

ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ И МАШИНОВЕДЕНИЯ

УДК 621.752.2

Упругое звено в рычажных соединениях с устройством для преобразования движения

С.В. Белокобыльский^{1, a}, С.В. Елисеев^{2, b}, И.С. Ситов^{1, c}

¹Братский государственный университет, ул. Макаренко 40, Братск, Россия

²Иркутский государственный университет путей сообщения, ул. Чернышевского 15, Иркутск, Россия

^arektor@brstu.ru, ^beliseev_s@inbox.ru, ^csitov@yandex.ru

Статья поступила 27.09.2013, принята 20.11.2013

Рассматриваются виброзащитные системы, содержащие рычаги первого и второго рода. Оценивается изменение динамических свойств механических колебательных систем, содержащих вышеуказанные рычажные связи. На основе сопоставления двух систем, имеющих в своем составе рычаги первого и второго рода, сделан вывод о том, что в обеих системах частоты собственных колебаний будут одинаковы, а частоты динамического гашения и зависимости этих частот от параметров системы будут различны. Показано, что при рычагах второго и первого рода оба типа виброзащитных систем «запираются» на высоких частотах, однако уровни «запирания» будут различными. При этом система с рычагом первого рода ведет себя, как обычная система с одной степенью свободы, с соответствующими для таких систем динамическими свойствами. Также показано, что отмеченные различия при введении в систему рычагов первого и второго рода проявляются в схемах кинематическим возмущением.

Ключевые слова: виброзащитная система, рычажные связи, динамическое гашение, передаточная функция.

Elastic linkage in joints with motion translation device

S.V. Belokobyl'sky^{1, a}, S.V. Eliseev^{2, b}, I.S. Sitov^{1, c}

¹Bratsk State University, 40 Makarenko St, Bratsk, Russia

²Irkutsk State Railway University, 15 Chernyshevskogo str., Irkutsk, Russia

^arektor@brstu.ru, ^beliseev_s@inbox.ru, ^csitov@yandex.ru

Received 27.09.2013, accepted 20.11.2013

The paper considers the vibration isolation systems containing levers of the first and second kind. The change in dynamic properties of mechanical vibratory systems containing the above-mentioned lever-type links is estimated. Based on the comparison of two systems, having the levers of the first and second kind, it has been concluded that both systems will have similar natural oscillation frequency while the dynamic damping frequency and the dependence of the frequencies on the system parameters will be different. It has been shown that when we have the levers of the second and first kind both types of vibration isolation systems are «locked up» at high frequencies, however, the levels of «locking» will be different. Besides, the system with the lever of the first kind behaves as a conventional system with one degree of freedom possessing the dynamic properties characterizing such systems. It has also been demonstrated that the registered differences being introduced into the system of levers of the first and second kind show themselves in schemes with kinematic excitation.

Keywords: vibration isolation system, lever-type link, dynamic damping, transfer function.

Введение. Возможности рычажных соединений рассматривались в ряде работ, например [1 – 5]. Однако эти исследования не включали оценку изменения динамических свойств при введении в системы нетрадиционных типовых звеньев, что в ряде практических случаев может представлять самостоятельный интерес.

Рассмотрим механическую колебательную систему с рычагом второго рода и кинематическим возмущением в т. А и т. В, как показано на рис. 1 а, где L_1 и L_2 – массоинерционные характеристики устройств для преобразования относительного движения (в предположе-

нии малых значений масс этих устройств). На рис. 1 б приведена система такого же типа, но с рычагом первого рода.

Кинетическая и потенциальная энергия системы может быть записана в виде:

$$T = \frac{1}{2} J \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} L_1 (\dot{y}_1 - \dot{y})^2 + \frac{1}{2} L_2 (\dot{y}_2 - \dot{y}')^2, \quad (1)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} k_1 (y_1 - y)^2 + \frac{1}{2} k_2 (y_2 - y')^2. \quad (2)$$

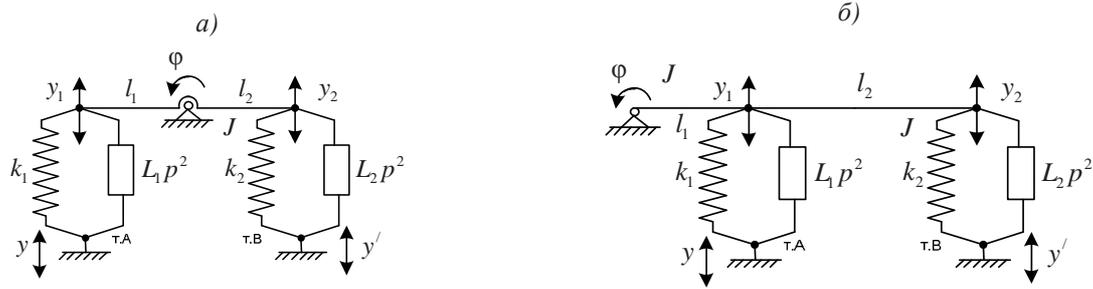


Рис. 1. Расчетная схема ВЗС с рычажными связями второго рода а) и первого рода б)

Примем ряд очевидных соотношений: $y_1 = \phi \cdot l_1$; $y_2 = -\phi \cdot l_2$, что характерно для рычага второго рода. Тогда (1) и (2) можно представить в виде:

$$T = \frac{1}{2} J \dot{\phi}^2 + \frac{1}{2} L_1 (\dot{\phi} l_1 - \dot{y})^2 + \frac{1}{2} L_2 (\dot{\phi} l_2 + \dot{y}')^2; \quad (3)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} k_1 (\phi l_1 - y)^2 + \frac{1}{2} k_2 (\phi l_2 + y')^2. \quad (4)$$

Делая обычные преобразования, где y и y' – соответствующие кинематические возмущения в точках А и В, получим:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}} = J \dot{\phi} + L_1 l_1^2 \dot{\phi} - L_1 l_1 \dot{y} + L_2 l_2^2 \dot{\phi} + L_2 l_2 \dot{y}';$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \phi} = k_1 l_1^2 \phi - k_1 l_1 y + k_2 l_2^2 \phi + k_2 l_2 y'.$$

Откуда найдем:

$$J \ddot{\phi} + \phi (k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2) + L_1 l_1^2 \ddot{\phi} + L_2 l_2^2 \ddot{\phi} - L_1 l_1 \ddot{y} + L_2 l_2 \ddot{y}' = k_1 l_1 y - k_2 l_2 y' \quad (5)$$

Примем $y = y'$, и получим передаточную функцию «угол поворота ϕ по смещению y »:

$$W(p) = \frac{\bar{\phi}}{\bar{y}} = \frac{l_1 (k_1 + L_1 p^2) - l_2 (k_2 + L_2 p^2)}{(J + L_1 l_1^2 + L_2 l_2^2) p^2 + k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2}. \quad (6)$$

Из выражения (6) можно определить частоту собственных колебаний системы:

$$\omega_{\text{соб}}^2 = \frac{k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2}{J + L_1 l_1^2 + L_2 l_2^2} = \frac{k_1 + k_2 i^2}{\frac{J}{l_1^2} + L_1 + L_2 i^2}, \quad (7)$$

а также частоту динамического гашения:

$$\omega_{\text{дин}}^2 = \frac{k_1 l_1 - k_2 l_2}{L_1 l_1 - L_2 l_2} = \frac{k_1 - k_2 i}{L_1 - L_2 i}, \quad (8)$$

что дает возможность сравнить систему, представленную на рис. 1 б, с обычной системой. Отметим, что в обычной системе режим динамического гашения наступает всегда на частоте, меньшей, чем частота резонанса.

Отношение частот R определится выражением:

$$R = \frac{(k_1 + k_2 i^2)(L_1 - L_2 i)}{\left(\frac{J}{l_1^2} + L_1 + L_2 i^2\right)(k_1 - k_2 i)}, \quad (9)$$

где $i = \frac{l_2}{l_1}$ (знак учтен при формировании выражений (23), (4)).

Если $i = 1$, то:

$$R = \frac{(k_1 + k_2)(L_1 - L_2)}{\left(\frac{J}{l_1^2} + L_1 + L_2\right)(k_1 - k_2)}. \quad (10)$$

Исследование (9) показывает, что режим динамического гашения наблюдается в зарезонансной области, а структурная схема ВЗС имеет вид, как показано на рис. 2 а:

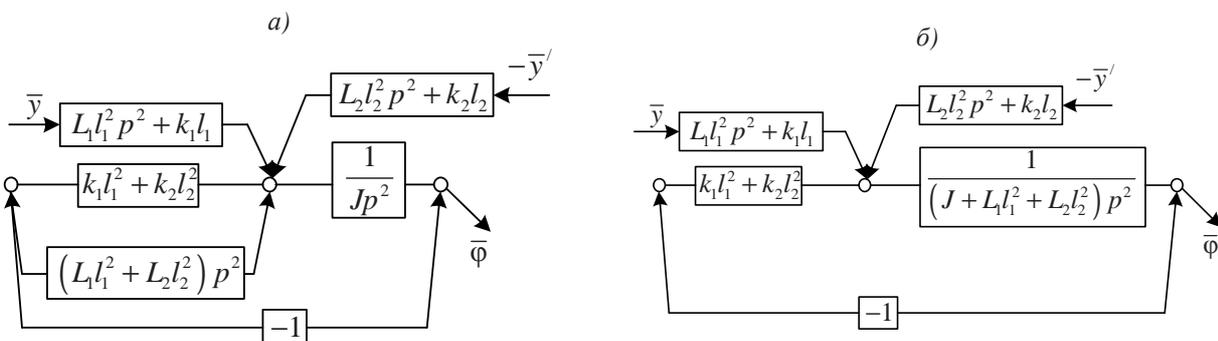


Рис. 2. Структурная схема а) ВЗС, соответствующая расчетной схеме на рис. 1 а); структурная схема б) для расчетной схемы на рис. 1 б)

Передаточная функция системы при $y = y'$ имеет вид:

$$W(p) = \frac{\bar{\Phi}}{\bar{Y}} = \frac{p^2(L_1l_1 - L_2l_2) + k_1l_1 - k_2l_2}{(J + L_1l_1^2 + L_2l_2^2)p^2 + k_1l_1^2 + k_2l_2^2}, \quad (11)$$

что дает возможность оценить характер влияния рычажных связей второго рода на динамические свойства ВЗС подобного типа по сравнению с обычными системами, совершающими прямолинейные, а не качательные движения.

Рассмотрим систему с параметрами и обозначениями, аналогичными представленной на рис. 1 а, но с рычагом первого рода, как это показано на рис. 1 б. Кинетическая и потенциальная энергия ВЗС также определяются выражениями (1), (2), но в них $y_1 = \phi l_1$, $y_2 = \phi l_2$. После соответствующих преобразований получим систему дифференциальных уравнений движения в виде:

$$\ddot{\phi}(J + L_1l_1^2 + L_2l_2^2) + \phi(k_1l_1^2 + k_2l_2^2) = L_1l_1\ddot{y} + L_2l_2\ddot{y}' + k_1l_1y + k_2l_2y' \quad (12)$$

Структурная схема эквивалентной системы автоматического управления приведена на рис. 2 б. Разница по отношению к схеме на рис. 2 а заключается в том, что внешнее воздействие имеет знак (-).

Передаточная функция системы в этом случае при $y = y'$ примет вид:

$$W(p) = \frac{\bar{\Phi}}{\bar{Y}} = \frac{p^2(L_1l_1 + L_2l_2) + k_1l_1 + k_2l_2}{(J + L_1l_1^2 + L_2l_2^2)p^2 + k_1l_1^2 + k_2l_2^2}. \quad (13)$$

Если ввести передаточное отношение $i = \frac{l_2}{l_1}$, то можно получить выражение для определения частоты собственных колебаний системы, аналогичное (7):

$$\omega_{\text{соб}}^2 = \frac{k_1 + k_2i^2}{\frac{J}{l_1^2} + L_1 + L_2i^2},$$

а также для частоты динамического гашения:

$$\omega_{\text{дин}}^2 = \frac{k_1 + k_2i}{L_1 + L_2i}, \quad (14)$$

которое будет отличаться от (8).

Отношение частот имеет соответственно вид:

$$R = \frac{(k_1 + k_2i^2)(L_1 + L_2i)}{\left(\frac{J}{l_1^2} + L_1 + L_2i^2\right)(k_1 + k_2i^2)}, \quad (15)$$

откуда следует, что R будет всегда меньше единицы, в отличие от выражения (9).

Выводы

Сопоставление двух систем, имеющих в своем составе рычаги второго и первого родов, дает следующую информацию.

1. В обеих системах частоты собственных колебаний будут одинаковыми, так же, как и частотные уравнения системы. Однако последнее нельзя утверждать по отношению к системам, имеющим другую конфигурацию, потому что передаточные отношения рычагов второго и первого рода принципиально отличаются знаками. Для рычага второго рода передаточное отношение i имеет знак (-), а выражение (8) может быть получено соответствующим образом из (13) путем введения знака (-) для передаточного отношения i .

2. Отличия заключаются в том, что в системах будут различные частоты динамического гашения и различные зависимости этих частот от параметров системы. Для рычагов второго рода при выполнении условия $k_1 = k_2i$ режим динамического гашения будет отсутствовать (при условии малости сил трения), что соответствует значению $R \rightarrow 0$. Такое сочетание параметров меняет схему взаимодействия сил, как это следует из передаточной функции (11), и изменяет динамические свойства системы в целом. Аналогичным образом, при сочетании $L_1 = L_2i$ отношение частот $R \rightarrow 0$, и система работает без реализации режима динамического гашения.

3. Система с рычагом второго рода обладает режимом, в котором при сочетании параметров $k_1 = k_2i$ и $L_1 = L_2i$ возможно своеобразное «самоаклинивание» системы. В этом случае объект с массоинерционным параметром $\frac{J}{l_1^2}$ будет реагировать на внешние возмущения y и y' ($y = y'$) иначе, чем представляется с классических позиций.

4. Так как отношение R изменяется в пределах $0 \leq R \leq \infty$, то это дает возможность получения соответствующих характеристик с частотами динамического гашения до и после режимов резонанса. При $R = 1$, как уже было отмечено, возможно появление специфического режима, а неопределенность $0/0$ требует дополнительного рассмотрения.

5. При рычагах второго и первого рода оба типа ВЗС «запираются» на высоких частотах, однако уровни «запирания» будут различными.

6. Система с рычагом первого рода ведет себя как обычная система с одной степенью свободы, для которой можно определить $K_{np} = k_1 + k_2i$, $L_{np} = L_1 + L_2i$ с соответствующими для таких систем динамическими свойствами. Обобщая такое представление, можно также было бы отметить, что в системе с рычагом первого рода, по существу, две ветви силового взаимодействия являются параллельными, поэтому становится возможным определение приведенных значений соответствующих параметров. В то же время, рычаг второго рода привносит в систему иную схему построения силового взаимодействия.

7. Отмеченные различия при введении рычагов первого и второго рода проявляются в схемах с кинемати-

ческим возмущением. При силовых возмущениях рычаги первого рода и второго рода (это следует из рассмотрения передаточных функций) будут обладать одними и теми же частотными свойствами, хотя и имеют различное конструктивное исполнение системы.

Литература

1. Иванов Б.Г. Разработка методов расчета динамики и прочности агрегатов транспортной техники с рычажно-шарнирными связями: автореф. дис. ... д-ра. тех. наук. Самара, 2007. 48 с.
2. Лаврус В.В. Совершенствование пневматических рычажно-шарнирных систем железнодорожного транспорта: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Орел: ОрлГТУ. 2006. 20 с.
3. Белокобыльский С.В., Елисеев С.В., Кашуба В.Б. Прикладные задачи структурной теории виброзащитных систем: моногр. СПб: Политехника, 2013. 363 с.
4. Белокобыльский С.В., Елисеев С.В., Кашуба В.Б. Математическое моделирование в механических колебательных системах. Мехатронные подходы // Проблемы машиностроения и автоматизации: международный журнал. 2011. № 3. С. 70-78.

5. Белокобыльский С.В., Елисеев С.В., Ситов И.С. Оценка настроечных свойств рычажных динамических гасителей // Кулагинские чтения: материалы XI междунар. науч. - практ. конф. Чита: ЗабГУ. Ч. III. С. 55-60.

References

1. Ivanov B.G. Development of the methods to calculate dynamics and strength of the transport equipment aggregates with lever-joint linkages: avtoref. diss. ... d-ra tekhn. nauk. Samara state University of transport. 2007. 48 s.
2. Lavrus' V.V. Improvement of the railway pneumatic link systems: avtoref. dis. ... kand. tekhn. nauk. Orel: OrelSTU. 2006. 20 s.
3. Belokobyl'sky S.V., Eliseev S.V., Kashuba V.B. Applied problems of structural theory of vibration protection systems: monograf. St. Petersburg. Politekhnik. 2013. 363 s.
4. Belokobyl'sky S.V., Eliseev S.V., Kashuba V.B. Mathematical modeling of the mechanical vibratory systems. Mechatronic approaches // Problemy mashinostroyeniya i avtomatizatsii. 2011. № 3. S. 70-78.
5. Belokobyl'sky S.V., Eliseev S.V., Sitov I.S. The assessment of the set-up properties of the lever-type dynamic absorbers / Kulaginskie chteniya: XI mezhdunar. nauch.-prakt. konf. Chita: ZabGU.Ch.III. 263 s.

УДК 621.752.2

Вибрационная защита качающегося твердого тела. Учет особенностей рычажных связей

В.Б. Кашуба^a, Е.А. Паршута^b

Братский государственный университет, ул. Макаренко 40, Братск, Россия

^aplemja@rambler.ru, ^bparshuta@mail.ru

Статья поступила 13.09.2013, принята 16.11.2013

Предлагается метод построения математических моделей для виброзащитных систем с угловыми колебаниями объекта защиты в виде твердого тела. Сущность метода заключается в учете соотношений между координатами движения, которые определяются типом и параметрами рычажных связей. Показано, что наличие рычажных связей связано со спецификой угловых движений объекта защиты. При этом рычаг выступает в роли типового звена, формирующего пространственную геометрию (или метрику) системы. Таким образом, математическая модель виброзащитной системы с объектом защиты в виде качающегося твердого тела отражает характерные особенности системы. Вид рычага оказывает существенное влияние на перераспределение взаимодействий в случае нескольких внешних воздействий. Это отражается в формировании частного уравнения числителя передаточной функции. Предлагается технология построения передаточных функций при различных видах внешних возмущений. Приводятся ряд примеров.

Ключевые слова: виброзащитные системы, объект защиты, передаточные функции, динамическое гашение колебаний.

Vibration protection for pendulous solid body. Taking into account lever-type links

V.B. Kashuba^a, E.A. Parshuta^b

Bratsk State University, 40 Makarenko St, Bratsk, Russia

^aplemja@rambler.ru, ^bparshuta@mail.ru

Received 13.09.2013, accepted 16.11.2013

The method of constructing mathematical models for the vibration protection systems with angular oscillations of the protected object in the form of a solid body is proposed. The method is aimed at taking into account the relationships between movement coordinates, which are determined by the type and parameters of the lever-type links. It has been shown that presence of the lever-type links is related to specific angular motions of the protected object. Besides, the lever acts as a standard linkage forming the system's spatial