

УДК 62 – 336

## Разработка математической модели контактирования короткой цилиндрической оболочки и конуса

А.М. Долотов

Иркутский государственный университет путей сообщения, Чернышевского 15, Иркутск, Россия

amdolotov@mail.ru

Статья поступила 7.09.2013, принята 10.11.2013

*Рассматривается конструкционная контактная задача вдавливания жесткого конуса в торец короткой цилиндрической оболочки. Такая задача возникает при анализе работы уплотнительных соединений, стыковых узлов, центрирующих или демпфирующих устройств, где могут быть использованы конус и цилиндрическая оболочка. В процессе нагружения контакт между конусом и оболочкой может трансформироваться от контакта по линии к контакту по поверхности и обратно, что определяет (кроме реверса сил трения) нелинейность процесса деформирования. Описание напряженно-деформированного состояния оболочки необходимо выполнять в рамках модели Тимошенко-Рейснера, которая позволяет избежать появления сосредоточенных сил на границах области контактирования, что имеет место при использовании модели Кирхгофа-Лява. Предлагается использование новых нормальных фундаментальных функций для решения уравнения деформирования оболочки в рамках модели Тимошенко-Рейснера, аналогичных функциям академика А.Н. Крылова, используемым для решения уравнения деформирования оболочки в рамках модели Кирхгофа-Лява. Приводятся варианты уравнения деформирования оболочки в рамках модели Тимошенко-Рейснера как относительно угла поворота нормали к срединной поверхности оболочки, так и относительно радиального перемещения точек срединной поверхности оболочки. Получено выражение для силы, с которой конус вдавливается в торец оболочки, при которой контакт из линейного переходит в контакт по поверхности.*

**Ключевые слова:** контактная задача, оболочка Тимошенко-Рейснера, стык, функции А.Н. Крылова.

## Developing the mathematical model of contacting a short cylindrical shell and a cone

А.М. Dolotov

Irkutsk State University of Railway Engineering, 15 Chernyshevsky St., Irkutsk, Russia

amdolotov@mail.ru

Received 7.09.2013, accepted 10.11.2013

*The structural contact problem of indenting a hard cone into the short end of a cylindrical shell has been considered. This problem arises in the performance analysis of sealing joints, pick up fittings, centering or damping devices where a cone and a cylindrical shell can be used. In the process of loading, the contact between the plug and the shell can be transformed from the line contact to the surface one and vice versa, which determines (except for the friction force reverse) the deformation process nonlinearity. The description of the deflected mode must be performed in the framework of the Timoshenko – Reissner model, which allows avoiding the generation of the concentrated forces at the contacting boundaries as in the case of using the Kirchhoff-Love model. It is proposed to use the new normal fundamental functions for solving the shell deformation equation under the Timoshenko -Reissner model similar to A.N. Krylov's functions used to solve the shell deformation equations in the framework of the Kirchhoff-Love model. The variations of the shell deformation equation under the Timoshenko-Reissner model relative both to the normal rotation angle to the middle surface and the radial movement of the shell middle surface points are given. The expression for the force with which the cone is indented into the end shell has been produced under which the line contact is changed into the surface one.*

**Keywords:** contact problem, Timoshenko-Reissner shell, joint, A.N. Krylov's functions.

**Введение.** В современной технике часто рассматривается конструкционная контактная задача (когда учитываются не только местные, но и общие деформации контактирующих тел) вдавливания конуса в торец короткой цилиндрической оболочки. Такая задача возникает при анализе работы уплотнительных соединений, стыковочных узлов, центрирующих и демпфирующих устройств.

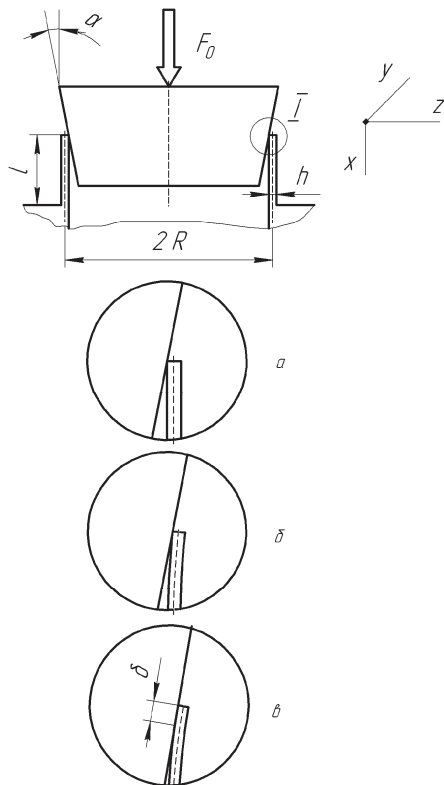
В частности, такие конструкции могут быть использованы в двигателестроении [1], при разработке уплот-

нительных соединений больших размеров, когда трудно обеспечить плотность контактирования элементов уплотнения из-за их коробления в результате монтажа, термодиклирования.

Отметим также, что обычно использование уплотнений «металл – металл» связано с особыми условиями эксплуатации и особыми свойствами рабочей среды. Поэтому в качестве материала оболочки особое внимание должно быть обращено на коррозионно-стойкие и жаропрочные сплавы. Из-за относительного проскаль-

звания уплотнительных поверхностей материал оболочки должен быть износостойким, с высокими механическими характеристиками. Такому комплексу разнообразных требований удовлетворяет малое число материалов, но и среди них особое место занимают высокопрочные высоколегированные мартенситно-старенные стали, использование которых позволяет выполнить оболочку особо тонкостенной, что и определяет постановку задач, рассмотренных в статье.

Схематически процесс контактирования показан на рис. 1. Жесткий конус силой  $F_0$  вдавливается в торец короткой цилиндрической оболочки. Первоначальный контакт конуса и оболочки осуществляется по линии (рис. 1 а), в ходе нагружения оболочка деформируется (рис. 1 б), при этом можно ожидать, что при дальнейшем росте силы  $F_0$  контакт из линейного перейдет в контакт по поверхности (рис. 1 в), ширину контакта обозначим  $\delta$ .



**Рис. 1.** Расчетная схема контактной задачи для уплотнения с оболочечным седлом: а – первоначальный контакт затвора с седлом; б – контакт затвора с седлом по линии; в – контакт затвора с седлом по поверхности

**Математическая модель контактирования оболочки и конуса.** Оболочку разбиваем на две зоны: зону контактирования с затвором, для которой будем использовать индекс 1, и зону, свободную от контактного давления, для которой будем использовать индекс 2.

В первой зоне радиальное смещение оболочечного элемента удовлетворяет равенству:

$$w(x_1) = w(0) - x_1 * tg\alpha; \quad 0 \leq x_1 \leq \delta, \quad (1)$$

где  $w(0)$  – смещение торца оболочечного элемента.

Выражение (1) является условием непересечения профилей.

В [2] показано, что напряженно-деформированное состояние оболочки в рамках модели Тимошенко-Рейснера может быть описано с помощью соотношений деформаций:

$$\epsilon_1 = \frac{du}{dx}; \quad \epsilon_2 = \frac{\omega}{R}; \quad \epsilon_{13} = \psi + \frac{d\omega}{dx}; \quad \chi = \frac{d\psi}{dx}; \quad (2)$$

соотношений упругости:

$$N_1 = \frac{Eh}{1-\nu^2}(\epsilon_1 + \nu\epsilon_2); N_2 = \frac{Eh}{1-\nu^2}(\epsilon_2 + \nu\epsilon_1); \quad (3)$$

$$M_1 = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}\chi; M_2 = \nu M_1; Q = \frac{kEh}{2(1+\nu)}\epsilon_{13},$$

и уравнений равновесия:

$$\rho h \frac{\delta^2 u}{dt^2} - \frac{\delta N_1}{\delta x} - p_1 = 0; \rho h \frac{\delta^2 w}{dt^2} - \frac{\delta Q}{\delta x} + \frac{N_2}{R} - p_3 = 0; \quad (4)$$

$$\rho h \frac{\delta^2 \psi}{dt^2} + \frac{\delta M_1}{\delta x} - Q = 0.$$

В уравнениях (2) – (4)  $u, v, w$  – компоненты перемещения точек срединной поверхности оболочки;  $\psi$  – угол поворота нормали к срединной поверхности;  $\epsilon_1, \epsilon_2$  – тангенциальная (мембранная) деформация;  $\epsilon_{13}$  – сдвиг в трансверсальном направлении;  $\chi$  – изгиб срединной поверхности;  $N_1, N_2, Q$  – нормальная и поперечная силы;  $M_1, M_2$  – изгибающие моменты.

Пренебрегая в (4) инерционными слагаемыми (рассматривается статическая задача), систему уравнений (2) – (4) можно свести к следующей:

$$\frac{Eh}{1-\nu^2} \left( \frac{d^2 u}{dx^2} + \frac{\nu}{R} \frac{dw}{dx} \right) + p_1 = 0;$$

$$\frac{kEh}{2(1+\nu)} \left( \frac{d\psi}{dx} + \frac{d^2 w}{dx^2} \right) - \frac{Eh}{(1-\nu^2)R} \left( \frac{w}{R} + \nu \frac{du}{dx} \right) + p_3 = 0; \quad (5)$$

$$\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \frac{d^2 \psi}{dx^2} - \frac{kEh}{2(1+\nu)} \left( \psi + \frac{dw}{dx} \right) = 0,$$

где  $E, \nu$  – упругие постоянные материала оболочки;  $k$  – коэффициент сдвига;  $p_1, p_3$  – проекции распределенной нагрузки на оси  $x, z$  соответственно.

Общее усилие  $F_0$  разбиваем на слагаемые  $F_H$  и  $F$ .

Усилие  $F_H$  определяет исходное напряженно-деформированное состояние оболочки, которое характеризуется тем, что  $\delta = 0$ , т. е. формирование контакта по поверхности начинается с момента, когда общее усилие превысит силу  $F_H$ . Усилие  $F$  определяет контактное давление и дальнейшую трансформацию напряженно-деформированного состояния оболочки. В дальнейших расчетах сжимающими напряжениями, вызываемыми усилием  $F_H$ , пренебрегаем.

С учетом разбиения оболочки на зоны назначаются граничные условия:

$$N_1(0) = 0; M_1(0) = 0; w(l - \delta) = 0; \psi(l - \delta) = 0 \quad (6)$$

и условия совместности:

$$w(\delta - 0) = w(\delta + 0); u(\delta - 0) = u(\delta + 0); \psi(\delta - 0) = \psi(\delta + 0);$$

$$M_1(\delta - 0) = M_1(\delta + 0); Q_1(\delta - 0) = Q_1(\delta + 0). \quad (7)$$

Контактное давление разложим на осевую  $p_1$  и радиальную  $p_3$  составляющие. Будем считать, что между ними справедливо очевидное соотношение:

$$dp_1(x) = \operatorname{tg}(\alpha \pm \psi) dp_3(x), \quad (8)$$

где знак «+» относится к нагружению оболочки, а «-» – к разгрузению.

Тогда осевая (сжимающая) сила, действующая на оболочку:

$$N_1(x_1) = -\int p_1(x) dx. \quad (9)$$

Для дальнейших выкладок (9) запишем в виде:

$$N_1(x_1) = -\operatorname{tg}(\alpha \pm \psi) \int p_3(x) dx, \text{ если } 0 \leq x_1 \leq \delta,$$

$$N_1(x_2) = -\frac{F}{2\pi R}, \text{ если } 0 \leq x_2 \leq l - \delta.$$

Выражая  $N_1$  через компоненты перемещения, получаем:

$$\frac{Eh}{1-\nu^2} \left( \frac{du}{dx_1} + \nu \frac{w}{R} \right) = -\operatorname{tg}(\alpha \pm \psi) \int p_3(x) dx, \quad 0 \leq x_1 \leq \delta;$$

$$\frac{Eh}{1-\nu^2} \left( \frac{du}{dx_2} + \nu \frac{w}{R} \right) = -\frac{F}{2\pi R}; \quad 0 \leq x_2 \leq l - \delta. \quad (10)$$

Подставляя  $\frac{du}{dx_1}$  из (10) во второе уравнение (5), приходим к системе двух дифференциальных уравнений, описывающих деформацию оболочки на первом участке:

$$\frac{kEh}{2(1+\nu)} \left( \frac{d\psi}{dx_1} + \frac{d^2w}{dx_1^2} \right) - \frac{Eh}{R^2} w = -p_3 - \frac{\nu \operatorname{tg}(\alpha \pm \psi)}{R} \int p_3 dx;$$

$$\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \frac{d^2\psi}{dx_1^2} - \frac{kEh}{2(1+\nu)} \left( \psi + \frac{du}{dx_1} \right) = 0. \quad (11)$$

Из последнего уравнения с учетом (1) получаем

$$\frac{dw}{dx_1} = \frac{h^2}{6k(1-\nu)} \frac{d^2\psi}{dx_1^2} - \psi = -\operatorname{tg}\alpha. \quad (12)$$

Дифференцируя первое уравнение (11) и подставляя туда (12), получаем:

$$\frac{d^4\psi}{dx_1^4} - \frac{2(1+\nu)}{kR^2} \frac{d^2\psi}{dx_1^2} + \frac{12(1-\nu^2)}{R^2 h^2} \psi =$$

$$= -\frac{12(1-\nu^2)}{Eh^3} \left( \frac{dp_3}{dx_1} + \frac{\nu \operatorname{tg}(\alpha \pm \psi)}{R} p_3 \right). \quad (13)$$

Выполняя аналогичные преобразования для второго участка, можно получить:

$$\frac{d^4\psi}{dx_2^4} - \frac{2(1+\nu)}{kR^2} \frac{d^2\psi}{dx_2^2} + \frac{12(1-\nu^2)}{R^2 h^2} \psi = 0. \quad (14)$$

Выражения для внутренних усилий и моментов в области контактирования могут быть получены из соотношений упругости и равновесия:

$$M_1 = D \frac{d\psi}{dx_1}; Q_1 = \frac{dM_1}{dx_1} = D \frac{d^2\psi}{dx_1^2}$$

$$N_2 = R \frac{dQ_1}{dx_1} + R p_3 = RD \frac{d^3\psi}{dx_1^3} + R p_3. \quad (15)$$

Вне области контактирования:

$$M_1 = D \frac{d\psi}{dx_2}; Q_1 = \frac{dM_1}{dx_2} = D \frac{d^2\psi}{dx_2^2};$$

$$N_2 = R \frac{dQ_1}{dx_2} = RD \frac{d^3\psi}{dx_2^3}. \quad (16)$$

Возвращаясь к области контактирования, отметим, что подстановка (12) в (13) позволяет получить также следующие уравнения:

$$\frac{d^4\psi}{dx_1^4} + \frac{12(1-\nu^2)}{R^2 h^2} \operatorname{tg}\alpha = -\frac{12(1-\nu^2)}{Eh^3} \left( \frac{dp_3}{dx_1} + \frac{\nu \operatorname{tg}(\alpha \pm \psi)}{R} p_3 \right);$$

$$\frac{d^2\psi}{dx_1^2} + \frac{2(1+\nu)}{kR^2} \operatorname{tg}\alpha = -\frac{2(1+\nu)}{kEh} \left( \frac{dp_3}{dx_1} + \frac{\nu \operatorname{tg}(\alpha \pm \psi)}{R} p_3 \right),$$

эквивалентные (13), но отличающиеся структурой и порядком.

Для выяснения закона изменения  $\psi$  на первом участке перепишем (12) в виде:

$$\frac{d^2\psi}{dx_1^2} - \frac{6k(1-\nu)}{h^2} \psi = -\frac{6k(1-\nu)}{h^2} \operatorname{tg}\alpha. \quad (17)$$

Решение (17) запишем в виде:

$$\psi(x_1) = C_1 e^{\gamma x_1} + C_2 e^{-\gamma x_1} + \operatorname{tg}\alpha, \quad (18)$$

где  $\gamma^2 = \frac{6k(1-\nu)}{h^2}$ .

Учитывая (12), находим

$$M_1(x_1) = \gamma(C_1 e^{\gamma x_1} - C_2 e^{-\gamma x_1}). \quad (19)$$

Требую выполнения второго граничного условия (6), подставим в (19) нулевое значение аргумента и найдем  $C_1 = C_2$ .

Тогда, обозначая постоянную интегрирования через  $C$ , для первого участка можно записать:

$$\psi(x_1) = Cch\gamma x_1 + tg\alpha. \quad (20)$$

Подставляя (20) в (15), получаем, что на первом участке оболочки:

$$M_1(x_1) = CD\gamma sh\gamma x_1; \quad Q_1(x_1) = CD\gamma^2 ch\gamma x_1. \quad (21)$$

Для выяснения закона изменения  $\psi$  на втором участке рассмотрим корни характеристического уравнения, соответствующего дифференциальному уравнению (14):

$$\lambda_{1...4} = \pm \sqrt{\frac{1+\nu}{kR^2} \pm \sqrt{\frac{(1+\nu^2)}{k^2 R^4} - \frac{12(1-\nu^2)}{R^2 h^2}}}. \quad (22)$$

Используя известные соотношения для корня из комплексного числа, выражение (22) можно представить в виде:

$$\lambda_{1...4} = \pm \left( \sqrt{\frac{\sqrt{3(1-\nu^2)}}{Rh} + \frac{1+\nu}{2kR^2}} \pm i \sqrt{\frac{\sqrt{3(1-\nu^2)}}{Rh} - \frac{1+\nu}{2kR^2}} \right).$$

Введем обозначения:

$$\begin{aligned} \xi^2 &= \frac{\sqrt{3(1-\nu^2)}}{Rh} + \frac{1+\nu}{2kR^2}; \\ \eta^2 &= \frac{\sqrt{3(1-\nu^2)}}{Rh} - \frac{1+\nu}{2kR^2}. \end{aligned} \quad (23)$$

В дальнейшем будем использовать следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \xi^2 + \eta^2 &= \frac{2\sqrt{3(1-\nu^2)}}{Rh}; \quad \xi^2 - \eta^2 = \frac{1+\nu}{kR^2}; \\ \frac{(\xi^2 + \eta^2)^2}{2(\xi^2 - \eta^2)} &= \gamma^2. \end{aligned} \quad (24)$$

С учетом введенных обозначений решение однородного уравнения (14), которое по своей структуре совпадает с дифференциальным уравнением изгиба оболочки с учетом осевого усилия, можно записать в виде:

$$\psi(x_2) = \sum_i A_i B_i(x_2), \quad i = 1...4, \quad (25)$$

где  $A_0...A_3$  – постоянные интегрирования;  $B_0...B_3$  – нормальные, фундаментальные функции, предложенные И.А. Биргером [3]:

$$B_0(x) = \frac{1}{2\xi\eta} [2\xi\eta ch(\xi x) \cos(\eta x) - (\xi^2 - \eta^2) sh(\xi x) \sin(\eta x)];$$

$$\begin{aligned} B_1(x) &= \frac{1}{2\xi\eta(\xi^2 + \eta^2)} [\xi(3\eta^2 - \xi^2) ch(\xi x) \sin(\eta x) + \\ &\quad + \eta(3\xi^2 - \eta^2) sh(\xi x) \cos(\eta x)]; \\ B_2(x) &= \frac{1}{2\xi\eta} sh(\xi x) \sin(\eta x); \end{aligned} \quad (26)$$

$$B_3(x) = \frac{1}{2\xi\eta(\xi^2 + \eta^2)} [\xi ch(\xi x) \sin(\eta x) - \eta sh(\xi x) \cos(\eta x)].$$

По своей структуре и назначению функции И.А. Биргера эквивалентны функциям А.Н. Крылова, при  $\psi = \eta$  совпадают с ними с точностью до множителя.

Функции И.А. Биргера связаны между собой следующими дифференциальными соотношениями:

$$\begin{aligned} \frac{dB_0(x)}{dx} &= -(\xi^2 + \eta^2) B_3(x); \quad \frac{dB_1(x)}{dx} = B_0(x); \\ \frac{dB_2(x)}{dx} &= B_1(x) + 2(\xi^2 - \eta^2) B_3(x); \quad \frac{dB_3(x)}{dx} = B_2(x); \\ \frac{d^2 B_0(x)}{dx^2} &= -(\xi^2 + \eta^2) B_2(x); \quad \frac{d^2 B_1(x)}{dx^2} = -(\xi^2 + \eta^2)^2 B_3(x); \\ \frac{d^2 B_2(x)}{dx^2} &= B_0(x) + 2(\xi^2 - \eta^2) B_2(x); \\ \frac{d^2 B_3(x)}{dx^2} &= B_1(x) + 2(\xi^2 - \eta^2) B_3(x); \\ \frac{d^3 B_0(x)}{dx^3} &= -(\xi^2 + \eta^2)^2 (B_1(x) + 2(\xi^2 - \eta^2) B_3(x)); \\ \frac{d^3 B_1(x)}{dx^3} &= -(\xi^2 + \eta^2)^2 B_2(x); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d^3 B_2(x)}{dx^3} &= -(\xi^2 + \eta^2)^2 B_3(x) + 2(\xi^2 - \eta^2) \times \\ &\times (B_1(x) + 2(\xi^2 - \eta^2) B_3(x)). \end{aligned}$$

$$\frac{d^3 B_3(x)}{dx^3} = B_0(x) + 2(\xi^2 - \eta^2) B_2(x)$$

Возвращаясь к (25), запишем:

$$\begin{aligned} \frac{d\psi}{dx} &= -A_0(\xi^2 + \eta^2)^2 B_3(x) + A_1 B_0(x) + \\ &+ A_2 (B_1(x) + 2(\xi^2 - \eta^2) B_3(x)) + A_3 B_2(x); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \psi}{dx^2} &= -A_0(\xi^2 + \eta^2)^2 B_2(x) - A_1(\xi^2 + \eta^2)^2 B_3(x) + \\ &+ A_2 (B_0(x) + 2(\xi^2 - \eta^2) B_2(x)) + A_3 (B_1(x) + \\ &+ 2(\xi^2 - \eta^2) B_3(x)); \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^3 \psi}{dx^3} &= -A_0(\xi^2 + \eta^2)^2 (B_1(x) + 2(\xi^2 - \eta^2) B_3(x)) - \\ &A_1(\xi^2 + \eta^2)^2 B_2(x) + A_2(-(\xi^2 + \eta^2)^2 B_3(x) + \\ &+ 2(\xi^2 - \eta^2)(B_1(x) + 2(\xi^2 - \eta^2) B_3(x)) + \\ &+ A_3 (B_0(x) + 2(\xi^2 - \eta^2) B_2(x)). \end{aligned}$$

В работе [4] вместо функций  $B_i$  предложено использовать функции  $DS_i$ :

$$DS_0(x) = \frac{1}{2\xi\eta} [2\xi\eta ch(\xi x) \cos(\eta x) - (\xi^2 - \eta^2) sh(\xi x) \sin(\eta x)];$$

$$\begin{aligned} DS_1(x) &= \frac{1}{2\sqrt{2}\xi\eta\sqrt{\xi^2 + \eta^2}} [\xi(3\eta^2 - \xi^2) ch(\xi x) \sin(\eta x) - \\ &- \eta(3\xi^2 - \eta^2) sh(\xi x) \cos(\eta x)]; \end{aligned}$$

$$DS_2(x) = \frac{\xi^2 + \eta^2}{4\xi\eta} sh(\xi x) \sin(\eta x);$$

$$DS_3(x) = \frac{\sqrt{\xi^2 + \eta^2}}{4\sqrt{2\xi\eta}} [\xi ch(\xi x) \sin(\eta x) - \eta sh(\xi x) \cos(\eta x)]. \quad (28)$$

Функции  $DS_i$  связаны между собой следующими дифференциальными соотношениями:

$$\begin{aligned} \frac{dDS_0(x)}{dx} &= -2\sqrt{2(\xi^2 + \eta^2)} DS_3(x); \\ \frac{dDS_1(x)}{dx} &= \frac{\sqrt{2(\xi^2 + \eta^2)}}{2} DS_0(x); \\ \frac{dDS_2(x)}{dx} &= \frac{\sqrt{2(\xi^2 + \eta^2)}}{2} [DS_1(x) + \frac{4(\xi^2 - \eta^2)}{\xi^2 + \eta^2} DS_3(x)]; \\ \frac{dDS_3(x)}{dx} &= \frac{\sqrt{\xi^2 + \eta^2}}{\sqrt{2}} DS_2(x); \\ \frac{d^2 DS_0(x)}{dx^2} &= -2(\xi^2 + \eta^2) DS_2(x); \\ \frac{d^2 DS_2(x)}{dx^2} &= \frac{1}{2} [(\xi^2 + \eta^2) DS_0(x) + 4(\xi^2 - \eta^2) DS_2(x)]; \\ \frac{d^2 DS_3(x)}{dx^2} &= \frac{1}{2} [(\xi^2 + \eta^2) DS_1(x) + 4(\xi^2 - \eta^2) DS_3(x)]; \\ \frac{d^3 DS_0(x)}{dx^3} &= -\sqrt{2(\xi^2 + \eta^2)} [(\xi^2 + \eta^2) DS_1(x) + 4(\xi^2 - \eta^2) DS_3(x)]; \\ \frac{d^3 DS_1(x)}{dx^3} &= -\sqrt{2(\xi^2 + \eta^2)^3} DS_2(x); \\ \frac{d^3 DS_2(x)}{dx^3} &= \frac{\sqrt{2(\xi^2 + \eta^2)}}{\xi^2 + \eta^2} [(\xi^4 - \eta^4) DS_1(x) + (\xi^2 - 3\eta^2)(3\xi^2 - \eta^2) DS_3(x)]; \\ \frac{d^3 DS_3(x)}{dx^3} &= \frac{\sqrt{2(\xi^2 + \eta^2)}}{4} [(\xi^2 + \eta^2) DS_0(x) + 4(\xi^2 - \eta^2) DS_2(x)]; \\ \frac{d^4 DS_0(x)}{dx^4} &= -(\xi^2 + \eta^2)^2 DS_0(x) - 4(\xi^4 - \eta^4) DS_2(x); \\ \frac{d^4 DS_1(x)}{dx^4} &= -(\xi^2 + \eta^2)^2 DS_1(x) - 4(\xi^4 - \eta^4) DS_3(x); \\ \frac{d^4 DS_2(x)}{dx^4} &= -(\xi^2 + \eta^2)^2 DS_2(x) - (\xi^4 - \eta^4) DS_0(x) + 4(\xi^2 - \eta^2) DS_2(x); \\ \frac{d^4 DS_3(x)}{dx^4} &= (\xi^4 - \eta^4) DS_1(x) + (\xi^2 - 3\eta^2)(3\xi^2 - \eta^2) DS_3(x). \end{aligned} \quad (29)$$

Отличие функции  $DS_i$  от  $B_i$  заключается в том, что функции  $DS_i$  при  $\xi = \eta$  (оболочки Кирхгофа-Лява) совпадают с функциями академика А.Н. Крылова, что

позволяет получить очевидные удобства при построении математических моделей деформирования оболочки.

Дальнейшие выкладки ведутся с использованием функции  $B_i$ .

Для подстановки в (25) граничных условий предварительно определим  $w$  на втором участке. Из соотношений деформации и упругости оболочки можно получить с учетом второго уравнения (10):

$$N_2(x_2) = \frac{Eh}{R} w(x_2) - \frac{\nu F}{2\pi R}. \quad (30)$$

Сопоставляя (15) и (30), находим:

$$w(x_2) = \frac{R^2 h^2}{12(1-\nu^2)} \frac{d^3 \Psi}{dx_2^3} + \frac{\nu F}{2\pi R}. \quad (31)$$

Подстановка в (30) третьего и четвертого граничных условий (6) с учетом (31) приводит к уравнениям:

$$\begin{aligned} A_0 B_0(l-\delta) + A_1 B_1(l-\delta) + A_2 B_2(l-\delta) + A_3 B_3(l-\delta) &= 0; \\ A_0 B_0''(l-\delta) + A_1 B_1''(l-\delta) + A_2 B_2''(l-\delta) + A_3 B_3''(l-\delta) &= \\ &= -\frac{6\nu(1-\nu^2)F}{\pi R^2 Eh^3}. \end{aligned} \quad (32)$$

При раскрытии первого условия совместности из (7) находим, что:

$$w(\delta) = w(0) - \delta tg \alpha. \quad (33)$$

Из (31) и (16) можно получить для второго участка смещение  $w$  для  $x_2 = 0$ , если учесть, что  $\frac{d^3 \Psi}{dx_2^3}(0) = A_3$ .

Тогда первое условие совместности:

$$w(0) - \delta tg \alpha = \frac{A_3}{(\xi^2 + \eta^2)^2} + \frac{\nu F}{2\pi Eh}. \quad (34)$$

Остальные условия совместности в раскрытом виде после сокращений:

$$Cch\gamma\delta + tg\alpha = A_0, \quad (35)$$

$$C\gamma sh\gamma\delta = A_1, \quad (36)$$

$$C\gamma^2 ch\gamma\delta = A_2. \quad (37)$$

Для определения контактного давления рассмотрим выражения из (15) и (22) с учетом (8):

$$N_2(x_1) = \frac{Eh}{R} w(x_1) - \nu tg(\alpha \pm \varphi) \int p_3(x) dx = RD \frac{d^3 \Psi}{dx_1^3} + Rp_3.$$

Перепишем это выражение в виде:

$$\begin{aligned} p_3(x_1) + \frac{\nu tg(\alpha \pm \varphi)}{R} \times \\ \times \int p_3(x) dx = \frac{Eh}{R^2} (w(0) - x_1 tg \alpha) - \frac{Eh^3 \gamma^3}{12(1-\nu^2)} Csh\gamma x_1. \end{aligned} \quad (38)$$

Это интегральное уравнение Вольтерра второго рода будем решать операторным методом, используя интегральное преобразование Лапласа.

Отображая (38) в пространство изображений, получаем:

$$p_3(s) + \frac{\nu tg(\alpha \pm \varphi)}{Rs} p_3(s) = \frac{Ehw(0)}{R^2 s} - \frac{Ehtg\alpha}{R^2 s^2} - \frac{CEh^3\gamma^3}{24(1-\nu^2)} \left( \frac{1}{s-\gamma} - \frac{1}{s+\gamma} \right).$$

Решая это уравнение относительно  $p_3(s)$ , находим:

$$p_3(s) = \frac{Ehw(0)}{R^2} \frac{1}{s+a} - \frac{Ehtg\alpha}{R^2} \frac{1}{s(s+a)} - \frac{CEh^3\gamma^3}{24(1-\nu^2)} \left( \frac{s}{(s+a)(s-\gamma)} - \frac{s}{(s+a)(s+\gamma)} \right),$$

где  $a = \frac{\nu tg(\alpha \pm \varphi)}{R}$ .

Возвращаясь к оригиналам, получаем:

$$p_3(x_1) = \frac{Ehw(0)}{R^2} e^{-ax_1} - \frac{Ehtg\alpha}{aR^2} (1 - e^{-ax_1}) - \frac{CEh^3\gamma^3}{12(1-\nu^2)(\gamma^2 - a^2)} (\gamma^2 sh\gamma x_1 - a\gamma ch\gamma x_1 + a\gamma e^{-ax_1}).$$

Окончательное выражение для  $p_3(x_1)$ :

$$p_3(x_1) = \frac{Eh(aw(0) + tg\alpha)}{aR^2} e^{-ax_1} - \frac{Ehtg\alpha}{aR^2} - \frac{CD\gamma^3}{(\gamma^2 - a^2)} (\gamma^2 sh\gamma x_1 - a\gamma ch\gamma x_1 + a\gamma e^{-ax_1}). \quad (39)$$

Обычно при постановке контактных задач  $w(0)$  (осадка штампа) задается. В нашем случае задано усилие  $F$ . Для выявления взаимосвязи  $w(0)$ ,  $F$  и  $\delta$  умножим правую и левую части уравнения на  $2\pi R$ :

$$2\pi RN_1(x_1) = -2\pi R \int_0^{x_1} p_3(x_1) dx_1 tg(\alpha \pm \varphi).$$

Интегрируя это уравнение с верхним пределом  $\delta$ , подставляя вместо  $p_3(x_1)$  его выражение, а также учитывая, что левая часть этого уравнения равна  $2\pi RF$ , получаем:

$$\frac{FR}{2\pi Ehtg(\alpha \pm \varphi)} = \frac{aw(0) + tg\alpha}{a^2} (1 - e^{-a\delta}) - \frac{\delta tg\alpha}{a} - \frac{C\gamma^3}{(\xi^2 + \eta^2)^2 (\gamma^2 - a^2)} (\gamma ch\gamma\delta - a sh\gamma\delta - \gamma e^{-a\delta}). \quad (40)$$

Таким образом, задача сводится к решению системы из семи трансцендентных алгебраических уравнений для нахождения семи неизвестных:

$$A_0 B_0 (l - \delta) + A_1 B_1 (l - \delta) + A_2 B_2 (l - \delta) + A_3 B_3 (l - \delta) = 0;$$

$$A_0 B_0'' (l - \delta) + A_1 B_1'' (l - \delta) + A_2 B_2'' (l - \delta) + A_3 B_3'' (l - \delta) = -\frac{6\nu(1-\nu^2)F}{\pi R^2 E h^3};$$

$$w(0) - \delta tg\alpha = \frac{A_3}{(\xi^2 + \eta^2)^2} + \frac{\nu F}{2\pi E h}, \quad (41)$$

$$Cch\gamma\delta + tg\alpha = A_0;$$

$$C\gamma sh\gamma\delta = A_1;$$

$$C\gamma^2 ch\gamma\delta = A_2;$$

$$\frac{FR}{2\pi Ehtg(\alpha \pm \varphi)} = \frac{aw(0) + tg\alpha}{a^2} (1 - e^{-a\delta}) - \frac{\delta tg\alpha}{a} - \frac{C\gamma^3}{(\xi^2 + \eta^2)^2 (\gamma^2 - a^2)} (\gamma ch\gamma\delta - a sh\gamma\delta - \gamma e^{-a\delta}).$$

Для решения системы уравнений (41) была использована система MathCAD. При выполнении численных расчетов было принято:  $R = 50$  мм;  $h = 0,5$  мм;  $l = 10$  мм;  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа;  $\nu = 0,3$ ;  $\alpha = 15^\circ$ ;  $\varphi = \arctg 0,05$ .

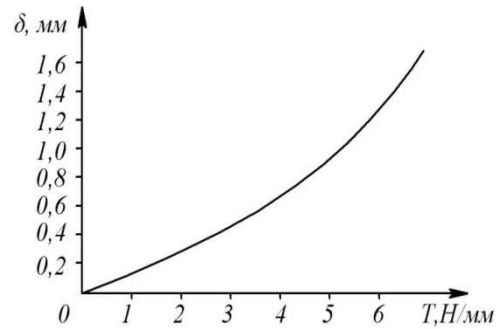


Рис. 2. Зависимость ширины контакта от интенсивности осевой нагрузки

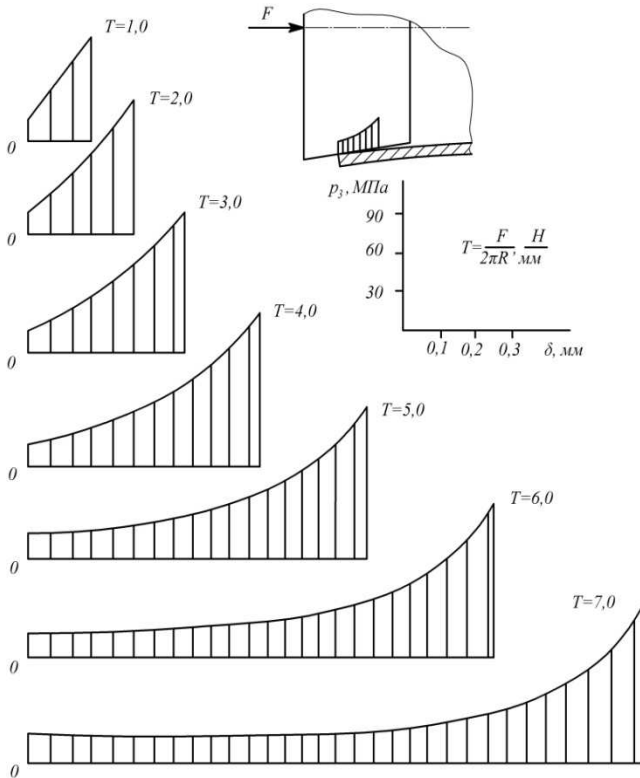
На рис. 2 показан график зависимости ширины области контакта от погонной осевой нагрузки, а на рис. 3 представлены эпюры контактного давления как функции погонной осевой нагрузки. Отметим, что предельное значение контактного давления растет только при малых значениях нагрузки.

Возвращаясь к системе уравнений (5), укажем сведения ее к разрешающему уравнению относительно радиального смещения  $w$ . Из первого уравнения системы (11) находим:

$$\frac{d\psi}{dx_1} = -\frac{d^2 w}{dx_1^2} + \frac{2(1+\nu)}{kR^2} w - \frac{2(1+\nu)}{kEh} \left( p_3 + \frac{\nu tg(\alpha \pm \varphi)}{R} \int p_3 dx \right). \quad (42)$$

Дифференцируя второе уравнение (11) и подставляя в него (42), можно получить разрешающее уравнение относительно  $w$ :

$$\frac{d^4 w}{dx_1^4} - \frac{2(1+\nu)}{kR^2} \frac{d^2 w}{dx_1^2} + \frac{12(1-\nu^2)}{R^2 h^2} w = -\frac{2(1+\nu)}{kEh} \left[ \frac{d^2 p_3}{dx_1^2} + \frac{\nu tg(\alpha \pm \varphi)}{R} \frac{dp_3}{dx_1} \right] + \frac{12(1-\nu^2)}{Eh^3} \left( p_3 + \frac{\nu tg(\alpha \pm \varphi)}{R} \int p_3 dx \right).$$



**Рис. 3.** Трансформация эпюры контактного давления с ростом интенсивности осевой нагрузки

Усилие и моменты в оболочке также могут быть выражены через  $w$ :

$$N_2(x_2) = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left( \frac{w}{R} + \nu \frac{dw}{dx_1} \right) = \frac{Eh}{R} w - \nu \operatorname{tg}(\alpha \pm \varphi) \int p_3 dx; \quad (44)$$

$$Q_1(x_1) = \frac{kEh}{2(1+\nu)} \left( \psi + \frac{dw}{dx_1} \right) = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \frac{d^2\psi}{dx_1^2}.$$

В последнем выражении было учтено (12). Тогда:

$$Q_1(x_1) = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \times \left[ -\frac{d^3w}{dx_1^3} + \frac{2(1+\nu)}{kR^2} \frac{dw}{dx_1} - \frac{2(1+\nu)}{kEh} \left( \frac{dp_3}{dx_1} + \frac{\nu \operatorname{tg}(\alpha \pm \varphi)}{R} \right) p_3 \right],$$

$$M_1(x_1) = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \frac{d\psi}{dx_1} = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \times \left[ -\frac{d^2w}{dx_1^2} + \frac{2(1+\nu)}{kR^2} w - \frac{2(1+\nu)}{kEh} \left( p_3 + \frac{\nu \operatorname{tg}(\alpha \pm \varphi)}{R} \int p_3 dx \right) \right]. \quad (45)$$

Переходя ко второй области, свободной от контактного давления, получаем:

$$\frac{d^4w}{dx_2^4} - \frac{2(1+\nu)}{kR^2} \frac{d^2w}{dx_2^2} + \frac{12(1-\nu^2)}{R^2h^2} w = \frac{12(1-\nu^2)}{Eh^3} \frac{\nu F}{2\pi R^2}. \quad (46)$$

Выражения для усилий и моментов принимают следующий вид:

$$N_2(x_2) = \frac{Eh}{R} w - \frac{\nu F}{2\pi R};$$

$$Q_1(x_2) = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \left[ -\frac{d^3w}{dx_2^3} + \frac{2(1+\nu)}{kR^2} \frac{dw}{dx_2} \right]; \quad (47)$$

$$M_1(x_2) = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \times \left[ -\frac{d^2w}{dx_2^2} + \frac{2(1+\nu)}{kR^2} w - \frac{2(1+\nu)}{kEh} \frac{\nu F}{2\pi R^2} \right].$$

При интегрировании уравнений (43) и (46) также можно рекомендовать использовать функции И.А. Биргера.

Возвращаясь к физической трактовке полученных результатов, отметим, что «...контактным задачам теории оболочек Кирхгофа-Лява присущи... формальные противоречия. Если оболочка контактирует с жестким бандажом с гладким основанием (без углов), то на концах зоны контакта нужно вводить сосредоточенные погонные нормальные усилия» [5]. Но в этом случае не будет выполняться последнее условие совместности. Кроме того, введение сосредоточенных сил приводит к ошибке в сотни процентов для контактного давления.

Можно также предположить, что резкий всплеск контактного давления при переходе из первой области во вторую является одной из основных причин высокой герметичности при относительно малых усилиях герметизации в уплотнениях рассматриваемого типа.

На начальном этапе нагружения уплотнения усилием  $F$ , а также при малых усилиях  $F$  (понятие «малости» усилия будет определено ниже), затвор контактирует с оболочечным седлом не по поверхности, а по линии.

Принимая допущение об отсутствии пластических деформаций в месте контакта, проанализируем расчетную схему, показанную на рис. 4. Определение  $T$  и  $Q$  показано в [6].

Уравнения равновесия (4) принимают вид:

$$\frac{dN_1}{dx} = 0; \frac{dQ_1}{dx} - \frac{N_2}{R} + p = 0; \frac{dM_1}{dx} = Q_1. \quad (48)$$

Соотношения упругости перепишем в виде:

$$N_1 = -T = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left( \frac{du}{dx} + \nu \frac{w}{R} \right); N_2 = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left( \frac{w}{R} + \nu \frac{dw}{dx} \right); \quad (49)$$

$$Q = \frac{kEh}{2(1+\nu)} \left( \psi + \frac{dw}{dx} \right); M_1 = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \frac{d\psi}{dx}.$$

Подставляя (49) в (48), можно получить:

$$\frac{du}{dx} = -\frac{T(1-\nu^2)}{Eh} - \nu \frac{w}{R};$$

$$\frac{kEh}{2(1+\nu)} \left( \frac{d\psi}{dx} + \frac{d^2w}{dx^2} \right) - \frac{Eh}{R(1-\nu^2)} \left( \frac{w}{R} + \nu \frac{dw}{dx} \right) + p = 0;$$

$$\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \frac{d^2\psi}{dx^2} - \frac{kEh}{2(1+\nu)} \left( \psi + \frac{dw}{dx} \right) = 0. \quad (50)$$

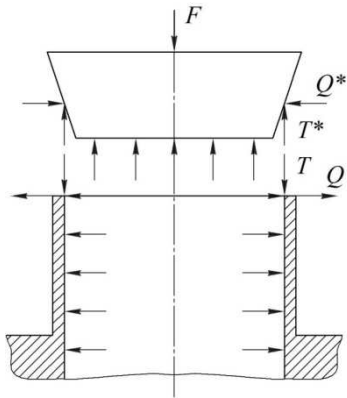


Рис. 4. Расчетная схема для определения жесткостных параметров оболочечного элемента

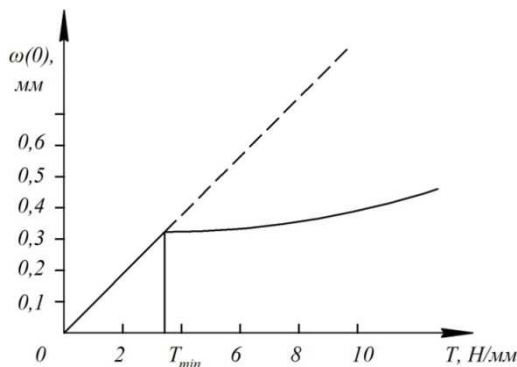


Рис. 5. Зависимость смещения торца от общей погонной осевой нагрузки

Система уравнений (50) может быть сведена к одному дифференциальному уравнению:

$$\frac{d^4 \psi}{dx^4} - \frac{2(1+\nu)}{kR^2} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{12(1-\nu^2)}{R^2 h^2} \psi = 0. \quad (51)$$

Это же уравнение можно получить и из (13), (14), учитывая отсутствие контактного давления.

Решение этого уравнения ищем в виде (25), принимая граничные условия:

$$x = 0; M_1(0) = 0; Q(0) = -Q; x = l; \psi(l) = 0; w(l) = 0. \quad (52)$$

Для определения последнего граничного условия выразим  $w(x)$  через  $\psi(x)$ . Сопоставляя выражения (49) и (15), можно получить:

$$N_2 = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left( \frac{w}{R} + \nu \frac{dw}{dx} \right) = \frac{Eh}{1-\nu^2} \times \left[ \frac{w}{R} (1-\nu^2) - \frac{T\nu(1-\nu^2)}{Eh} \right] = RD \frac{d^3 \psi}{dx^3} + Rp. \quad (53)$$

Выражая из (53)  $w$  и подставляя последнее граничное условие, находим:

$$\frac{d^3 \psi}{dx^3}(l) = -\frac{\nu T + pR}{RD}. \quad (54)$$

Раскрывая остальные граничные условия, получаем систему уравнений для нахождения постоянных интегрирования:

$$\begin{aligned} A_1 &= 0; \\ A_2 &= -\frac{Q}{D}; \\ A_0 B_0(l) + A_1 B_1(l) + A_2 B_2(l) + A_3 B_3(l) &= 0; \\ A_0 B_0'''(l) + A_1 B_1'''(l) + A_2 B_2'''(l) + A_3 B_3'''(l) &= -\frac{\nu T + pR}{RD}. \end{aligned} \quad (55)$$

Решая полученную систему уравнений, находим постоянные интегрирования:

$$\begin{aligned} A_0 &= \frac{Q}{D} \frac{B_2(l)B_3'''(l) - B_3(l)B_2'''(l)}{B_0(l)B_3'''(l) - B_3(l)B_0'''(l)} + \\ &+ \frac{\nu T + pR}{RD} \frac{B_3(l)}{B_0(l)B_3'''(l) - B_3(l)B_0'''(l)}; \\ A_1 &= 0; A_2 = -\frac{Q}{D}; \\ A_3 &= \frac{Q}{D} \frac{B_0(l)B_2'''(l) - B_2(l)B_0'''(l)}{B_0(l)B_3'''(l) - B_3(l)B_0'''(l)} - \\ &- \frac{\nu T + pR}{RD} \frac{B_0(l)}{B_0(l)B_3'''(l) - B_3(l)B_0'''(l)}. \end{aligned} \quad (56)$$

Теперь из (53) можно найти смещение торца оболочечного седла:

$$\begin{aligned} w(0) &= \frac{R^2 D}{Eh} \frac{d^3 \psi}{dx^3}(0) + \frac{R(\nu T + pR)}{Eh} = \\ &= \frac{A_3}{(\xi^2 + \eta^2)^2} + \frac{R(\nu T + pR)}{Eh}. \end{aligned} \quad (57)$$

При выводе (57) было учтено (24).

Для определения угла поворота образующей оболочечного седла возвратимся к третьему уравнению (50), откуда находим:

$$\begin{aligned} \frac{dw}{dx} &= \frac{h^2}{6k(1-\nu)} \frac{d^2 \psi}{dx^2} - \psi; \\ \frac{dw}{dx}(0) &= \frac{h^2}{6k(1-\nu)} A_2 - A_0 = \frac{A_2}{\gamma_2} - A_0. \end{aligned} \quad (58)$$

Обратимся теперь к задаче, рассмотренной выше. Принятая в ней расчетная схема предусматривает контактирование между затвором и оболочечным седлом по конической поверхности. При отсутствии износа уплотнительных поверхностей такой контакт возможен только в случае, когда  $w'(0) = -\text{tg} \alpha$ . Подстановка этого условия в (58) позволяет определить то минимальное силовое нагружение, когда обеспечивается указанные тип контакта уплотнительных элементов. Полагая, в частности, что  $T = Q \text{tg}(\alpha \pm \varphi)$



$$D \operatorname{tg} \alpha - pR \frac{B_3(l)}{B_0(l)B_3^-(l) - B_3(l)B_0^-(l)} = Q \times \left[ \frac{1}{\gamma^2} + \frac{B_2(l)B_3^-(l) - B_3(l)B_2^-(l) + \nu \operatorname{tg}(\alpha \pm \varphi) B_3(l)/R}{B_0(l)B_3^-(l) - B_3(l)B_0^-(l)} \right]. \quad (59)$$

Если давление герметизируемой среды равно нулю или им можно пренебречь, то:

$$F_{\min} = \frac{2\pi R D \operatorname{tg}(\alpha \pm \varphi)}{\frac{1}{\gamma^2} + \frac{B_2(l)B_3^-(l) - B_3(l)B_2^-(l) + \nu \operatorname{tg}(\alpha \pm \varphi) B_3(l)/R}{B_0(l)B_3^-(l) - B_3(l)B_0^-(l)}}. \quad (60)$$

Подставляя (60) в (57), можно определить то минимальное смещение торца оболочечного седла  $w_{\min}(0)$ , при котором начинается контакт по поверхности.

Для оболочечного элемента, рассмотренного выше,  $F_{\min} = 1134$  Н, что соответствует  $T_{\min} = 3,61$  Н/мм. При этом  $w(0) = 0,34$  мм.

На рис. 5 приведен график зависимости смещения торца от общей погонной осевой нагрузки. При изменении аргумента от нуля до  $T_{\min}$  смещение торца изменяется линейно. При  $T > T_{\min}$  происходит образование контакта по поверхности, зависимость становится нелинейной. Пунктирная линия показывает смещение, подсчитанное в предположении сохранения контакта затвора и оболочечного седла по линии. С небольшой погрешностью можно считать, что указанные зависимости отображают также и напряжения, возникающие на торце оболочечного седла.

#### Заключение

В заключение отметим, что использование оболочек в уплотнении позволяет значительно снизить (по сравнению с плоскими и жесткими конусными уплотнениями) герметизирующую силу.

Герметизирующая способность уплотнения, как и его износ, во многом определяются законом распределения контактного давления по ширине уплотнительного пояса.

Анализ напряженно-деформированного состояния оболочки в зоне контакта позволил обосновать новую

конструкцию уплотнения [7], для которой не требуется приработка для выхода на заявляемые параметры.

Особо отметим нелинейный характер зависимости смещения торца оболочки от приложенной к конусу силы. Использование линейных моделей нагружения оболочки на участке фактической нелинейности может привести к значительным ошибкам (иногда в сотни процентов) в оценке прочности оболочки.

#### Литература

1. Авиационный газотурбинный двигатель: пат. 2162975 Рос. Федерация. № 98100457/06; заявл. 06.01.98; опубл. 10.02.01, Бюл. № 4. 2 с.
2. Пелех Б.Л. Обобщенная теория оболочек. Львов: Вища школа, 1987. 159 с.
3. Биргер И.А. Стержни, пластинки, оболочки. М.: Физматлит, 1992. 392 с.
4. Долотов А.М., Саакян К.Т. Новый вариант представления функций А.Н. Крылова. // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2010. № 4 (28). С. 92-94.
5. Григолоук Э.И., Толкачев В.М. Контактные задачи теории пластин и оболочек. М.: Машиностроение, 1980. 411 с.
6. Долотов А.М., Огар П.М., Чегодаев Д.Е. Основы теории и проектирование уплотнений пневмогидро-арматуры летательных аппаратов. М.: Изд-во МАИ, 2000. 296 с.
7. Уплотнительное соединение: пат. 2129681 Рос. Федерация. № 97101302/06, заявл. 30.01.97; опубл. 27.04.99, Бюл. № 32. 4 с.

#### References

1. Aviation turbine engine: pat. 2162975 Ross. Federatsiya. № 98100457/06; zayavl. 06.01.1998, opubl. 10.02.2001. 2 s.
2. Pelekh B.L. The generalized shell theory. Lviv: Vishcha shkola, 1987. 159 s.
3. Birger I.A. Rods, plates, shells. M.: Fizmatlit, 1992. 392 s.
4. Dolotov A.M., Saakyan K.T. A new representation variant of A.N. Krylov's functions // Sovremennyye tekhnologii. Sistemnyy analiz. Modelirovaniye. 2010. № 4 (28). S. 92-94.
5. Grigolyuk E.I., Tolkachev V.M. Contact problems in the plates and shells theory. M: Mashinostroyeniye, 1980. 411 s.
6. Dolotov A.M., Ogar P.M., Chegodaev D.E. The theory basics and design of aircraft hydropneumatic valve sealing. M.: Izd-vo MAI, 2000. 296 s.
7. Sealing joint: pat. 2129681Ross.Federatsiya. № 97101302/06; zayavl. 30.01.1997, opubl. 27.04.1999. Byul. № 32. 4 s.