно и геометрические особенности внешних сил. Отмечено, что в большинстве работ рассматриваются условия динамических взаимодействий между отдельными элементами системы, сопровождающихся компенсацией силовых факторов, что при фиксированных частотах гармонических внешних возмущений обеспечивает неподвижность по одной из координат механической системы. Показано, что такие подходы не исключают расширение представлений о формах динамических процессов, например, одновременного гашения по двум и более координатам виброзащитной системы. Учтена специфика задач виброзащиты и виброизоляции, которая заключается в том, что, как правило, динамическое состояние связано с обобщенными координатами положения объекта, которые являются «выходными сигналами», а «вход» представляет собой смещение основания (кинематическое воздействие) или силу, прикладываемую к объекту защиты или фрагментам виброзащитной системы («силовое воздействие»). Введены в рассмотрение понятия динамической и статической жесткостей. Определено, что использование или учет групповых или комбинационных свойств силового возмущения (в данном случае физический смысл заключается в реализации двухканального входа) представляет собой способ управления динамическим состоянием системы виброзащитной защиты объекта.*

**Ключевые слова:** гашение колебаний, виброзащитная система, динамические взаимодействия, силовые факторы, динамическая жесткость, статическая жесткость, управление динамическим состоянием.

### Connection of the modes of dynamic oscillation suppression with the structure of the system of external influences

S.V. Belokobylsky<sup>a</sup>, V.B. Kashuba<sup>b</sup>

Bratsk State University; 40 Makarenko St., Bratsk, Russia

<sup>a</sup>rekt@brstu.ru, <sup>b</sup>nauka@brstu.ru

Received 20.01.2014, accepted 15.04.2014

*The article develops some approaches allowing to examine the features of external disturbance system when determining the properties of mechanical oscillatory systems with static and periodic loadings. The concept about combinational external influence with some external power factors of one structure and also reflecting geometrical features of external forces has been supposed to be introduced. It has been noted that most scientific works consider conditions of dynamic interactions between separate elements of the system, accompanied by compensation of power factors. It provides immovability on one of the coordinates of mechanical system with fixed frequencies of harmonious external disturbance. It has been shown that such approaches do not exclude the expansion of conceptions about the forms of dynamic processes such as, for example, of simultaneous suppression on two or more coordinates of vibroprotective system. Peculiarities of the problems of vibroprotection and vibration isolation have been taken into consideration. The peculiarities shows that, as a rule, the dynamic state is connected with the generalized coordinates of the object position which can be considered as «output signals», and «entrance» is the basis shift («kinematic influence») or the force applied to object of protection or fragments of vibroprotective system («power influence»). The concepts of dynamic and static rigidity have been presented. It has been defined that the use of or accounting the group or combinational properties of power indignation (in this case the physical sense consists in realization of a two-channel entrance) represents a way of management of a dynamic state of the system of vibration protection of object.*

**Введение.** Динамическое гашение колебаний в виброзащитных системах можно отнести к вопросам, внимание к которым не ослабевает в течение многих лет, инициируя поиск и разработки новых способов и

средств защиты машин, оборудования, приборов и аппаратуры от вибрационных воздействий [2 – 5, 12 – 13]. В большинстве работ рассматриваются условия динамических взаимодействий между отдельными элементами

системы, сопровождающихся компенсацией силовых факторов, что при фиксированных частотах гармонических внешних возмущений обеспечивает неподвижность по одной из координат механической системы. Однако такие подходы не исключают расширение представлений о формах динамических процессов, например, одновременного гашения по двум и более координатам виброзащитной системы [6, 7].

**Постановка и решение задачи.** Настройка динамических гасителей колебаний обеспечивается, как правило, соответствующим выбором параметров самой системы, состоящей из упругих и инерционных звеньев. Вместе с тем, существуют и другие возможности, связанные с учетом особенностей построения самой системы внешних возмущений, что предполагает возможности использования эффектов взаимного силового уравнивания всей системы динамических воздействий [8]. В предлагаемой статье развиваются подходы, позволяющие ввести в рассмотрение при определении свойств механических колебательных систем при статических и периодических нагрузках особенности систем внешнего возмущения. Предполагается возможность введения понятия о комбинационном внешнем воздействии, при котором несколько внешних силовых факторов могут быть объединены в одну структуру, отражающую одновременно и геометрические особенности внешних сил. Для оценки статических и динамических ситуаций используются передаточные функции системы (ПФ) [9, 10]. Знаменатель передаточной функции (характеристическое уравнение) является, в определенном смысле, инвариантным в отношении выбора пар точек «вход-выход» и учитывается для нахождения частот собственных колебаний, оценки устойчивости системы и др. Специфика задач виброзащиты и виброизоляции заключается в том, что, как правило, динамическое состояние связано с обобщенными координатами положения объекта, которые являются «выходными сигналами», а «вход» представляет собой смещение основания (кинематическое воздействие) или силу, прикладываемую к объекту защиты или фрагментам

виброзащитной системы («силовое воздействие»). Отношения выходных и входных сигналов могут иметь различную физическую природу, а, следовательно, и размерность: отношение выхода в виде смещения к силе как входному сигналу характеризует податливость виброзащитной системы (ВЗС) в данной точке, инверсия отношения определяет упругие свойства (жесткость). Последнее дает возможность ввести в рассмотрение понятия динамической и статической жесткостей. Динамическая жесткость определяется через соответствующую передаточную функцию системы и является комплексной величиной, а характеристики динамической жесткости зависят от частоты внешнего воздействия. По существу, механическая система между основанием и выбранным объектом защиты, состоящая из различных звеньев, в том числе из расширенного набора типовых элементов [1], может рассматриваться как обобщенная пружина.

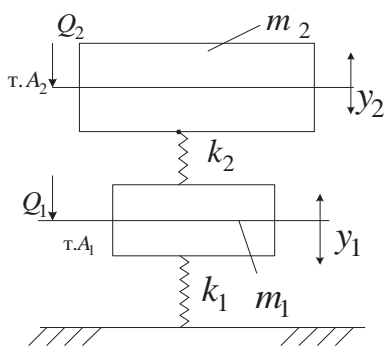
Аналогично может рассматриваться и ситуация в статике, когда в передаточной функции (ПФ) принимается  $p = 0$  ( $p = j\omega$  – переменная Лапласа) и оцениваются статическая жесткость или коэффициент упругости для данной пары выбранных точек «вход-выход». Если в системе имеется несколько степеней свободы, то коэффициент упругости (или жесткости) может определяться не только в точке приложения силы, пару соответствия могут составить любые две точки, что предполагает в системе возможность оценивать различные виды коэффициентов упругости.

Рассмотрим основы такого подхода. На рис. 1 приведена расчетная схема цепной системы с двумя степенями свободы.

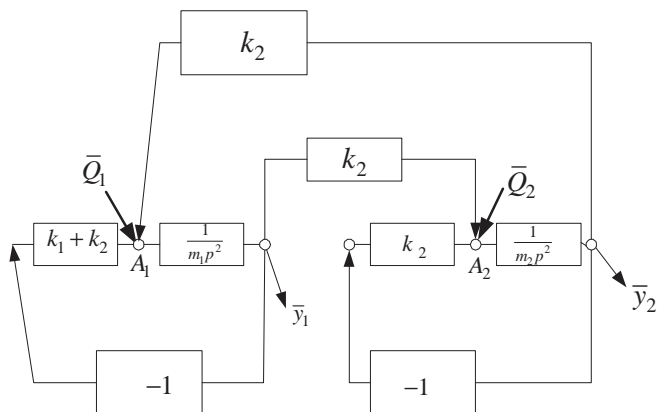
Система дифференциальных уравнений движения имеет вид:

$$m_1 \ddot{y}_1 + k_1 y_1 + k_2 y_1 - k_2 y_2 = Q_1, \quad m_2 \ddot{y}_2 + k_2 y_2 + k_2 y_1 = Q_2. \quad (1)$$

Соответствующая (1) структурная схема представлена на рис. 2.



**Рис. 1.** Расчетная схема цепной виброзащитной системы ( $y_1, y_2$  – обобщенные координаты;  $k_1, k_2$  – упругости пружин;  $m_1, m_2$  – массы элементов ВЗС)



**Рис. 2.** Структурная схема ВЗС, соответствующая исходной расчетной схеме ВЗС

Будем полагать, что особенность системы заключается в том, что между внешними силами  $Q_1$  и  $Q_2$  существует связь, определяемая соотношением:

$$Q_1 = \alpha Q_2 \text{ или } Q_1 = Q, Q_2 = Q\alpha. \quad (2)$$

Здесь  $\alpha$  – коэффициент связи между силами (может быть положительным и отрицательным). Запишем передаточные функции системы для возможных пар «сила-смещение»:

$$W_1(p) = \frac{\bar{y}_1}{Q_1} = \frac{\bar{y}}{Q} = \frac{m_2 p^2 + k_2(1 + \alpha)}{A_0}, \quad (3)$$

$$W_2(p) = \frac{\bar{y}_2}{Q} = \frac{\alpha(m_1 p^2 + k_1 + k_2)}{A_0}, \quad (4)$$

где

$$A_0 = (m_1 p^2 + k_1 + k_2)(m_2 p^2 + k_2) - k_2^2 - \quad (5)$$

характеристическое уравнение.

Полагая, что  $p = 0$ ,  $Q_1 = const$ ,  $Q_2 = const$ ,  $\alpha$  изменяется в пределах от 0 до некоторого значения  $Q$ . Точки приложения сил  $Q_1$  и  $Q_2$  на рис. 1 и 2 обозначены как точки  $A_1$  и  $A_2$ . Если  $Q_1$  приложена в точке  $A_1$ , и точка наблюдения совпадает с точкой приложения силы, то  $k_{11}$  определится из передаточной функции (4), тогда:

$$k_{11} = \frac{k_1}{1 + \alpha}. \quad (6)$$

Если сила  $Q_1$  приложена в т.  $A_1$ , а наблюдается точка  $A_2$ , то приведенная жесткость  $k_{12}$  может быть найдена из следующих соображений.

Система имеет два входных сигнала  $Q_1$  и  $Q_2$ , поэтому:

$$\bar{y}_2 = W_1' Q_1 + W_2' Q_2, \quad (7)$$

при этом:

$$W_1' = \frac{\bar{y}_2}{Q_1 (Q_2 = 0)} = \frac{k_2}{A_0}, \quad (8)$$

$$W_2' = \frac{\bar{y}_2''}{Q_2 (Q_1 = 0)} = \frac{m_1 p^2 + k_1 k_2}{A_0}. \quad (9)$$

Так как  $\bar{y}_2 = \bar{y}_2' + \bar{y}_2''$ , то:

$$\bar{y}_2 = \frac{k_2 Q_1 + Q_2 (m_1 p^2 + k_1 + k_2)}{A_0}. \quad (10)$$

Рассмотрим статические взаимодействия в цепных системах. С учетом соотношения (2) получим:

$$\frac{\bar{y}_2}{Q} = \frac{k_2 + \alpha(k_1 + k_2)}{k_1 k_2} \text{ (при } p = 0 \text{)}. \quad (11)$$

Приведенная жесткость  $k_{12}$  в конечном итоге определится:

$$k_{12} = \frac{k_1 k_2}{k_2 + \alpha(k_1 + k_2)} = \frac{k_1 k_2}{2k_1 + (1 + \alpha)k_2}. \quad (12)$$

Если сила  $Q_2$  приложена в точке  $A_2$ , то приведенная жесткость в точке  $A_2$  имеет вид (при совпадении точки приложения силы и точки наблюдения), исходя из (4):

$$k_{22} = \frac{k_1 k_2}{k_2 + \alpha(k_1 + k_2)} = \frac{k_1 k_2}{k_1 \alpha - k_2(1 + \alpha)}, \quad (12')$$

то есть  $k_{22}$  и  $k_{12}$  совпадают. При силе  $Q_2$ , приложенной в точке  $A_2$  и точке наблюдения  $A_1$  аналогично,  $\bar{y}_1 = y_1' + y_1''$ , где  $y_1' = W^{III} Q_2 + W^{IV} Q_1$ ; в свою очередь,  $W^{III} = \frac{\bar{y}_1'}{Q_2 (Q_1 = 0)} = \frac{k_2}{A_0}$ ;  $W^{IV} = \frac{\bar{y}_1''}{Q_1 (Q_2 = 0)} = \frac{m_2 p^2 + k_2}{A_0}$ ; окончательно  $\frac{\bar{y}_1}{Q} = \frac{(m_2 p^2 + k_2)\alpha + k_2}{A_0}$ , откуда при

$p = 0$   $k_{21} = \frac{k_1}{1 + \alpha}$ , что совпадает с выражением (6). Та-

ким образом, в данном случае  $k_{11} = k_{21}$ ,  $k_{22} = k_{12}$ . Полученные результаты, на первый взгляд, не совпадают с данными, приведенными в [8], однако если в [8] принять, что для определения  $k_{11}$  и  $k_{12}$  было принято:  $\alpha = 0$ , а при вычислении  $k_{22}$  и  $k_{21}$  было взято  $Q_1 = 0$ , а  $Q_2 = Q(\alpha = 1)$ , то из (6) следует  $k_{11} = k_1$ ; из выражения (12) –  $k_{12} = k_1$ ; из (12'), с учетом того, что в знаменателе

один член  $k_2$  уходит, получим  $k_{22} = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$ , а

$k_{21} = k_1$ . Таким образом, если сравнить результаты, то с учетом одноканальности внешнего воздействия в [8] представленные в настоящей работе результаты можно рассматривать как обобщение, приводимое к ранее полученным данным.

Рассмотрим динамические свойства цепных систем. Из выражений (3) и (4) можно получить режимы динамического гашения колебаний – по координате  $y_1$ :

$$\omega_1^2 = \frac{(\alpha + 1)k_2}{m_2}; \quad (13)$$

по координате  $y_2$ :

$$\omega_{2\text{дин}}^2 = \frac{\alpha k_1 + k_2(1 + \alpha)}{\alpha m_1} = \frac{(k_1 + k_2) + k_2 / \alpha}{m_1}; \quad (14)$$

по координатам  $y_2 - y_1$ :

$$\omega_{(y_2 - y_1)\text{дин}}^2 = \frac{k_1}{m_1 - \alpha m_2}. \quad (15)$$

## Выводы

Таким образом, рассмотрение расчетной схемы на рис. 1 с учетом групповых или комбинационных связей между внешними силовыми воздействиями вносит существенные изменения в представления о динамических свойствах системы; в частности, частота динамического гашения по координате  $y_1$  становится зависимой от  $\alpha$ , которое, в свою очередь, может изменяться в пределах  $(-\infty \leq \alpha \leq \infty)$  (во всяком случае,  $\alpha$  может принимать положительные и отрицательные значения). Кроме того, при двухканальном возмущении появляется возможность получать и другие режимы динамического гашения. В этом плане использование или учет групповых или комбинационных свойств силового возмущения (в данном случае физический смысл заключается в реализации двухканального входа) представляет собой способ управления динамическим состоянием системы вибрационной защиты объекта. Ряд интересных исследований в этом направлении получил отражение в работах [10, 11].

Если рассматривать цепные механические системы с большим числом степеней свободы, то методическая основа исследований остается той же, однако исходная система может рассматриваться уже с тремя входными сигналами при соответствующем установлении связей с сигналом, который будет считаться основным; к примеру, при трех внешних воздействиях  $Q_1, Q_2, Q_3$  можно полагать, что рассматривается групповая или комбинационная система  $Q_1; Q_2 = Q_1\alpha; Q_3 = Q_1\beta$ . Коэффициенты  $\alpha$  и  $\beta$  имеют особое значение при равенстве нулю, поскольку система в этом случае переходит в иное состояние – меняется число внешних каналов.

## Литература

1. Елисеев С.В., Резник Ю.Н., Хоменко А.П. Мехатронные подходы в динамике механических колебательных систем. Новосибирск: Наука, 2011. 394 с.
2. Дент-Гартог Дж. Механические колебания. М.: Наука, 1962. 530 с.
3. Корнев Б.Г., Резников П.М. Динамические гасители колебаний. Теория и технические приложения. М.: Наука, 1963. 535 с.
4. Елисеев С.В., Нерубенко Г.П. Динамические гасители колебаний. Новосибирск: Наука, 1982. 212 с.
5. Eliseev S.V., Lukyanov A.V., Reznik Yu.N., Khomenko A.P. Dynamics of mechanical systems with additional ties. Irkutsk: Irkutsk State University of Railway Engineering, 2006. 310 p.
6. Ермошенко Ю.В. Управление вибрационным состоянием в задачах виброзащиты и виброизоляции: дис. ... канд. техн. наук. Иркутск: ИГУПС, 2002. 185 с.
7. Елисеев С.В., Резник Ю.Н., Трофимов А.Н. Задачи динамического гашения колебаний как задачи введения дополнительных обратных связей в управлении состоянием объектов // Труды XVI Всероссийской научной конференции «Информационные и математические технологии в науке и управлении». Иркутск, 2010. Т. 2. С. 7-16.

8. Елисеев С.В., Ермошенко Ю.В., Гордеева А.А. Приведенная жесткость и передаточная функция виброзащитной системы при стационарных и периодических воздействиях // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2011. № 1 (29). С. 74-80.
9. Белокобыльский С.В., Елисеев С.В., Кашуба В.Б. Математическое моделирование в механических колебательных системах. Мехатронные подходы // Проблемы машиностроения и автоматизации. 2011. № 3. С. 70-78.
10. Белокобыльский С.В., Елисеев С.В., Кашуба В.Б. Прикладные задачи структурной теории виброзащитных систем. СПб.: Политехника, 2013. 374 с.
11. Банина Н.В. Структурные методы динамического синтеза колебательных механических систем с учетом особенностей физических реализаций обратных связей: дис. ... канд. техн. наук. Иркутск, 2006. 196 с.
12. Мамаев Л.А., Кашуба В.Б., Ситов И.С., Кобзов Д.Ю., Вершинский Н.А. Диск сглаживающий рабочий орган: пат. 2332300 Рос. Федерация. № 2006144025/03; заявл. 11.12.2006; опубл. 27.08.08. Бюл. № 24.
13. Белокобыльский С.В., Мамаев Л.А., Кашуба В.Б., Ситов И.С. Динамически уравновешенная бетоноотделочная машина: пат. 74338 Рос. Федерация. № заявки 2007149505/22; заявл. 27.12.2007; опубл. 27.06.07. Бюл. № 18.

## References

1. Eliseev S.V., Reznik Yu.N., Homenko of A.P. Mechatronic approaches in dynamics of mechanical oscillatory systems. Novosibirsk: Nauka. 2011. 394 p.
2. Dent-Gartog J. Mechanical oscillations. M.: Nauka, 1962. 530 p.
3. Korenev B.G., Reznikov P.M. Dynamic quenchers of fluctuations. Theory and technical appendices. M.: Nauka, 1963. 535 p.
4. Eliseev S.V., Nerubenko G.P. Dynamic quenchers of fluctuations. Novosibirsk: Nauka, 1982. 212 p.
5. Eliseev S.V., Lukyanov A.V., Reznik Yu.N., Khomenko A.P. Dynamics of mechanical systems with additional ties. Irkutsk: Irkutsk State University of Railway Engineering, 2006. 310 p.
6. Ermoshenko Yu.V. Management of a vibration state in problems of vibroprotection and vibration insulation: Dissertation for the degree of Candidate of Technical Science. IrGUPS. Irkutsk, 2002. 185 p.
7. Eliseev S.V., Reznik Yu.N., Trofimov A.N. Problems of dynamic clearing of fluctuations as problems of introduction of additional feedback in management of a condition of objects // Trudy XVI Vserossijskoj nauchnoj konferencii «Informacionnye i matematicheskie tehnologii v nauke i upravlenii». Irkutsk, 2010. Vol. 2. P. 7-16.
8. Eliseev S.V., Ermoshenko Yu.V., Gordeyeva A.A. Given rigidity and transfer function of vibroprotective system at stationary and periodic influences // Sovremennye tehnologii. Sistemnyj analiz. Modelirovanie. 2011. № 1 (29). P. 74 – 80.
9. Belokobylsky S.V., Eliseev S.V., Kashuba V.B. Mathematical modelling in mechanical oscillatory systems. Mechatronic approaches // Problemy mashinostroenija i avtomatizacii. 2011. No. 3. P.70-78.
10. Belokobylsky S.V., Eliseev S.V., Kashuba V.B. Applied tasks of the structural theory of vibroprotective systems. SPb: Politehnika, 2013. 374 p.
11. Banina N. V. Structural methods of dynamic synthesis of oscillatory mechanical systems with taking into account the features of physical realization of the feedback: Dissertation for the degree of Candidate of Technical Science. Irkutsk, 2006. 196 p.
12. Mamayev L.A., Kashuba V.B., Sitov I.S., Kobzov D.Yu., Verzhinsky N.A. Disk smoothing-down working body. pat. № 2332300 Rus. Federation. № 2006144025/03; decl. 11.12.2006; publ. 27.08.08. Bull. № 24.
13. Belokobylsky S. V., Mamayev L.A., Kashuba V.B., Sitov I.S. Dynamically-balanced concrete-finishing machine. pat. № 74338 Rus. Federation. № 2007149505/22; decl. 27.12.2007; publ. 27.06.07. Bull. № 18.