15. Крюков А.В., Закарюкин В.П., Абрамов Н.А. Управление системами тягового электроснабжения железных дорог // Управление большими системами. М.: РАН ИПУ, 2010. Вып. 29. С. 201-213.

16. Крюков А.В., Закарюкин В.П., Кобычев Д.С. Определение наведенных напряжений с учетом несинусоидальности токов контактной сети железных дорог переменного тока // Научные проблемы транспорта Сибири и Дальнего Востока. 2009. № 2. 2009. С. 315-319.

17. Закарюкин В.П., Крюков А.В., Шульгин М.С. Параметрическая идентификация элементов системы электроснабжения железной дороги переменного тока // Вестн. рГУПС. 2013. № 2 (50). С. 37-47.

#### References

1. Markvardt K.G. Energy supply for electrified railroads. M.: Transport, 1982. 528 s.

2. Mamoshin R.R., Borodulin B.M., Zel'vyansky A.Ya., Titov A.F. Transformers of rectifier substations with increased balancing effect // Vestnik VNIIZhT. 1989. № 4. S. 22-25.

3. Shalimov M.G., Maslov G.P., Magay G.S. The current state and ways to improve energy supply systems of electrified. Omsk, 2002. 49 s.

4. Borodulin B.M. Balancing adjustment of currents and voltages at the operating AC rectifier substations // Vestnik VNIIZhT. 2003. № 2.

5. Shidlovsky A.K., Kuznetsov V.G. Improvement of energy quality in electric power lines. Kiev: Naukova dumka, 1985. 268 s.

6. Zakaryukin V.P., Kryukov A.V. Unsymmetrically complex modes of electric systems. Irkutsk: Irkut. un-t. 2005. 273 s.

7. Kryukov A.V., Zakaryukin V.P. Methods for concurrent simulation of traction and external power supply of AC railroads. Irkutsk: Ir-GUPS, 2011. 170 s. 8. Kryukov A.V., Zakaryukin V.P., Astashin S.M. Modeling of power supply systems for AC railroads // Problemy energetiki. 2008. № 3-4. S. 134-140.

9. Zakaryukin V.P., Kryukov A.V. Modeling of nonsinusoidal modes in railroads power supply systems // Vestn. Rost. gos. un-ta putey soobshcheniya. 2008. № 3. S. 93-99.

10. Kryukov A.V., Zakaryukin V.P. Modeling of traction power supply systems in phase coordinates // Nauchnye problemy transporta Sibiri i Dal'nego Vostoka. 2009. № 1. S. 284-288.

11. Zakaryukin V.P., Kryukov A.V. Current distribution in the wires of bundle wires power lines // Problemy energetiki. 2010. № 1-2. S. 54-61.

12. Kryukov A.V., Zakaryukin V.P., Buyakova N.V. Calculation of electromagnetic fields generated by traction networks of electrified railroads // Vestnik IrGTU. 2011. № 1 (48). S.148-152.

13. Zakaryukin V.P., Kryukov A.V. Modeling of multi-winding transformers in phase coordinates // Elektrotekhnika. 2008. № 5. S. 56-61.

14. Zakaryukin V.P., Kryukov A.V., Sokolov V.Yu. Modeling of heavy current power rails // Problemy energetiki. 2009. № 3-4. S. 65-73.

15. Kryukov A.V., Zakaryukin V.P., Abramov N.A. Control of railways traction power supply systems // Upravlenie bol'shimi sistemami. Vyp. 29. M.: IPU RAN, 2010. S. 201-213.

16. Kryukov A.V., Zakaryukin V.P., Kobychev D.S. Determination of the induced voltage taking into account current unsinusoidality of the railroads overhead system // Nauchnye problemy transporta Sibiri i Dal'nego Vostoka. 2009. № 2. S. 315-319.

17. Zakaryukin V.P., Kryukov A.V., Shul'gin M.S. Parametric identification of the AC railway power supply system // Vestnik RGUPS. 2013. N $\ge 2 (50)$ . S. 37-47.

## УДК 621.311

# Интервальное моделирование аварийных режимов электроэнергетических систем

## А.В. Крюков<sup>a</sup>, А.И. Литвинцев<sup>b</sup>

Иркутский государственный университет путей сообщения, ул. Чернышевского 15, Иркутск, Россия <sup>*a*</sup>and\_kryukov@mail.ru, <sup>*b*</sup>alexanderlitvintsev@yahoo.com Статья получена 2.08.2013, принята 19.11.2013

При моделировании нормальных и аварийных режимов электроэнергетических систем (ЭЭС) параметры силовых элементов определяются по паспортным, проектным или справочным данным. При этом используется значительное число допущений, в частности, параметры считаются неизменными или слабо меняющимися во времени. В то же время известно, что указанные параметры зависят от многих факторов и могут претерпевать ощутимые изменения в процессе эксплуатации. Поэтому для корректного анализа ЭЭС требуются математические модели, учитывающие неопределенность исходных данных. Одним из эффективных средств учета неопределенности являются методы интервального анализа. В статье рассматриваются вопросы применения методов интервального анализа для расчетов аварийных режимов ЭЭС. В отличие от известных работ по интервальному анализу ЭЭС, в которых используется однолинейная постановка, предлагается более общий подход, основанный на использовании фазных координат и применимый для определения несимметричных установившихся режимов, а также задач расчета токов короткого замыкания (КЗ) при несимметричных повреждениях. Предлагается методика интервального определения токов короткого замыкания, основанная на использовании фазных координат и решетчатых схем замещения из RLC-элементов, соединенных по схемам полных графов. На основе компьютерного моделирования по разработанной экспериментальной программе Intcalc показано, что интервальный анализ является эффективным средством учета неопределенности исходных данных при расчете аварийных режимов ЭЭС. Эта задача приобретает особую актуальность на современном этапе развития электроэнергетики, характеризуемом масштабным внедрением микропроцессорных устройств релейной защиты и системной автоматики.

Ключевые слова: электроэнергетические системы, аварийные режимы, интервальное моделирование.

## Interval simulation for power systems emergency modes

## A.V. Kryukov<sup>*a*</sup>, A.I. Litvintsev<sup>*b*</sup>

Irkutsk State University of Railway Engineering, 15 Chernyshevsky st., Irkutsk, Russia <sup>*a*</sup>and\_kryukov@mail.ru, <sup>*b*</sup>alexanderlitvintsev@yahoo.com Received 2.08.2013, accepted 19.11.2013

When simulating normal and emergency modes of power systems (EPS), the parameters of power elements are determined according to the passport, design or reference data. Besides, the considerable number of assumptions is used, in particular, the parameters are considered to be invariable or low time-varying. At the same time, it is known that the parameters mentioned depend on many factors and can undergo noticeable changes while in operation. Therefore, to correctly analyse the EPS, the mathematical models taking into account the uncertainty of initial data are required. One of the most effective means to consider the uncertainty is the interval analysis method. The article considers the issues of applying the interval analysis to calculate the EPS emergency modes. Unlike the well-known researches in the sphere of the EPS interval analysis, where the one-linear statement is used, the article proposes more general approach based on the use of phase coordinates and applicable to determine the asymmetrical set modes as well as the problems of shortcircuit currents calculation in case of asymmetrical damages. The interval determination technique of the short-circuit currents based on use of phase coordinates and the latticed equivalent circuits from the RLC-elements connected by the complete graphs schemes has been proposed. Based on the computer-aided simulation and according to the developed experimental application «IntCALC», it has been shown that the interval analysis is an effective way of taking into account the initial data uncertainty when calculating the EPS emergency modes. This problem becomes topical at the present stage of the power industry development characterized by the largescale introduction of digital protective relays and system automatic equipment.

Keywords: electric power systems, emergency modes, interval simulation

Введение. Для корректного анализа сложных технических систем требуются математические модели, учитывающие неопределенность исходных данных (ИД). Одним из эффективных средств учета неопределенности являются методы интервального анализа, которые требуют минимального количества информации об исследуемой системе [1...7]. Особенность этих методов состоит во множественном представлении оценок параметров модели, построенной на основании переменных, полученных в интервальном виде. Интервальный анализ - это математическая дисциплина, предметом которой является решение задач с интервальными неопределенностями в данных, возникающими при постановке задачи или на промежуточных стадиях процесса решения. Интервальный анализ характеризуется рассмотрением множеств неопределенности как самостоятельных целостных объектов посредством определения над ними арифметических и аналитических операций и отношений.

Проблема неопределенности ИД в полной мере относится к электроэнергетическим системам (ЭЭС). Параметры элементов ЭЭС в подавляющем большинстве случаев определяются по паспортным, проектным или справочным данным. При этом вводится значительное число допущений, в частности, параметры считаются неизменными или слабо изменяющимися во времени. В то же время известно, что параметры линий электропередачи, трансформаторов, реакторов (особенно управляемых), средств компенсации реактивной мощности зависят от многих факторов и могут претерпевать ощутимые изменения в процессе эксплуатации.

В статье рассматриваются вопросы применения методов интервального анализа для расчетов аварийных режимов ЭЭС. Впервые задача применения интервального анализа к расчету режимов ЭЭС сформулирована и решена применительно к радиальной сети в работе [7]. В отличие от работы [7], в которой предлагается методика интервального расчета нормальных режимов в однолинейной постановке, авторами данной статьи предлагается более общий подход [8], основанный на использовании фазных координат и применимый для определения несимметричных установившихся режимов, а также задач определения токов короткого замыкания (КЗ) при несимметричных повреждениях. Этот подход основывается на методах моделирования ЭЭС и систем электроснабжения железных дорог в фазных координатах, разработанных в ИрГУПСе [9...20].

**Интервальная арифметика**. Интервалом называется замкнутый отрезок вещественной оси, а интервальной неопределенностью – состояние неполного знания об интересующей величине, когда известна лишь ее принадлежность некоторому интервалу [4, 6]. Под интервальным числом [a] (или интервалом) понимают вещественный отрезок  $[a, \overline{a}]$ , где  $\underline{a} \leq \overline{a}$ . Множество интервальных чисел можно обозначить через  $I(\mathbf{R})$ , где  $\mathbf{R}$  – множество действительных чисел. При  $\overline{a} = \underline{a} = a$  интервальное число [a] можно отождествлять с вещественным числом a.

Ширина [a] – это величина  $wid[a] = \overline{a} - \underline{a}$ , середина – полусумма  $med[a] = \frac{(\underline{a} + \overline{a})}{2}$ . Арифметические операции над интервалами вводятся следующим образом [4]:

$$[a]+[b] = [\underline{a}, \overline{a}] + [\underline{b}, \overline{b}] = [\underline{a} + \underline{b}, \overline{a} + \overline{b}];$$
  

$$[a]-[b] = [\underline{a} - \overline{b}, \overline{a} - \underline{b}]$$
  

$$[a] \cdot [b] = [\underline{a}, \overline{a}] \cdot [\underline{b}, \overline{b}] =$$
  

$$= [\min(\underline{a}\underline{b}, \underline{a}\overline{b}, \overline{a}\underline{b}, \overline{a}\overline{b}), \max(\underline{a}\underline{b}, \underline{a}\overline{b}, \overline{a}\underline{b}, \overline{a}\overline{b})]^{\frac{1}{2}}$$

$$[a]/[b] = [\underline{a}, \overline{a}]/[\underline{b}, \overline{b}] = [\underline{a}, \overline{a}] \cdot \left[\frac{1}{\overline{b}}, \frac{1}{\underline{b}}\right]$$
$$0 \notin [\underline{b}, \overline{b}].$$

Следует отметить, что при делении интервал  $b = [\underline{b}, \overline{b}]$  не должен содержать ноль.

;

Если [*a*] и [*b*] вырождаются в вещественные числа, то эти равенства совпадают с обычными арифметическими операциями. Если r(x) – непрерывная унарная операция на **R**, то [2]

$$r[x] = \left[\min r(x), \max r(x)\right]$$

определяет соответствующую ей операцию на  $I(\mathbf{R})$ . Примерами таких унарных операций могут служить  $\exp[x], \ln[x], \sin[x], \dots$  Интервальная матрица  $\langle \mathbf{A} \rangle$  размерностью  $n \times n$  представляет собой матрицу с элементами  $[a_{ij}] = [\underline{a}_{ij}, \overline{a}_{ij}], i, j = 1...n$ . Аналогичным образом обозначаются интервальные векторы, т. е. матрицы размерностью  $n \times 1$  и  $1 \times n$ . Введенные операции распространяются и на случай, когда  $\overline{a}, \underline{a}$  являются комплексными числами. При этом множество интервальных комплексных чисел можно обозначить через  $I(\mathbf{C})$ .

Интервальное моделирование ЭЭС в фазных координатах. Линии электропередачи и трансформаторы представляют собой статические многопроводные элементы (СМЭ) из нескольких проводов или обмоток, обладающих взаимной электромагнитной связью. Если вынести соединения этих проводов (обмоток) за пределы рассматриваемого СМЭ, то линии будут отличаться друг от друга только характером взаимоиндуктивной связи между проводами. В работах [9, 10] предложена эффективная методика моделирования СМЭ в фазных координатах, основанная на использовании решетчатых схем из *RLC*-элементов, соединенных по схеме полного графа. На основе этой методики может быть реализована компьютерная технология интервального моделирования СМЭ в фазных координатах, описанная ниже.

На первом этапе моделирования интервальная матрица проводимостей, используемая для получения решетчатой схемы СМЭ с интервальным представлением параметров, формируется без учета фактического соединения отдельных проводов или обмоток, на основе следующего матричного преобразования:

$$\langle \underline{\mathbf{Y}}_{PC} \rangle = \mathbf{M}_0 \langle \underline{\mathbf{Z}} \rangle^{-1} \mathbf{M}_0^T = \begin{bmatrix} \langle \underline{\mathbf{D}} \rangle & -\langle \underline{\mathbf{D}} \rangle \\ -\langle \underline{\mathbf{D}} \rangle & \langle \underline{\mathbf{D}} \rangle \end{bmatrix}$$

где  $\langle \underline{\mathbf{Y}}_{PC} \rangle$  – матрица размерностью  $n=2r \ge 2r; \langle \underline{\mathbf{Z}} \rangle$  – интервально заданная матрица сопротивлений элемента размерностью  $r \ge r$ , учитывающая взаимные индуктивные связи между проводами;  $[\underline{z}_{ik}] = [\underline{z}_{ki}];$  $\langle \underline{\mathbf{D}} \rangle = \langle \underline{\mathbf{Z}} \rangle^{-1}; r$  – число проводов элемента без учета их соединения;  $\mathbf{M}_0$  – топологическая матрица, опреде-

ляемая на основе соотношения  $\mathbf{M}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_r \\ -\mathbf{E}_r \end{bmatrix}$ ,

### $\mathbf{E}_{r}$ – единичная матрица размерностью *r* x *r*.

С использованием схемы соединений проводов (обмоток) конкретного элемента выполняется преобразование матрицы  $\langle \underline{\mathbf{Y}}_{PC} \rangle$  путем объединения соответствующих узлов и сложения образующихся при этом параллельных ветвей решетчатой схемы.

На основе моделей отдельных элементов ЭЭС в виде матриц  $\langle \underline{\mathbf{Y}}_S \rangle$  и схемы их соединений формируется модель сети:

$$\langle \mathbf{Y} \rangle = \mathbf{M} \langle \underline{\mathbf{Y}}_B \rangle \mathbf{M}^T$$
,

где **М** – обобщенная матрица инциденций, пример формирования которой приведен ниже. Ее столбцы соответствуют обобщенным ветвям  $\langle \underline{\mathbf{Y}}_{Sk} \rangle$ , а строки – обобщенным узлам;  $\langle \underline{\mathbf{Y}}_{B} \rangle = diag \langle \underline{\mathbf{Y}}_{Sk} \rangle$ .

Матрицу  $\langle \mathbf{Y} \rangle$  можно представить в виде:

$$\left\langle \underline{\mathbf{Y}} \right\rangle = \begin{bmatrix} \left\langle \underline{\mathbf{Y}}_{1} \right\rangle & \left\langle \underline{\mathbf{Y}}_{1B} \right\rangle \\ \left\langle \underline{\mathbf{Y}}_{B1} \right\rangle & \left\langle \underline{\mathbf{Y}}_{B} \right\rangle \end{bmatrix}.$$

При этом система уравнений, описывающих установившийся режим, может быть записана так:

$$\begin{bmatrix} \langle \underline{\mathbf{Y}}_1 \rangle & \langle \underline{\mathbf{Y}}_{1B} \rangle \\ \langle \underline{\mathbf{Y}}_{B1} \rangle & \langle \underline{\mathbf{Y}}_B \rangle \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \langle \dot{\mathbf{U}} \rangle \\ \langle \dot{\mathbf{U}}_B \rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle \dot{\mathbf{I}} \rangle \\ \mathbf{0} \end{bmatrix},$$

где  $\langle \dot{\mathbf{U}}_{B} \rangle = \begin{bmatrix} \dot{U}_{A}^{(B)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_{B}^{(B)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_{C}^{(B)} \end{bmatrix}^{T}$  – напряжения балансирующих узлов, в общем случае заданные в интер-

вальной постановке.

После исключения уравнений, относящихся к балансирующим узлам, можно записать:

$$\langle \underline{\mathbf{Y}}_1 \rangle \langle \dot{\mathbf{U}} \rangle = \langle \dot{\mathbf{I}} \rangle - \langle \underline{\mathbf{Y}}_B \rangle \langle \dot{\mathbf{U}}_B \rangle$$

Кроме расчетов нормальных установившихся режимов, на основе этой системы может быть решена задача интервального определения токов несимметричных коротких замыканий. При этом в месте КЗ вводятся необходимые соединения между узлами или используются специальные элементы-замыкатели, описанные ниже. С помощью этих элементов могут учитываться переходные сопротивления в месте КЗ.

**Пример моделирования**. Моделирование осуществлялось применительно к схеме сети, представленной на рис. 1.



Рис. 1. Схема электрической сети

Рассматривался аварийный режим, вызванный металлическим замыканием фаз В и С. Методика легко обобщается на сложные схемы и другие виды несимметричных повреждений (однофазное и двухфазное КЗ на землю, двойные замыкания в сети с изолированной нейтралью и т. д.). Кроме того, возможен учет сопротивления электрической дуги, возникающей в месте замыкания токоведущих частей.



Рис. 2. Схема модели сети в фазных координатах для аварийного режима

Структурная схема модели показана на рис. 2. Для имитации несимметричного повреждения используется специальный элемент – замыкатель. Вначале формируются матрицы сопротивлений ЛЭП и элементазамыкателя:

$$\left\langle \mathbf{Z}_{LINE} \right\rangle = \left\langle \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{L} \\ \mathbf{Z}_{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{M} \\ \mathbf{Z}_{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{L} \\ \mathbf{Z}_{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{L} \\ \mathbf{Z}_{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{L} \\ \mathbf{Z}_{M} \end{bmatrix}^{2} \mathbf{Z}_{L} \right\rangle;$$

$$\mathbf{Z}_{K} = \begin{bmatrix} 0 & 100000 & 100000 \\ 100000 & 0 & 0.001 \\ 100000 & 0.001 & 0 \end{bmatrix}.$$

Затем, в соответствии с методикой моделирования режимов ЭЭС в фазных координатах, разработанной в ИрГУПСе [9, 10], формируются матрицы проводимостей, используемые для получения решетчатой схемы элементов сети с интервальным представлением параметров:

ца, определяемая на основе соотношения  $\mathbf{M}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_3 \\ -\mathbf{E}_3 \end{bmatrix}$ ,

 $\mathbf{E}_3$  – единичная матрица размерностью 3 × 3.

На основе моделей ЛЭП и замыкателя в виде матриц  $\langle \underline{\mathbf{Y}}_{LINE} \rangle$ ,  $\underline{\mathbf{Y}}_{K}$  и схемы их соединения (рис. 2) формируется модель сети:

$$\langle \mathbf{Y} \rangle = \mathbf{M} \langle \underline{\mathbf{Y}}_B \rangle \mathbf{M}^T$$
,

где М – обобщенная матрица инциденций; ее столбцы соответствуют обобщенным ветвям  $\langle \underline{\mathbf{Y}}_{Sk} \rangle$ , а строки – обобщенным узлам;

$$\underline{\mathbf{Y}}_{B} = \left\langle \begin{pmatrix} \mathbf{Y}_{LINE} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Y}_{K} \end{pmatrix}; \ \mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{P} & \mathbf{P} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{P} \end{bmatrix};$$
$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{3} & \mathbf{0} \end{bmatrix}.$$

На основе схемы соединений проводов замыкателя выполняется преобразование матрицы  $\langle \mathbf{Y} \rangle$  путем объединения соответствующих узлов и сложения проводимостей образующихся при этом параллельных ветвей решетчатой схемы. Матрицу  $\langle \mathbf{Y} \rangle$  можно разделить на блоки:

$$\left\langle \underline{\mathbf{Y}} \right\rangle = \begin{bmatrix} \left\langle \underline{\mathbf{Y}}_{1} \right\rangle & \left\langle \underline{\mathbf{Y}}_{12} \right\rangle \\ \left\langle \underline{\mathbf{Y}}_{12}^{T} \right\rangle & \left\langle \underline{\mathbf{Y}}_{2} \right\rangle \end{bmatrix},$$

где  $\langle \underline{\mathbf{Y}}_2 \rangle$  – блок размерностью 3 × 3, отвечающий объединяемым узлам, выделенным на рис. 2 овалом.

Тогда преобразованную матрицу  $\langle \underline{\mathbf{Y}}_{S} \rangle$ можно представить в виде:

$$\langle \underline{\mathbf{Y}}_{S} \rangle = \begin{bmatrix} \langle \underline{\mathbf{Y}}_{1} \rangle & \langle \underline{\mathbf{Y}}_{12} \rangle \mathbf{e}_{3} \\ \mathbf{e}_{3}^{T} \langle \mathbf{Y}_{12}^{T} \rangle & \mathbf{e}_{k}^{T} \langle \underline{\mathbf{Y}}_{2} \rangle \mathbf{e}_{3} \end{bmatrix},$$

где  $\mathbf{e}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T$ .

Матрицу  $\langle \mathbf{Y}_{S} \rangle$  можно представить в виде:

$$\left\langle \underline{\mathbf{Y}} \right\rangle = \begin{bmatrix} \left\langle \underline{\mathbf{Y}}_B \right\rangle & \left\langle \underline{\mathbf{Y}}_{B1} \right\rangle \\ \left\langle \underline{\mathbf{Y}}_{1B} \right\rangle & \left\langle \underline{\mathbf{Y}}_{1} \right\rangle \end{bmatrix}.$$

При этом система уравнений, описывающих режим двухфазного КЗ, записывается так:

$$\begin{bmatrix} \left\langle \underline{\mathbf{Y}}_{B} \right\rangle & \left\langle \underline{\mathbf{Y}}_{B1} \right\rangle \\ \left\langle \underline{\mathbf{Y}}_{1B} \right\rangle & \left\langle \underline{\mathbf{Y}}_{1} \right\rangle \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{U}}_{B} \\ \left\langle \dot{\mathbf{U}} \right\rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix},$$

где  $\langle \underline{\mathbf{D}}_{LINE} \rangle = \langle \underline{\mathbf{Z}}_{LINE} \rangle^{-1}; \ \langle \underline{\mathbf{D}}_K \rangle = \langle \underline{\mathbf{Z}}_K \rangle^{-1}; \ \mathbf{M}_0$  – матри- где  $\langle \dot{\mathbf{U}}_B \rangle = \langle \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{U}}_B^{(B)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{U}}_B^{(B)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{U}}_C^{(B)} \end{bmatrix}^T$  – напряжения балансирующих узлов.

> После исключения уравнений, относящихся к балансирующим узлам, можно получить:

$$\langle \underline{\mathbf{Y}}_1 \rangle \langle \dot{\mathbf{U}} \rangle = - \langle \underline{\mathbf{Y}}_{1B} \rangle \langle \dot{\mathbf{U}}_B \rangle.$$
 (1)

Отсюда:

$$\langle \dot{\mathbf{U}} \rangle = - \langle \underline{\mathbf{Y}}_1 \rangle^{-1} \langle \underline{\mathbf{Y}}_{1B} \rangle \langle \dot{\mathbf{U}}_B \rangle,$$

где  $\left\langle \dot{\mathbf{U}} \right\rangle = \left\langle \begin{bmatrix} \dot{U}_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_7 \end{bmatrix}^T$ .

Следует отметить, что при программной реализации обращение матрицы  $\langle \underline{\mathbf{Y}}_1 \rangle$  можно не производить, а выполнять решение интервальной системы (1) одним из численных методов, описанных в работах [1...6].

Токи, протекающие в месте КЗ, можно найти на основе соотношения:

$$\left\langle \dot{\mathbf{I}}_{K} \right\rangle = \mathbf{Z}_{K}^{-1} \left\langle \dot{\mathbf{U}}_{1} \right\rangle,$$
  
<sup>T</sup><sub>Z</sub>e  $\left\langle \dot{\mathbf{U}}_{1} \right\rangle = \left\langle \begin{bmatrix} \dot{U}_{4} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{U}_{7} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_{5} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{U}_{7} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_{6} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{U}_{7} \end{bmatrix} \right)^{T}$ 

Результаты моделирования и их обсуждение. Моделирование проводилось на основе экспериментальной программы *Intcalc2c*, реализованной в среде *C++*. Для проверки адекватности получаемых результатов выполнялись расчеты токов КЗ в традиционной (точечной) постановке на основе комплекса программ (ПК) «*Fazonord*-Качество», разработанного в ИрГУПСе [10]. Сравнение результатов, полученных в программе *Intcalc2c* в точечной постановке (при задании интервальных данных в виде  $[x], \underline{x} = \overline{x}$ ), со значениями токов КЗ, рассчитанными в ПК «*Fazonord*-Качество», показали их полное совпадение. Результаты интервального определения представлены в табл. 1 и проиллюстрированы на рис. 3.

Таблица 1

N⁰	L	<i>x</i> <sub>10</sub>	İ <sub>KA</sub>	İ <sub>KB</sub>	İ <sub>KC</sub>
	КМ	Ом/км	кА	кА	кА
1	[4.5 5.5]	[0.38 0.41]	[0 0]	[-2.74 -2.66]	[2.66 2.74]
2	[9.5 10.5]	[0.38 0.41]	[0 0]	[-1.35 -1.33]	[1.33 1.35]
3	[9.5 10.5]	[0.35 0.41]	[0 0]	[-1.42 -1.38]	[1.38 1.42]
4	[9.0 11.0]	[0.32 0.48]	[0 0]	[-1.53 -1.29]	[1.29 1.53]



Результаты определения симметричных составляющих токов КЗ проиллюстрированы векторной диаграммой, показанной на рис. 4.

Рис. 3. Векторная диаграмма токов, построенная по данным строки 4 табл. 1.

1

0.8 0.6  $I_{KB1}$  $I_{KC}$ 0.4 0.20 İ<sub>KC</sub>  $I_{KB}$ -0.2 -0.4 -0.6 -0.8  $\dot{I}_{_{K\!A1}}$ -1 -2 -1.5 -1 -0.5 0 0.5 1 1.5 2

İ<sub>KA2</sub>

Рис. 4. Векторная диаграмма симметричных составляющих токов, построенная по данным строки 4 табл. 1

Из анализа полученных результатов можно сделать вывод о том, что на основе интервальных моделей возможен корректный учет неточности исходной информации при расчетах токов КЗ. Эта задача приобретает особую актуальность на современном этапе развития электроэнергетики, характеризуемом масштабным внедрением микропроцессорных устройств релейной защиты и системной автоматики [22].

## Заключение

1. Показано, что учет неопределенности исходных данных при расчете аварийных режимов электроэнергетических систем может быть выполнен на основе методов интервального анализа. 2. Предложена методика интервального определения токов короткого замыкания, основанная на использовании фазных координат и применимая для определения токов при несимметричных повреждениях в электрических сетях.

3. На основе интервального моделирования подтверждена необходимость учета неопределенности исходной информации при расчетах аварийных режимов ЭЭС.

#### Литература

1. Алефельд Г., Херцбергер Ю. Введение в интервальные вычисления. М.: Мир, 1987. 360 с.

2. Добронец Б.С. Интервальная математика. Красноярск, 2004. 216 с.

3. Шарый С.П. Конечномерный интервальный анализ. М.: XYZ, 2010. 588 с.

4. Шокин Ю.И. Интервальный анализ. Новосибирск: Наука, 1981. 112 с.

5. Шарый С.П. Интервальные алгебраические задачи и их численное решение. Новосибирск: Ин-т вычислительных технологий. 2000. 327 с.

6. Жолен Л., Кифер М., Дидри О., Вальтер Э. Прикладной интервальный анализ. М. Ижевск: Ин-т компьютерных исследований, 2007. 468 с.

7. Воропай Н.И., Бат-Ундрал Б. Расчеты режимов радиальной электрической сети интервальным методом // Электричество. № 10. 2008. С. 64-67.

8. Крюков А.В., Литвинцев А.И. Интервальный анализ электроэнергетических систем // Транспортная инфраструктура Сибирского региона: сб. ст. Иркутск: 2011. Т. 1. С. 497-503.

9. Закарюкин В.П., Крюков А.В. Сложнонесимметричные режимы электрических систем. Иркутск: Изд-во Иркут. ун-та, 2005. 273 с.

10. Крюков А.В., Закарюкин В.П. Методы совместного моделирования систем тягового и внешнего электроснабжения железных дорог переменного тока. Иркутск: ИрГУПС, 2011. 170 с.

11. Крюков А.В., Закарюкин В.П., Асташин С.М. Моделирование систем электроснабжения железных дорог переменного тока // Проблемы энергетики. 2008. № 3-4. С. 134-140.

12. Закарюкин В.П., Крюков А.В. Моделирование несинусоидальных режимов в системах электроснабжения железных дорог // Вестн. Рос. гос. ун-та путей сообщения. 2008. № 3. С. 93-99.

13. Крюков А.В., Закарюкин В.П. Моделирование систем тягового электроснабжения в фазных координатах // Научные проблемы транспорта Сибири и Дальнего Востока. 2009. № 1. С. 284-288.

14. Закарюкин В.П., Крюков А.В. Токораспределение в проводах линий электропередачи с расщепленными проводами // Проблемы энергетики. 2010. № 1-2. С. 54-61.

15. Крюков А.В., Закарюкин В.П., Буякова Н.В. Расчет электромагнитных полей, создаваемых тяговыми сетями электрифицированных железных дорог // Вестн. ИрГТУ. 2011. № 1 (48). С. 148-152.

16. Закарюкин В.П., Крюков А.В. Моделирование многообмоточных трансформаторов в фазных координатах // Электротехника. 2008. № 5. С. 56-61.

17. Закарюкин В.П., Крюков А.В., Соколов В.Ю. Моделирование многоамперных шинопроводов // Проблемы энергетики 2009. № 3-4. С. 65-73.

18. Крюков А.В., Закарюкин В.П., Абрамов Н.А. Управление системами тягового электроснабжения железных дорог // Управление большими системами. М.: ИПУ РАН, 2010. Вып. 29. С. 201-213.

19. Крюков А.В., Закарюкин В.П., Кобычев Д.С. Определение наведенных напряжений с учетом несинусоидальности токов контактной сети железных дорог переменного тока // Научные проблемы транспорта Сибири и Дальнего Востока: сб. ст. 2009. № 2. С. 315-319.

20. Закарюкин В.П., Крюков А.В., Шульгин М.С. Параметрическая идентификация элементов системы электроснабжения железной дороги переменного тока // Вестн. ИРГУПС. 2013 № 2 (50). С. 37-47.

21. Закарюкин В.П., Крюков А.В. Fazonord – Качество – Расчеты показателей качества электроэнергии в системах электроснабжения в фазных координатах с учетом движения поездов: программа для ЭВМ. Св. ГР № 2007612771 (Рос. Федерация). Зарегистр. 28.06.2007 в Федер. служба по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам.

22. Дьяков А.Ф., Овчаренко Н.И. Микропроцессорная релейная защита и автоматика электроэнергетических систем. М.: МЭИ, 2000. 199 с.

#### References

1. Alefel'd G., Hercberger Yu. Introduction to interval computations. M.: Mir, 1987. 360 s.

2. Dobronets B.S. Interval mathematics. Krasnoyarsk. 2004. 216 s.

3. Sharyj S.P. Finite-dimensional interval analysis. M.: XYZ, 2010. 588 s.

4. Shokin Yu.I. Interval analysis. Novosibirsk: Nauka, 1981. 112 s.

5. Shary S.P. Interval algebraic problems and their numerical calculation. Novosibirsk: Institut vychislitel'nyh tehnologiy. 2000. 327 s.

6. Zholen L., Kifer M., Didri O., Val'ter E. Applied interval analysis. M.-Izhevsk: Institut komp'yuternykh issledovaniy, 2007. 468 s.

7. Voropay N.I., Bat-Undral B. Calculations for the radial systems modes by means of the interval method // Elektrichestvo, 2008. № 10. C, 64-67.

8. Kryukov A.V., Litvintsev A.I. The interval analysis of electric power systems // Transportnaya infrastruktura Sibirskogo regiona. Irkutsk: sb. st. 2011. T. 1. S. 497-503.

9. Zakaryukin V.P., Kryukov A.V. Unsymmetrically complex modes of electric systems. Irkutsk: Izd-vo Irkut. un-ta. 2005. 273 s.

10. Kryukov A.V., Zakaryukin V.P. Methods for concurrent simulation of traction and external power supply of AC railroads. Irkutsk: Ir-GUPS, 2011. 170 s.

11. Kryukov A.V., Zakaryukin V.P., Astashin S.M. Modeling of power supply systems for AC railroads // Problemy energetiki. 2008. № 3-4. S. 134-140.

12. Zakaryukin V.P., Kryukov A.V. Modeling of nonsinusoidal modes in railroads power supply systems // Vestnik Rostovskogo gosudarstvennogo universiteta putey soobshheniya. 2008. № 3. S. 93-99.

13. Kryukov A.V., Zakaryukin V.P. Modeling of traction power supply systems in phase coordinates // Nauchnye problemy transporta Sibiri i Dal'nego Vostoka. 2009. № 1. S. 284-288.

14. Zakaryukin V.P., Kryukov A.V. Current distribution in the wires of bundle wires power lines // Problemy energetiki. № 1-2. 2010. S. 54-61.

15. Kryukov A.V., Zakaryukin V.P., Buyakova N.V. Calculation of electromagnetic fields generated by traction networks of electrified railroads // Vestnik IrGTU. № 1 (48). 2011. S. 148-152.

16 Zakaryukin V.P., Kryukov A.V. Modeling of multi-winding transformers in phase coordinates // Elektrotekhnika. 2008. № 5. S. 56-61.

17. Zakaryukin V.P., Kryukov A.V., Sokolov V.Yu. Modeling of heavy current power rails // Problemy energetiki. 2009. № 3-4. S. 65-73.

18. Kryukov A.V., Zakaryukin V.P., Abramov N.A. Control of railways traction power supply systems // Upravlenie bol'shimi sistemami.

Vyp. 29. M.: IPU RAN, 2010. S. 201-213. 19. Kryukov A.V., Zakaryukin V.P., Kobychev D.S. Determination of the induced voltage taking into account current unsinusoidality of the railroads overhead system // Nauchnye problemy transporta Sibiri i Dal'nego Vostoka. 2009. № 2. S. 315-319.

20. Zakaryukin V.P., Kryukov A.V., Shul'gin M.S. Parametric identification of the AC railway power supply system // Vestnik RGUPS. 2013.  $\mathbb{N}_2$  (50). S. 37-47.

21. Zakaryukin V.P., Kryukov A.V. Fazonord-Quality-Calculations for electric power quality indices in the power-supply systems at the phase coordinates in accordance with train traffic: programma dlya EVM. Svidetel'stvo ob oficial'noi registracii № 2007612771 Ros. Federatsiya; zareg. v reestre Feder. sluzhby po intellektual'noy sobstvennosti, patentam i tovarnym znakam 28.06.2007.

22. D'yakov A.F., Ovcharenko N.I. Microprocessor relay protection and automatics of electric power systems. M.: MEI, 2000. 199 s.