

УДК 629.114.2:629.11.013

## Выбор экспериментального закона распределения динамических параметров бульдозерного агрегата при экспериментальных исследованиях

С.П. Ереско<sup>1,а</sup>, Т.Т. Ереско<sup>1,б</sup>, А.А. Климов<sup>2,с</sup>, А.В. Стручков<sup>1,д</sup>

<sup>1</sup>Сибирский государственный аэрокосмический университет им. академика М.Ф. Решетнева, пр. им. Газеты «Красноярский рабочий» 31, Красноярск, Россия

<sup>2</sup>Красноярский институт железнодорожного транспорта Иркутского государственного университета путей сообщения, ул. Л. Кецохели 89, Красноярск, Россия

<sup>а</sup>eresko07@mail.ru, <sup>б</sup>ereskott@mail.ru, <sup>с</sup>anatoly.klimoff2013@yandex.ru, <sup>д</sup>str-alex-v@mail.ru

Статья поступила 7.02.2014, принята 15.04.2014

*Рассмотрен вопрос определения и выбора законов распределения силовых и скоростных параметров мобильных агрегатов в процессе их экспериментальных исследований с учетом того, что в ряде случаев в процессе анализа требуется совмещение статистических характеристик со стендовыми или другими (тяговыми) характеристиками. При этом требуется графическая интерпретация закона распределения, получить которую по традиционным характеристикам распределения не представляется возможным. Кроме того, применение нормального закона предполагает рассеивание случайных величин симметрично относительно центрального момента, в то время как многие силовые и скоростные параметры исследуемых агрегатов имеют естественное ограничение плотности распределения как с правой, так и с левой стороны. Предложена методика для получения графической интерпретации плотности распределения параметра по характеристикам распределения или, при необходимости, создания картины случайного изменения любого параметра мобильного агрегата при теоретических исследованиях. Предложенная методика заключается в применении вместо нормального закона распределения усеченного нормального закона, при этом совмещение экспериментального и теоретического законов производится не по математическому ожиданию, а по величине наибольшей вероятности, т. е. по моде экспериментальной кривой плотности распределения.*

**Ключевые слова:** нормальный закон распределения случайных величин, усеченный нормальный закон распределения случайных величин, математическое ожидание, мода экспериментальной кривой плотности распределения, функция распределения.

## Choosing the experimental law of distribution of dynamic parameters of the bulldozer unit at pilot studies

S.P. Eresko<sup>1,а</sup>, T.T. Eresko<sup>1,б</sup>, A.A. Klimov<sup>2,с</sup>, A.V. Struchkov<sup>1,д</sup>

<sup>1</sup>Siberian State Aerospace University after academician Mikhail F. Reshetnev; 31 Krasnoyarsky Rabochy Av., Krasnoyarsk, Russia

<sup>2</sup>Krasnoyarsk Institute of Railway Transport of Irkutsk State Transport University, 89 L. Ketskhoveli St., Krasnoyarsk, Russia

<sup>а</sup>eresko07@mail.ru, <sup>б</sup>ereskott@mail.ru, <sup>с</sup>anatoly.klimoff2013@yandex.ru, <sup>д</sup>str-alex-v@mail.ru

Received 7.02.2014, accepted 15.04.2014

*The article deals with the idea of the definition and choice of laws of distribution of power and speed parameters of mobile units in the pilot studies, taking into consideration that in some cases the analysis process is combining statistical characteristics with power or other (traction) characteristics. This requires a graphical interpretation of the distribution law, which cannot be received when using the traditional characteristics of distribution. Furthermore, the use of normal law involves scattering of random variables under rule of three while many power and speed parameters of aggregates have a natural frequency constraint, both on the right side and left side. The technique for receiving a graphical interpretation of the density parameter distribution by distribution characteristics, or, in case of necessity, for creating a picture of accidental changes of any parameter of a mobile unit in theoretical research has been proposed. The proposed technique consists in using normal truncated law instead of the normal distribution law. Combining experimental and theoretical laws have been done not on mathematical expectation but on the range of maximum probability, i.e. on the mode of the experimental curve of density distribution.*

**Keywords:** normal law of random variables distribution, the truncated normal law of random variables distribution, mathematical expectation, mode of the experimental curve of density distribution, distribution function

**Введение.** В процессе обработки экспериментальных данных с использованием математической статистики возникает вопрос определения законов распределения силовых и скоростных параметров агрегата. Ме-

тодика этого определения через гистограммы распределения отработана, и этому вопросу посвящено достаточно много работ [1, 2]. Следует отметить, что большинство исследователей [3, 4 и др.] относят получен-

ные статистические распределения к смещенному нормальному закону (используя критерии согласия Пирсона или Колмогорова), оценивая согласованность формы статистического распределения нормальному закону при помощи второго и третьего центральных моментов – асимметрии (А) и эксцесса (Е). Считается хорошим согласованием статистического и теоретического (нормального) законов при  $A, E \leq 0,5$ .

Как правило, в научных отчетах фигурируют статистические характеристики распределений – математическое ожидание и первые четыре центральных момента, величины эксцесса и асимметрии иногда составляют более  $\pm 10$ . В целом с такой постановкой можно согласиться, но в ряде случаев в процессе анализа требуется совмещение статистических характеристик со стендовыми или другими (тяговыми) характеристиками, и при этом требуется графическая интерпретация закона распределения. Получить такую интерпретацию по характеристикам распределения не представляется возможным. Кроме того, применение нормального закона предполагает рассеивание случайных величин симметрично относительно математического ожидания, в то время как многие силовые и скоростные параметры исследуемого агрегата имеют естественное ограничение плотности распределения как с правой, так и с левой стороны. Например, характер протекания входных параметров двигателя – числа оборотов и крутящих моментов предполагает ограничение с правой стороны за счет действия регулятора ТНВД, а с левой стороны – за счет ограничения по моменту сцепного веса (при достаточной мощности двигателя). Т. е. практическая зона изменения многих параметров несимметрична относительно центрального момента, а появление значений некоторых параметров за пределами зоны естественного ограничения вообще маловероятно. Следовательно, в большинстве случаев плотность распределения параметров соответствует в реальных условиях усеченному нормальному закону (рис. 1).

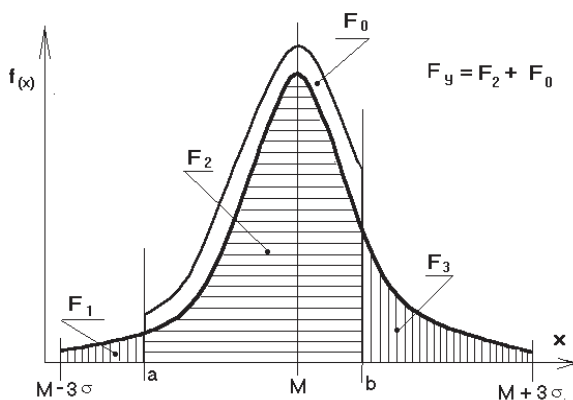


Рис. 1. Схема перехода от нормального закона распределения к усеченному нормальному закону распределения параметра

Складывается такая ситуация: исследователи уславливают экспериментальные законы распределения параметров исследуемого мобильного агрегата, определяют их числовые характеристики, затем заменяют теоретическим, обычно нормальным, при тех же параметрах, и последующие анализы ведут, используя чи-

словые характеристики теоретического закона. Проведенные нами исследования [3, 5, 6] показывают, что при этом наибольшие вероятности параметров при теоретическом и экспериментальном законах не всегда равнозначны.

**Методы и результаты исследования.** Это устраняется применением вместо нормального закона распределения усеченного нормального закона. Но при этом совмещение экспериментального и теоретического законов должно производиться не по математическому ожиданию, а по величине наибольшей вероятности, т. е. по моде экспериментальной кривой плотности распределения.

При переходе от нормального закона распределения к усеченному нормальному необходимо исходить из того, что  $F_{\text{усеченного}} = F_{\text{нормального}} = 1$ .

Т. к.  $F_H = F_1 + F_2 + F_3$ , а  $F_y = F_2 + F_0 = K \cdot F_H$  при  $a < x < b$ , то можно записать:

$$K \int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_{M-3\sigma}^a f(x) dx + \int_b^{M+3\sigma} f(x) dx,$$

тогда

$$K = 1 + \frac{\int_a^b f(x) dx + \int_b^{M+3\sigma} f(x) dx}{\int_a^b f(x) dx}.$$

Во многих справочных пособиях приводятся табличные значения нормальной функции распределения (функции Лапласа)  $\Phi(x)$ , используя которые для определения коэффициента  $K$ , можно проще восстановить графическую картину экспериментального распределения. Функцию плотности вероятности распределения  $f(x)$  с параметрами  $M$  и  $\sigma$  выразим через нормальную функцию распределения [1, 2]:

$$f(x) = \Phi\left(\frac{x-M}{\sigma}\right),$$

тогда:

$$K = 1 + \frac{\frac{1}{2}[\Phi(a) - \Phi(M-3\sigma)] + \frac{1}{2}[\Phi(M+3\sigma) - \Phi(b)]}{\frac{1}{2}[\Phi(b) - \Phi(a)]}.$$

Делая преобразования, получаем:

$$K = \frac{2\Phi(3)}{\Phi\left(\frac{b-M}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{a-M}{\sigma}\right)}.$$

Окончательно:

$$K = \frac{1,9974}{\Phi\left(\frac{b-M}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{a-M}{\sigma}\right)}.$$

И тогда плотность усеченного нормального распределения параметра определяется:

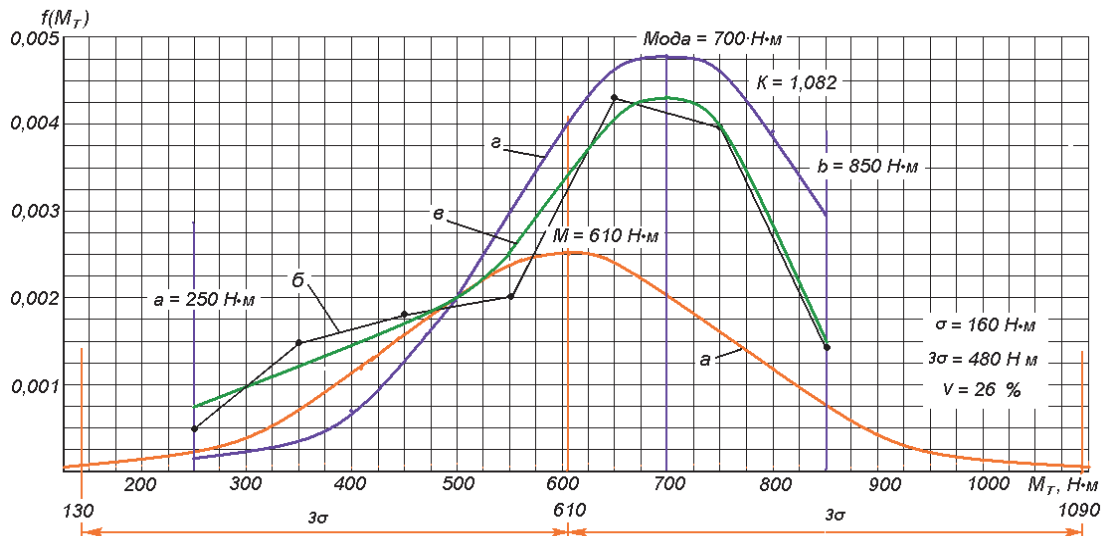
$$f(x) = \frac{K}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-M)^2}{2\sigma^2}}$$

Приведенную методику можно использовать для получения графической интерпретации плотности распределения параметра по характеристикам распределения или, при необходимости, для создания картины случайного изменения любого параметра мобильного агрегата при теоретических исследованиях.

Например, при экспериментальном исследовании динамической нагруженности элементов гидромеханической трансмиссии бульдозерного агрегата с гусеничным двигателем была получена вариационная кривая нормального распределения крутящего момента на

турбине гидротрансформатора с отрицательной асимметрией и отрицательным эксцессом, имеющая следующие числовые характеристики нормально распределенной случайной величины: математическое ожидание  $M = 610 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ; среднее квадратичное отклонение  $\sigma = 160 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ; коэффициент вариации  $V = 26 \%$ ;  $3\sigma = 480 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ;  $M + 3\sigma = 1090 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ;  $M - 3\sigma = 130 \text{ Н}\cdot\text{м}$ .

На рис. 2 приведены кривые распределения крутящего момента на турбине гидротрансформатора: кривая нормального распределения; ломаная экспериментального распределения, вариационная кривая распределения, полученная аппроксимированием ломаной экспериментального распределения, и кривая усеченного нормального распределения.



**Рис. 2.** Кривые распределения крутящего момента на турбине гидротрансформатора: а – кривая нормального распределения; б – экспериментальное распределение; в – аппроксимированная кривая экспериментального распределения; г – кривая усеченного нормального распределения

Зона максимальной вероятности на кривой нормального распределения соответствует математическому ожиданию ( $M = 610 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ). В реальной действительности, как показывает вариационная кривая (рис. 2, в) распределения, эта величина равна  $700 \text{ Н}\cdot\text{м}$ . Как видно из сравнения этих кривых, разница составляет  $14,8 \%$ .

Таким образом, анализ результатов экспериментальных исследований по математическому ожиданию уже определяет ошибку при расчетах напряжений в конструкции (занижает предел прочности). Это может привести к снижению запаса прочности конструкции.

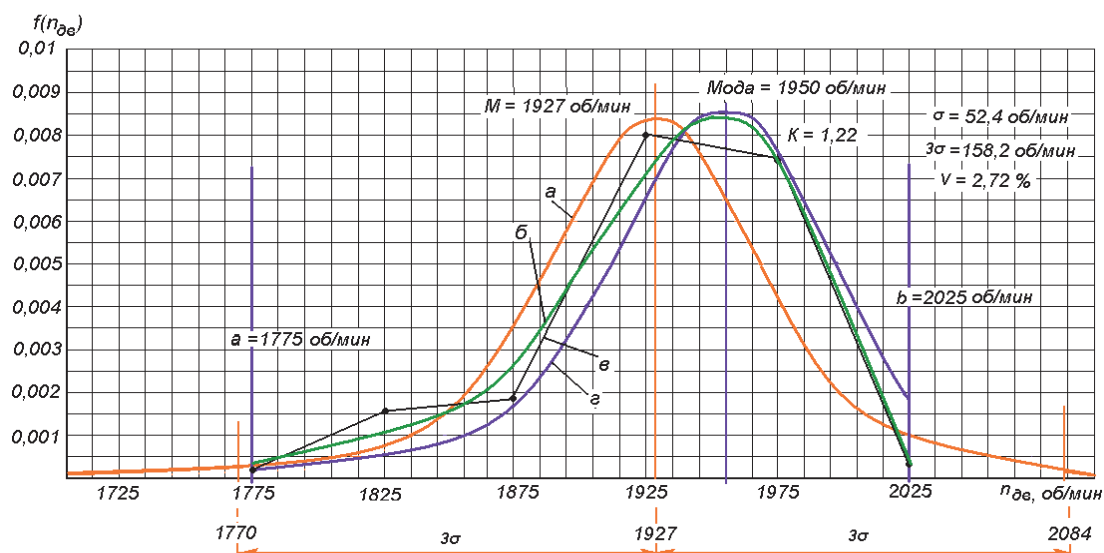
Приведенное распределение данного параметра по усеченному нормальному закону с заданными ограничениями по оси абсцисс показывает, что зона наибольшей вероятности практически совпадает с экспериментальным значением.

При анализе скоростных параметров получаем аналогичный результат. Кривые распределения оборотов двигателя бульдозерного агрегата приведены на рис. 3.

Вариационная кривая (рис. 3, в) распределения оборотов двигателя бульдозерного агрегата имеет отрица-

тельную асимметрию и положительный эксцесс, а также следующие характеристики нормально распределенной случайной величины: математическое ожидание –  $M = 1927 \text{ об/мин}$ ; среднее квадратичное отклонение  $\sigma = 52,4 \text{ об/мин}$ ; коэффициент вариации параметра  $V = 2,7 \%$ ;  $3\sigma = 157,2 \text{ об/мин}$ ,  $M + 3\sigma = 2084 \text{ об/мин}$ ,  $M - 3\sigma = 1770 \text{ об/мин}$ .

Зона максимальной вероятности на кривой нормального распределения соответствует математическому ожиданию ( $M = 1927 \text{ об/мин}$ ). В реальной действительности по экспериментальному распределению максимальная вероятность составляет  $n_{0a} = 1950 \text{ об/мин}$ , т. е. разница составляет  $1,2 \%$ . Приведенное распределение данного параметра по усеченному нормальному закону показывает, что зона наибольшей вероятности практически совпадает с экспериментальным значением. Указанная поправка может учитываться при регулировании топливной аппаратуры дизеля и повысить экономичность его работы.



**Рис. 3.** Кривые распределения оборотов двигателя бульдозерного агрегата: а – кривая нормального распределения; б – экспериментальное распределение; в – аппроксимированная кривая экспериментального распределения; г – кривая усеченного нормального распределения

### Вывод

Предложенная методика выбора и использования усеченного нормального закона распределения экспериментальных динамических параметров позволяет повысить точность определения динамических параметров бульдозерных агрегатов, что позволяет снизить ошибку при расчетах напряжений в их конструкции при имитации работы в условиях эксплуатации при вероятностном характере нагрузок.

### Литература

1. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. Изд. 5-е. М.: Высшая школа. 1998. 574 с.
2. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. Изд. 9-е. М.: Высшая школа, 2003. 479 с.
3. Стручков А.В. Исследование и совершенствование элементов гидромеханической трансмиссии гусеничного бульдозера: дис. ... канд. техн. наук. Красноярск, 2009. 179 с.
4. Климов А.А., Стручков А.В. К вопросу определения податливости грунтов при построении динамических моделей тракторов, агрегатированных бульдозерами // Вестн. Крас. гос. агр. ун-та. 2008. № 2. С. 204-209.
5. Ереско Т.Т., Климов А.А., Стручков А.В. Оптимизация бульдозерного агрегата с учетом вероятностного характера усло-

вий эксплуатации // Строительные и дорожные машины. 2013. № 9. С. 16-19.

6. Ереско С.П., Ереско Т.Т., Стручков А.В., Кочкун В.С., Климов А.А. Математическое моделирование динамической нагруженности трансмиссионных систем с учетом диссипативных процессов // Строительные и дорожные машины. 2013. № 12. С. 32-37.

### Reference

1. Wentzel, E.S. Theory of probability. Izd. 5-e. M.: Vysshaja shkola. 1998. 574 p.
2. Gmurman, V.E. Theory of probability and mathematical statistics. Izd. 9-e. M.: Vysshaja shkola, 2003. 479 p.
3. Struchkov A. V. Research and development elements of the hydro-mechanical transmission of caterpillar bulldozers: Dissertation for the degree of Candidate of Technical Science. Krasnoyarsk, 2009-179p.
4. Klimov A.A. About determination of the soil susceptibility when building dynamic models of tractors, packaged with bulldozers // Vestn. Kras. gos. agr. un-ta. 2008. № 2. P. 204-209.
5. Eresko, T. T. Optimization of bulldozer package system with machine probabilistic character of operating conditions. // Stroitel'nye i dorozhnye mashiny. 2013. № 9. P. 16-19.
6. Eresko, S. P. Mathematical modelling of dynamic loading of transmission systems when taking into account dissipative processes // Stroitel'nye i dorozhnye mashiny. 2013. № 12. P. 32-37.