

УДК 630.370

## Математические модели работы лесопогрузчика с учетом наклона корпуса при наборе груза

В.Ф. Полетайкин<sup>a</sup>, С.Ю. Гуськов<sup>b</sup>

Сибирский государственный технологический университет, пр. Мира 82, Красноярск, Россия

<sup>a</sup>poletaikin\_vf@mail.ru, <sup>b</sup>guskov\_gs@list.ru

Статья поступила 27.11.2013, принята 02.02.2014

*В настоящее время в лесной промышленности России при заготовке древесного сырья в виде хлыстов и деревьев с кроной применяются лесопогрузчики перекидного типа ЛТ-188, ЛТ-240. В качестве базовых машин этих лесопогрузчиков используются лесопромышленные тракторы ТТ-4М, ТЛТ-100-04(06). Особенность работы этих лесопогрузчиков заключается в том, что при переносе груза из положения набора в положение укладки изменяется центр вращения технологического оборудования и груза, при этом возникает режим совместного вращения груза и машины. Лесопогрузчик при наборе груза наклоняется вперед и опирается на грунт специальными упорами, расположенными в передней части корпуса базовой машины, задние балансирные каретки и корпус машины полностью отрываются от опорной поверхности. Вследствие этого в процессе переноса груза из положения набора в положение его укладки происходит соударение лесопогрузчика с опорной поверхностью погрузочной площадки. При этом возникают значительные динамические нагрузки, передающиеся на элементы конструкции машины. В предлагаемой статье разработаны математические модели, позволяющие определять и исследовать нагруженность технологического оборудования лесопогрузчика с учетом влияния конструктивных и эксплуатационных факторов (угловая скорость вращения стрелы, масса груза, угол наклона лесопогрузчика в продольно-вертикальной плоскости).*

**Ключевые слова:** лесопогрузчики гусеничные, лесопромышленные тракторы, технологическое оборудование, динамические нагрузки, математическая модель.

## Mathematical models of timber loader work with body inclination in load lifting

V.F. Poletaikin<sup>a</sup>, S.Yu. Guskov<sup>b</sup>

Siberian State Technological University, 82 Mira Ave., Krasnoyarsk, Russia

<sup>a</sup>poletaikin\_vf@mail.ru, <sup>b</sup>guskov\_gs@list.ru

Received 27.11.2013, accepted 02.02.2014

*Nowadays timber overloaders, such as LT-188 and LT-240, are applied in Russian timber industry when harvesting wood raw materials in the form of tree trunks and trees with crowns. Timber industry tractors, such as TT-4M, TLT-100-04(06), are used as basic overloaders. Feature of such timber loader work is that rotation center of processing equipment and the load is changed from load lifting position to load laying position, thus, there is a mode of joint rotation of the load and the loader. When lifting the load, the timber loader bends forward and leans on soil with special supports located in the forepart of the basic loader, back balanced carriages and loader body leave the ground completely. Hence when carrying the load from load lifting position to load laying position, timber loader recollide with support surface of loading ramp. Thus, considerable dynamic loadings transferring to elements of machine design are appeared. The article presents mathematical models for defining and researching the loading level of processing equipment of a timber loader, taking into account influence of efficiency and operational factors (angular speed of loader boom rotation, load mass, tilting angle of a timber loader in longitudinal-vertical flat surface).*

**Keywords:** caterpillar timber loaders, timber industry tractors, processing equipment, dynamic loadings, mathematical model.

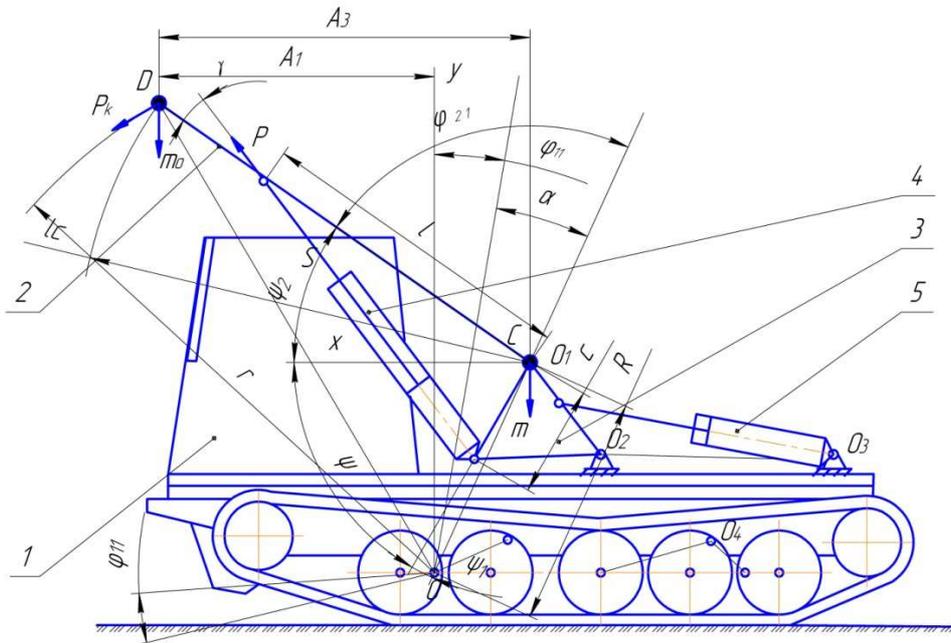
**Введение.** При наборе груза и перемещении его в транспортное положение, в связи с недостаточной продольной устойчивостью, лесопогрузчик наклоняется вперед до соприкосновения специальных упоров, установленных на корпусе машины, с опорной поверхностью. Угол наклона корпуса базовых машин ТТ-4М и ТЛТ-100 при этом составляет соответственно 9° и 11°. При этом задние балансирные каретки полностью отрываются от опорной поверхности. В таком положении происходит подъем груза до того момента, когда опро-

кидывающий момент от груза будет равен удерживающему моменту лесопогрузчика. При дальнейшем подъеме происходит одновременное перемещение груза вокруг оси вращения стрелы и вращение лесопогрузчика с грузом относительно оси передней балансирной каретки до тех пор, пока задние балансирные каретки лесопогрузчика не встанут на грунт. В момент соударения задней части гусениц с опорной поверхностью лесопогрузчик резко перестает вращаться относительно оси переднего балансира, а груз продолжает

вращение относительно оси поворота стрелы. Это обуславливает возникновение дополнительных нагрузок как на технологическое оборудование, так и на ходовую систему базового трактора. Величина этих нагрузок зависит от массы груза, скорости его перемещения, свойств опорной поверхности погрузочной площадки, а также параметров кинематики и гидросистемы технологического оборудования. Для моделирования работы

системы и определения величины возникающих динамических нагрузок в данном режиме необходимо составить систему уравнений с учетом числа степеней свободы системы «базовый трактор – технологическое оборудование – груз», свойств груза, а также ее математическую модель, описывающую движение системы.

Расчетная схема системы представлена на рис. 1.



**Рис. 1.** Расчетная схема системы «базовый трактор - технологическое оборудование – груз»: 1 – базовый трактор; 2 – стрела; 3 – поворотное основание; 4 – гидроцилиндр поворота стрелы; 5 – гидроцилиндр поворота основания

Принятые обозначения при составлении расчетной схемы и уравнений движения:  $m_0$  – масса груза и подвижных частей технологического оборудования, приведенные к точке D;  $P_K$  – кориолисова сила инерции;  $P$  – усилие на штоке гидроцилиндра поворота стрелы;  $l_C$  – длина стрелы;  $S$  – длина гидроцилиндра поворота стрелы;  $m$  – масса базовой машины и неподвижных частей технологического оборудования, приведенная к оси вращения стрелы (к точке C);  $O, O_4$  – оси вращения соответственно переднего и заднего балансиров базовой машины;  $r, R$  – радиусы инерции относительно оси O соответственно масс  $m_0$  и  $m$ . Другие обозначения понятны из рис. 1. Положение рассматриваемой системы в любой момент времени однозначно определяют параметры  $\varphi_{11}, \varphi_{21}$ , которые и принимаются за координаты системы. Таким образом, система обладает двумя степенями свободы.

Записываем уравнения Лагранжа второго рода:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_{11}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_{11}} &= Q_{\varphi_{11}} \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_{21}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_{21}} &= Q_{\varphi_{21}} \end{aligned} \quad (1)$$

где  $T$  – кинетическая энергия системы;  $\varphi_{11}, \varphi_{21}$  – перемещения центров масс (обобщенные координаты системы);

$Q_{\varphi_{11}}$  – сила, соответствующая координате  $\varphi_{11}$ ;

$Q_{\varphi_{21}}$  – сила, соответствующая координате  $\varphi_{21}$ ;

Кинетическая энергия системы

$$T = T_1 + T_2; \quad (2)$$

где  $T_1$  – кинетическая энергия масс базового трактора и неподвижных частей технологического оборудования, приведенных в точку  $O_1$  (рисунок 1).

$$T_1 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot R^2 \cdot \dot{\varphi}_{11}^2, \quad (3)$$

Масса груза и подвижных частей рабочего оборудования, приведенная к точке D, совершает сложное движение относительно точки O, вследствие этого её кинетическая энергия представляет собой сумму кинетических энергий переносного и относительного движения.

$T_2$  – кинетическая энергия массы груза и подвижных частей рабочего оборудования, приведенной к точке D.

$$T_2 = \frac{1}{2} (m_o \cdot V_D^2 + m_o \cdot l_C^2 \cdot \dot{\varphi}_{21}^2), \quad (4)$$

$$m_o = m_{21} + m_{30}, \quad (5)$$

где  $m_{30}$  – масса жесткого груза, приведенная к концу стрелы;

$V_D$  - абсолютная скорость точки D.

Абсолютная скорость точки D равна геометрической сумме переносной и относительной скоростей точки D.

$$V_D = \sqrt{R^2 \cdot \dot{\varphi}_{11}^2 + l_C^2 (\dot{\varphi}_{11}^2 + \dot{\varphi}_{21}^2) + 2Rl_C \dot{\varphi}_{11} (\dot{\varphi}_{11} + \dot{\varphi}_{21}) \cos \varphi_{21}}, \quad (6)$$

где  $\dot{\varphi}_{21}$  - угловая скорость массы  $m_o$ ;

$\dot{\varphi}_{11}$  - угловая скорость массы  $m$ ;

Таким образом, кинетическая энергия системы определяется по выражению:

$$T = \frac{1}{2} (m_o \cdot \left[ R^2 \cdot \dot{\varphi}_{11}^2 + l_C^2 (\dot{\varphi}_{11} + \dot{\varphi}_{21})^2 + 2Rl_C \dot{\varphi}_{11} (\dot{\varphi}_{11} + \dot{\varphi}_{21}) \cos \varphi_{21} \right] + m_o \cdot l_C^2 \cdot \dot{\varphi}_{21}^2 + m \cdot R^2 \cdot \dot{\varphi}_{11}^2) \quad (7)$$

Откуда:

$$T = \frac{1}{2} \left[ \begin{aligned} &(m_o R^2 \dot{\varphi}_{11}^2 + m_o l_C^2 \dot{\varphi}_{11}^2 + 2m_o l_C^2 \dot{\varphi}_{11} \dot{\varphi}_{21} + \\ &+ m_o l_C^2 \dot{\varphi}_{21}^2 + 2m_o l_C R \dot{\varphi}_{11}^2 \cos \varphi_{21} + \\ &+ 2m_o l_C R \dot{\varphi}_{11} \dot{\varphi}_{21} \cos \varphi_{21} + m_o l_C^2 \dot{\varphi}_{21}^2 \\ &+ m R^2 \dot{\varphi}_{11}^2 \end{aligned} \right] \quad (8)$$

Из выражения (8) следует, что кинетическая энергия системы зависит от обобщенных скоростей  $\dot{\varphi}_{11}$ ,  $\dot{\varphi}_{21}$ , а также от обобщенной координаты  $\varphi_{21}$ , т. е. от положения стрелы с грузом при её перемещении относительно оси вращения  $O_1$ . Получим частные производные от выражения кинетической энергии (8) в соответствии с уравнениями Лагранжа:

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi_{11}} = 0$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_{11}} = m_o R^2 \dot{\varphi}_{11} + m_o l_C^2 \dot{\varphi}_{11} + m_o l_C^2 \dot{\varphi}_{21} + 2m_o l_C R \dot{\varphi}_{11} \cos \varphi_{21} +$$

$$+ m_o l_C R \dot{\varphi}_{21} \cos \varphi_{21} + m R^2 \dot{\varphi}_{11}$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_{11}} \right) = m_o R^2 \ddot{\varphi}_{11} + m_o l_C^2 \ddot{\varphi}_{11} + m_o l_C^2 \ddot{\varphi}_{21} + 2m_o l_C R \dot{\varphi}_{11} \cos \varphi_{21} -$$

$$- 2m_o l_C R \dot{\varphi}_{11} \dot{\varphi}_{21} \sin \varphi_{21} + m_o l_C R \ddot{\varphi}_{21} \cos \varphi_{21} -$$

$$- m_o l_C R \dot{\varphi}_{21} \dot{\varphi}_{21} \sin \varphi_{21} + m R^2 \ddot{\varphi}_{11}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi_{21}} = -m_o l_C R \dot{\varphi}_{11}^2 \sin \varphi_{21} - m_o l_C R \dot{\varphi}_{11} \dot{\varphi}_{21} \sin \varphi_{21}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_{21}} = m_o l_C^2 \dot{\varphi}_{11} + m_o l_C^2 \dot{\varphi}_{21} + m_o l_C R \dot{\varphi}_{11} \cos \varphi_{21} + m_o l_C^2 \dot{\varphi}_{21}$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_{21}} \right) = m_o l_C^2 \ddot{\varphi}_{11} + 2m_o l_C^2 \ddot{\varphi}_{21} +$$

$$+ m_o l_C R \ddot{\varphi}_{11} \cos \varphi_{21} - m_o l_C R \dot{\varphi}_{11} \dot{\varphi}_{21} \sin \varphi_{21}$$

### Определение обобщенных сил, соответствующих обобщенным координатам системы

Для определения обобщенных сил  $Q_{\varphi_{11}}$  и  $Q_{\varphi_{21}}$ , соответствующих обобщенным координатам  $\varphi_{11}$  и  $\varphi_{21}$ , применим принцип возможных перемещений. Определим работу сил на перемещениях  $\delta \varphi_{11}$  и  $\delta \varphi_{21}$  координат  $\varphi_{11}$  и  $\varphi_{21}$ . На систему действуют задаваемые силы: вес подвижных частей технологического оборудования и груза, приведенные к концу стрелы (точка D на рисунке 1), вес неподвижных частей технологического оборудования и базовой машины, приведенные к оси вращения стрелы ( $O_1$ ), а также усилия на штоках гидроцилиндров подъема стрелы - P.

К заданным силам относится кориолисова сила инерции. Возникновение кориолисовой силы инерции объясняется тем, что переносное движение в рассматриваемом режиме является вращательным (вращение точки C относительно точки O), а при вращательном относительном движении стрелы с грузом возникает поступательное движение центра масс груза и подвижных частей технологического оборудования, приведенного к оси вращения захвата относительно оси передней балансирной каретки базовой машины.

Составим сумму элементарных работ задаваемых сил для относительного движения стрелы с грузом на возможном перемещении  $\delta \varphi_{21}$  [20]. В эту сумму входят работа веса груза и подвижных частей технологического оборудования, приведенного к концу стрелы, вес неподвижных частей технологического оборудования и базовой машины, приведенный к оси вращения стрелы, а также работа кориолисовой силы инерции.

$$\delta A_{\varphi_{21}} = Q_{\varphi_{21}} \cdot \delta \varphi_{21}, \quad (9)$$

$$Q_{\varphi_{21}} = m_o \cdot g \cdot A_3 - P \cdot l \times$$

$$\times \left[ 1 - \left( \frac{2l^2 - 2lc \cos(180 - \psi - \varphi_{11} - \varphi_{21})}{2lS} \right)^2 \right]^{0.5}. \quad (10)$$

В соответствии с правилом Жуковского кориолисова ускорение направлено в сторону переносного вращения, а кориолисова сила инерции по касательной в противоположную сторону.

Кориолисова сила инерции может быть определена по выражению:

$$P_K = 2m_i \dot{\varphi} \dot{s} \sin(\dot{\varphi} \wedge \dot{s}), \quad (11)$$

где  $m_i$  – масса движущегося элемента;

$\dot{\varphi}$  - угловая скорость переносного движения;

$\dot{s}$  - скорость поступательного движения.

$\sin(\dot{\varphi} \wedge \dot{s})$  – синус угла между направлениями векторов угловой скорости и скорости поступательного движения.

Таким образом, кориолисова сила инерции масс элементов конструкции повышает нагруженность сис-

темы и при определении обобщенных сил, соответствующих обобщенным координатам её необходимо учитывать.

Скорость поступательного движения центра масс груза и подвижных частей технологического оборудования приведенного к концу стрелы (рисунок 1):

$$\dot{s} = \frac{\dot{\varphi}_{21} \cdot l_C \cdot \sin(180 - \varphi_{21})}{\sqrt{l_C^2 + R^2 - 2l_C R \cos(180 - \varphi_{21})}}, \quad (12)$$

Кориолисова сила инерции:

$$P_K = 2m_o \cdot \dot{\varphi}_{11} \cdot \frac{\dot{\varphi}_{21} \cdot l_C \cdot \sin(180 - \varphi_{21})}{\sqrt{l_C^2 + R^2 - 2l_C R \cos(180 - \varphi_{21})}}, \quad (13)$$

Работа на перемещении  $\delta\varphi_{11}$ :

$$\delta A_{\varphi_{11}} = Q_{\varphi_{11}} \cdot \delta\varphi_{11}, \quad (14)$$

$$Q_{\varphi_{11}} = m_o \cdot g \cdot A_1 - m_o \cdot g \cdot (A_3 - A_1) + 2m_o \cdot \dot{\varphi}_{11} \cdot \frac{\dot{\varphi}_{21} \cdot l_C \cdot \sin(180 - \varphi_{21})}{\sqrt{l_C^2 + R^2 - 2l_C R \cos(180 - \varphi_{21})}} \cdot r, \quad (15)$$

Найденные выражения производных и правых частей (10, 15) подставим в уравнение Лагранжа и после преобразований получим систему уравнений в следующем виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_o R^2 \ddot{\varphi}_{11} + m_o l_C^2 \ddot{\varphi}_{11} + m_o l_C^2 \ddot{\varphi}_{21} + 2m_o l_C R \ddot{\varphi}_{11} \cos \varphi_{21} - \\ - 2m_o l_C R \dot{\varphi}_{11} \dot{\varphi}_{21} \sin \varphi_{21} + m_o l_C R \ddot{\varphi}_{21} \cos \varphi_{21} - \\ - m_o l_C R \dot{\varphi}_{21} \dot{\varphi}_{21} \sin \varphi_{21} + \\ + m R^2 \ddot{\varphi}_{11} = m_o \cdot g \cdot A_1 - m_o \cdot g \cdot (A_3 - A_1) + \\ + 2m_o \cdot \dot{\varphi}_{11} \cdot \frac{\dot{\varphi}_{21} \cdot l_C \cdot \sin(180 - \varphi_{21})}{\sqrt{l_C^2 + R^2 - 2l_C R \cos(180 - \varphi_{21})}} \\ m_o l_C^2 \ddot{\varphi}_{11} + 2m_o l_C^2 \ddot{\varphi}_{21} + m_o l_C R \ddot{\varphi}_{11} \cos \varphi_{21} - \\ - m_o l_C R \dot{\varphi}_{11} \dot{\varphi}_{21} \sin \varphi_{21} + m_o l_C R \dot{\varphi}_{11}^2 \sin \varphi_{21} \\ + m_o l_C R \dot{\varphi}_{11} \dot{\varphi}_{21} \sin \varphi_{21} = m_o \cdot g \cdot A_3 - \\ - P \cdot l \cdot \left[ 1 - \left( \frac{2l^2 - 2lc \cos(180 - \psi - \psi_1 - \varphi_{21})}{2lS} \right)^2 \right]^{0,5} \end{array} \right. \quad (16)$$

Уравнения (16) описывают движение приведенных масс в системе «базовый трактор – технологическое оборудование – груз», решая которые можно получить данные о динамических нагрузках, возникающих в элементах конструкции лесопогрузчиков с жесткой и жестко – балансирной подвеской корпуса базовой ма-

шины в зависимости от конструктивных и эксплуатационных факторов.

### Выводы

Из уравнений (16) следует, что работа лесопогрузчика перекидного типа с изменяющимся центром вращения технологического оборудования и груза имеет отличительные особенности.

1. При перемещении технологического оборудования из положения набора в транспортное положение на первом этапе движения происходит вращение груза со стрелой относительно оси вращения стрелы при наклонном положении машины до достижения равенства удерживающего и опрокидывающего моментов от сил тяжести машины и груза.

2. После превышения величины момента от силы тяжести машины (удерживающего момента) величины момента от силы тяжести груза (опрокидывающего момента) происходит одновременное вращение груза относительно оси вращения стрелы и всей машины относительно оси балансира передней каретки до соударения задней каретки с опорной поверхностью.

3. Разработанная математическая модель одновременного перемещения груза вокруг оси вращения стрелы и вращения корпуса лесопогрузчика относительно оси передней балансирующей каретки трактора позволяет проводить исследования нагруженности элементов конструкции лесопогрузчика с учетом ряда конструктивных и эксплуатационных факторов (угловой скорости стрелы и корпуса, величины массы груза, параметров кинематической и гидравлической схем и других), выполнять оптимизацию параметров кинематики технологического оборудования на стадии проектирования.

### Литература

1. Александров В.А. Механизация лесосечных работ в России. СПб.: Изд-во СПб ГЛТА, 2000. 208 с.
2. Полейкин В.Ф. Прикладная механика лесных подъемно-транспортных машин: моногр. Красноярск: СибГТУ, 2010. 247 с.
3. Гасымов Г.Ш., Александров В.А. Нагрузки в элементах конструкции валочно-пакетирующих машин: моногр. СПб.: Изд-во Политех. ун-та, 2009. 155 с.
4. Редкин А.К. Основы моделирования и оптимизации процессов лесозаготовок. М.: Лесн. пром-сть, 1988. 256 с.

### References

1. Aleksandrov V.A. Mechanization of cutting area work in Russia. SPb.: Izd-vo SPb GLTA, 2000. 208 p.
2. Poletaykin V.F. Applied mechanic of timber lifting-and-shifting machines: monograph. Krasnoyarsk: SibGTU, 2010. 247 p.
3. Gasymov G.Sh., Aleksandrov V.A. Loadings in the elements of construction of felling-and-bunching machine: monograph. SPb.: Izd-vo Politeh. un-ta, 2009. 155 p.
4. Redkin A.K. Bases of modelling and optimization of processes of timber cuttings. M: Lesn. prom-st, 1988. 256 p.