

ческим возмущением. При силовых возмущениях рычаги первого рода и второго рода (это следует из рассмотрения передаточных функций) будут обладать одними и теми же частотными свойствами, хотя и имеют различное конструктивное исполнение системы.

### Литература

1. Иванов Б.Г. Разработка методов расчета динамики и прочности агрегатов транспортной техники с рычажно-шарнирными связями: автореф. дис. ... д-ра. тех. наук. Самара, 2007. 48 с.
2. Лаврус В.В. Совершенствование пневматических рычажно-шарнирных систем железнодорожного транспорта: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Орел: ОрлГТУ. 2006. 20 с.
3. Белокобыльский С.В., Елисеев С.В., Кашуба В.Б. Прикладные задачи структурной теории виброзащитных систем: моногр. СПб: Политехника, 2013. 363 с.
4. Белокобыльский С.В., Елисеев С.В., Кашуба В.Б. Математическое моделирование в механических колебательных системах. Мехатронные подходы // Проблемы машиностроения и автоматизации: международный журнал. 2011. № 3. С. 70-78.

5. Белокобыльский С.В., Елисеев С.В., Ситов И.С. Оценка настроечных свойств рычажных динамических гасителей // Кулагинские чтения: материалы XI междунар. науч. - практ. конф. Чита: ЗабГУ. Ч. III. С. 55-60.

### References

1. Ivanov B.G. Development of the methods to calculate dynamics and strength of the transport equipment aggregates with lever-joint linkages: avtoref. diss. ... d-ra tekhn. nauk. Samara state University of transport. 2007. 48 s.
2. Lavrus' V.V. Improvement of the railway pneumatic link systems: avtoref. dis. ... kand. tekhn. nauk. Orel: OrelSTU. 2006. 20 s.
3. Belokobyl'sky S.V., Eliseev S.V., Kashuba V.B. Applied problems of structural theory of vibration protection systems: monograf. St. Petersburg. Politekhnik. 2013. 363 s.
4. Belokobyl'sky S.V., Eliseev S.V., Kashuba V.B. Mathematical modeling of the mechanical vibratory systems. Mechatronic approaches // Problemy mashinostroyeniya i avtomatizatsii. 2011. № 3. S. 70-78.
5. Belokobyl'sky S.V., Eliseev S.V., Sitov I.S. The assessment of the set-up properties of the lever-type dynamic absorbers / Kulaginskie chteniya: XI mezhdunar. nauch.-prakt. konf. Chita: ZabGU.Ch.III. 263 s.

УДК 621.752.2

## Вибрационная защита качающегося твердого тела. Учет особенностей рычажных связей

В.Б Кашуба<sup>a</sup>, Е.А Паршута<sup>b</sup>

Братский государственный университет, ул. Макаренко 40, Братск, Россия

<sup>a</sup>plemja@rambler.ru, <sup>b</sup>parshuta@mail.ru

Статья поступила 13.09.2013, принята 16.11.2013

*Предлагается метод построения математических моделей для виброзащитных систем с угловыми колебаниями объекта защиты в виде твердого тела. Сущность метода заключается в учете соотношений между координатами движения, которые определяются типом и параметрами рычажных связей. Показано, что наличие рычажных связей связано со спецификой угловых движений объекта защиты. При этом рычаг выступает в роли типового звена, формирующего пространственную геометрию (или метрику) системы. Таким образом, математическая модель виброзащитной системы с объектом защиты в виде качающегося твердого тела отражает характерные особенности системы. Вид рычага оказывает существенное влияние на перераспределение взаимодействий в случае нескольких внешних воздействий. Это отражается в формировании частного уравнения числителя передаточной функции. Предлагается технология построения передаточных функций при различных видах внешних возмущений. Приводится ряд примеров.*

**Ключевые слова:** виброзащитные системы, объект защиты, передаточные функции, динамическое гашение колебаний.

## Vibration protection for pendulous solid body. Taking into account lever-type links

V.B. Kashuba<sup>a</sup>, E.A. Parshuta<sup>b</sup>

Bratsk State University, 40 Makarenko St, Bratsk, Russia

<sup>a</sup>plemja@rambler.ru, <sup>b</sup>parshuta@mail.ru

Received 13.09.2013, accepted 16.11.2013

*The method of constructing mathematical models for the vibration protection systems with angular oscillations of the protected object in the form of a solid body is proposed. The method is aimed at taking into account the relationships between movement coordinates, which are determined by the type and parameters of the lever-type links. It has been shown that presence of the lever-type links is related to specific angular motions of the protected object. Besides, the lever acts as a standard linkage forming the system's spatial*

geometry (or metric). Thus, the mathematical model of the vibration protection system, having the protected object in the form of a pendulous solid body, reflects the characteristic features of the system. The lever type has a significant impact on the redistribution of interactions in case of several external actions. This is reflected in creating the frequency equation of the transfer function numerator. The technique for constructing transfer functions under different kinds of external disturbances is proposed. A number of examples is given.

**Keywords:** vibration protection systems, protection object, transfer functions, dynamic damping.

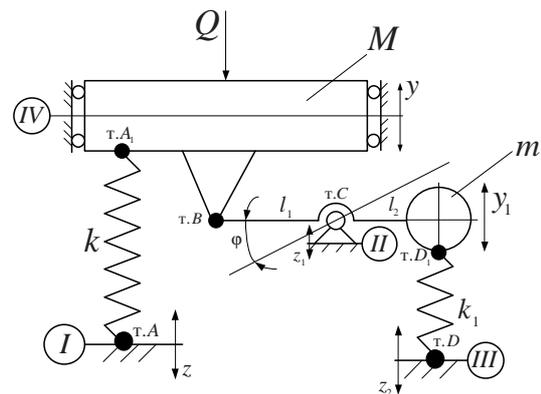
**Введение.** В работах, посвященных детализации учета конструктивно-технических особенностей типовых элементов механических колебательных систем в целом и виброзащитных систем в частности, показано, что механизмы как автономные структуры могут быть выделены и рассматриваться как самостоятельные фрагменты расчетных схем [1 – 3, 7]. Многие виды упругих элементов, виброизоляторов, демпферов, гасители колебаний состоят из нескольких частей или деталей. Показательными в этом плане являются представления о рычажных связях, существование которых соотносится с построением математических моделей колебательных систем, включающих в свой состав твердые тела. Существует большое разнообразие механизмов частного вида, в том числе и простейших механизмов, в которых звенья могут совершать пространственные относительные движения. В частности, к таким механизмам можно отнести винтовые не самотормозящиеся механизмы [4].

Простейшей формой идеализации представлений о механизмах является использование таких абстракций, как невесомый жесткий стержень, на концах которого расположены материальные точки. Для достаточно большого числа практических ситуаций, если рассматриваются механизмы шарнирно-рычажных форм, можно полагать, что центр тяжести объекта или звена лежит на невесомом стержне, соединяющем материальные точки. Однако такая ситуация не всегда имеет место, а абстрактное представление о невесомом стержне с двумя материальными точками приходится дополнять введением моментов инерции твердого тела относительно центра тяжести, положение которого определяется на основе специальных приемов [5]. Поэтому каждый случай рассмотрения механизмов в структуре механических колебательных систем (или виброзащитных) требует предварительных обоснований. Чаще всего приходится учитывать специфические особенности в работе колеблющихся механизмов. Они заключаются в том, что рассматриваются малые, а не конечные перемещения. Это позволяет использовать методы упрощения аналитических соотношений, линеаризации дифференциальных уравнений движения, а также упрощенно учитывать динамические взаимодействия по определенным степеням свободы.

В отличие от механических цепей, состоящих из массоинерционных, упругих и диссипативных элементов, использующих абстрактные образы материальных точек, пружин и демпферов, реальные механические системы и их звенья обладают «пространственной метрикой», а это приводит к необходимости решения задач статического и динамического уравновешивания деталей или элементов виброзащитных устройств. Таким образом, динамика сложных виброзащитных систем, имеющих расширенный набор составных элементов, принимающих в своих соединениях форму механических цепей и механизмов, в частности, становится специфичной задачей динамики

механизмов с их статической и динамической балансировкой движущихся элементов.

**I. Общие положения. Рычажный механизм в структуре виброзащитной системы с одной степенью свободы.** Рассмотрим базовую модель виброзащитной системы поступательного типа движения объекта защиты с одной степенью свободы. Расчетная схема системы приведена на рис. 1.



**Рис. 1.** Расчетная схема виброзащитной системы с рычажным механизмом второго рода

Для описания движения используется неподвижная система координат ( $y$ ). В структуре системы имеется объект защиты массой  $M$ , базовый упругий элемент (пружина) жесткостью  $k$ , рычажный механизм второго рода с плечами  $l_1$ ,  $l_2$  и центром вращения в т.  $C$ . Рычаг имеет дополнительный упругий элемент с жесткостью  $k_1$  и дополнительную массу  $m$ . Полагаем, что рычаг расположен параллельно, а все возникающие движения малы, силы сопротивления движению считаются также малыми. В точках  $B$  и  $C$  имеются кинематические пары V класса [3] в виде вращательных шарниров. Движения рассматриваются относительно положения статического равновесия (предполагается, что центр тяжести может не совпадать с центром вращения в т.  $C$ ). Возмущения в системе представлены внешней силой  $Q$ , приложенной к объекту защиты; имеются также кинематические возмущения от опорных поверхностей I, II, III ( $z(t)$ ,  $z_1(t)$ ,  $z_2(t)$ ). Возмущения носят гармонический характер, а свойства системы считаются линейными.

Задача исследований заключается в разработке метода построения математических моделей виброзащитных систем с объектом защиты в виде качающегося тела с обоснованием метода на основе аппарата преобразований Лапласа [6].

**II. Построение математической модели. Рычаг второго рода.** В процессе движения по координате  $y$  рычаг будет совершать вращательно-качательные движения, определяемые угловой координатой  $\varphi$  (рис. 1). Между параметрами движения объекта и рычага существует соотношение:

$$\varphi = \frac{y-z}{l_1}. \quad (1)$$

В свою очередь, при движении т. С можно записать, что  $y = \varphi l_1 + z$ , откуда следует, что:  $y_1 = -\varphi l_2 + z$  или  $y_1 = -\frac{(y-z)}{l_1} \cdot l_2 + z_1$ . Таким образом:

$$y_1 = -yi + z \cdot (1+i). \quad (2)$$

Найдем выражения для кинетической и потенциальной энергий системы:

$$T = \frac{1}{2} M \left( \dot{y} \right)^2 + \frac{1}{2} m \left( \dot{y}_1 \right)^2, \quad (3)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} k \cdot (y-z)^2 + \frac{1}{2} k_1 \cdot (y_1 - z_2)^2. \quad (4)$$

В координатах  $y$  с учетом (1) – (4) уравнение движения принимает вид:

$$\bar{y} \cdot (M + mi^2)p^2 + \bar{y} \cdot (k + k_1i^2) = \bar{z}_1 \cdot (mip^2 + k_1i) + \bar{z} \cdot (mp^2i^2 + k + k_1i^2) - k_1i \cdot \bar{z}_2, \quad (5)$$

где  $i = l_2 / l_1$  – передаточное отношение рычага второго рода.

Структурная схема системы в соответствии с (5) имеет вид (как показано на рис. 2).

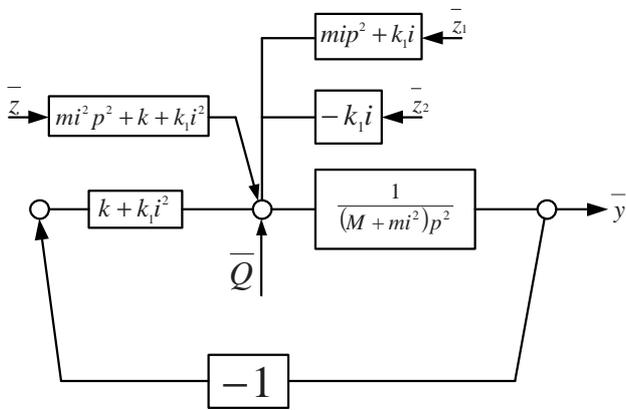


Рис. 2. Структурная схема виброзащитной системы с рычажным механизмом второго рода

При введении рычажного механизма и учете возможных внешних воздействий, предполагая, что действует только какое-то одно возмущение, получим:

$$\bar{W}_1(p) = \frac{\bar{y}}{Q} = \frac{1}{(M + mi^2)p^2 + k + k_1i^2}; \quad (6)$$

$$\bar{W}_2(p) = \frac{\bar{y}}{\bar{z}} = \frac{mi^2 p^2 + k + k_1i^2}{(M + mi^2)p^2 + k + k_1i^2}; \quad (7)$$

$$\bar{W}_3(p) = \frac{\bar{y}}{\bar{z}_1} = \frac{mip^2 + k_1i}{(M + mi^2)p^2 + k + k_1i^2}; \quad (8)$$

$$\bar{W}_4(p) = \frac{\bar{y}}{\bar{z}_2} = \frac{-k_1i}{(M + mi^2)p^2 + k + k_1i^2}; \quad (9)$$

$$\bar{W}_5(p) = \frac{\bar{y}}{\bar{z}} = \frac{(mi^2 + mi)p^2 + k + k_1i^2}{(M + mi^2)p^2 + k + k_1i^2}. \quad (10)$$

Отметим, что во всех случаях знаменатель передаточных функций (6) – (10) остается одинаковым, однако числители будут разными, что предопределяет различия в частотных характеристиках, в частности, в амплитудно-частотных характеристиках, получаемых из (8) и (9).

При вибрациях основания в соответствии с (10) и отсутствии силового возмущения введение рычажного механизма приводит к появлению в исходной системе, которая обладает одной степенью свободы, режима динамического гашения. Частота динамического гашения определяется:

$$\omega_{\text{дин}}^2 = \frac{k + k_1i^2}{mi \cdot (i+1)}. \quad (11)$$

Соответственно, при  $k_1 = 0$  из (11) следует, что:

$$\omega_{\text{дин}}^2 = \frac{k}{mi \cdot (i+1)}. \quad (12)$$

Частота собственных колебаний определится из частотного уравнения:

$$\omega_{\text{соб}}^2 = \frac{k + k_1i^2}{M + mi^2} \quad (13)$$

или при  $k_1 = 0$ :

$$\omega_{\text{соб}}^2 = \frac{k}{M + mi^2}. \quad (14)$$

Структурная схема, приведенная на рис. 2, может быть преобразована к виду, как показано на рис. 3 а, б.

Если использовать координату  $y$  в системе неподвижных координат, то можно из структурных схем на рис. 3 а, б сделать вывод, что рычажный механизм привносит достаточно большие возможности изменения динамических свойств исходной системы. Отметим, что большое значение при этом имеют особенности внешнего возмущения.

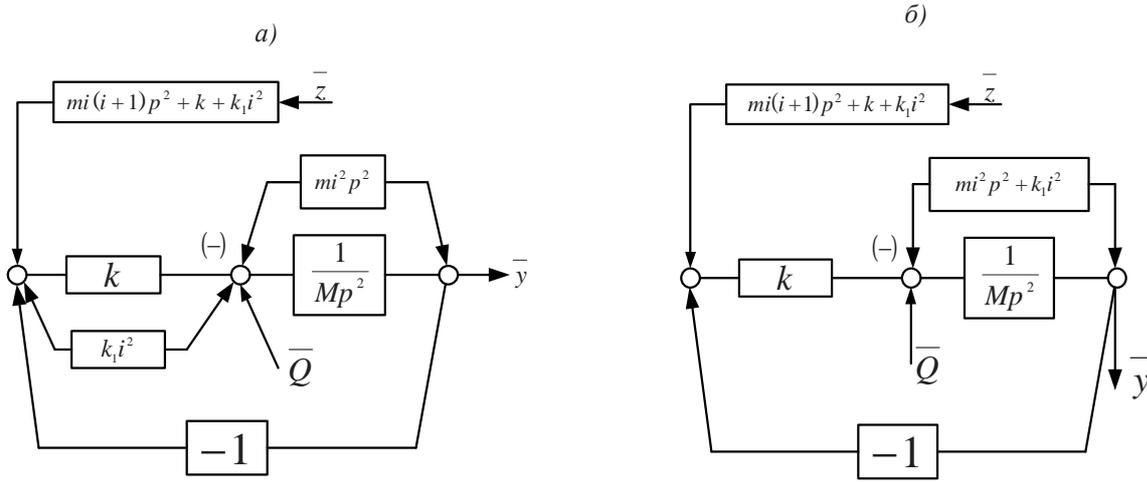


Рис. 3. Структурная схема виброзащитной системы с рычагом второго рода при введении дополнительной отрицательной обратной связи на основе элемента  $mi^2p^2$  – а); введение дополнительной обратной связи на основе упругого элемента  $k_1$  – б)

**III. Варианты учета особенностей структуры и внешнего возмущения.** Пусть  $z = 0, z_1 = 0, z_2 = 0, Q \neq 0$  и  $k_1 = 0$ , тогда рычажный механизм на одном конце (т. В) соединяется с объектом защиты (М), в точке С рычаг имеет шарнирное соединение с неподвижной поверхностью; в т. D – на другом конце рычага – размещается масса  $m$ . В этом случае, как следует из структурной схемы на рис. 3 б), рычаг второго рода создает обратную отрицательную связь по абсолютному отклонению объекта защиты. Передаточная функция такой связи ( $W_{m_2}(p) = mi^2p^2$ ) соответствует элементарному типовому дифференцирующему звену второго порядка. Это звено находится в параллельном соединении с упругим звеном  $k$  в базовой структуре. Если полагать, что дополнительно к принятым выше условиям  $k_1 \neq 0$ , то тогда рычаг привносит в базовую модель еще одну отрицательную обратную связь по отклонению в абсолютном движении. При этом элементарное типовое звено является усилительным с передаточной функцией  $W_{k_1}(p) = k_1i^2$ . Такое звено также присоединяется как параллельное к упругому звену к базовой модели (рис. 3 б). При рассмотрении различных сочетаний кинематических возмущений числитель передаточной функции будет различным, и он не равняется 1, как в случае силового возмущения. Так, например, при  $z = z_1 = z_2$  числитель передаточной функции (10) в физическом смысле определяет условие воздействия со стороны основания ( $z = z_1 = z_2$ , то есть, поверхности I, II, III являются слитными) как дополнительную связь, реализующую принцип управления по силовому возмущению. В таком случае изменения затрагивают только числитель, а знаменатель (или частотное уравнение) не изменяется. Влияние рычажной связи проявляется не только изменением структуры системы, но и величиной передаточного отношения  $i$ . Если  $i = 0$ , то есть рычаг «изымается», то из (10) следует:

$$W_5(p) = \frac{\bar{y}}{z} = \frac{mi(i+1)p^2 + k + k_1i^2}{mi^2p^2 + k + k_1i^2} = \frac{k}{Mp^2}, \quad (15)$$

то есть, получаем передаточную функцию базовой модели. Более детальное исследование динамиче-

ских свойств системы с рычагом второго рода представлено в [2].

**IV. Особенности учета свойств системы с использованием угловой координаты  $\phi$ .** Выражения для кинетической и потенциальной энергий системы принимают в угловых движениях следующий вид:

$$T = \frac{1}{2}M \cdot (\dot{\phi}_1 + \dot{z}_1)^2 + \frac{1}{2}m(-\dot{\phi}_2 + \dot{z}_1)^2; \quad (16)$$

$$\Pi = \frac{1}{2}k \cdot (\phi_1 + z_1 - z)^2 + \frac{1}{2}k_1 \cdot (-\phi_2 + z_1 - z_2)^2. \quad (17)$$

Сделаем ряд вспомогательных преобразований и, используя (16), (17), запишем уравнение движения системы:

$$\begin{aligned} & \bar{\phi} \cdot [(Ml_1^2 + ml_2^2)p^2 + kl_1^2 + k_1l_2^2] = \\ & = [(-Ml_1 + ml_2)p^2 - kl_1 + k_1l_2] \cdot \bar{z}_1 + \\ & + kl_1\bar{z} - k_1l_2\bar{z}_2 + \bar{Q} \cdot l_1. \end{aligned} \quad (18)$$

Полагаем, что малые колебания  $\phi$  происходят относительно положения статического равновесия ( $Q = 0, z = z_1 = z_2$ ). Тогда передаточная функция системы примет вид:

$$W(p) = \frac{\bar{\phi}}{z} = \frac{(ml_2 - Ml_1)p^2}{(Ml_1^2 + ml_2^2)p^2 + kl_1^2 + k_1l_2^2}. \quad (19)$$

Преобразуем (19) к виду:

$$W_z(p) = \frac{\bar{\phi}}{z} = \frac{i \cdot (mi - M)p^2}{(M + mi^2)p^2 + k + k_1i^2}. \quad (19')$$

Из выражения (19'), в частности, следует, что при выполнении условия  $M = mi$  система «блокируется», и  $\bar{\phi} = 0$ . Однако это не исключает движения по координате  $y$ . Что касается формирования системы дополнительных обратных отрицательных связей, формируемых элементами  $m$  и  $k_1$ , то они остаются неизменными.

**V. Связи в виброзащитной системе, формируемые рычагом первого рода.** Рассмотрим систему, в

которой используется рычажная связь, как показано на рис. 4.

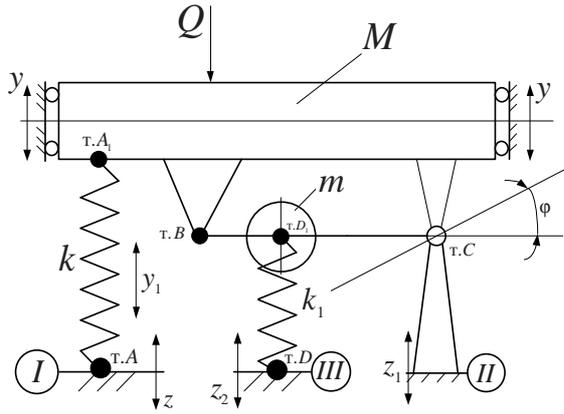


Рис. 4. Расчетная схема виброзащитной системы с рычагом первого рода ( $CB = l_1$ ,  $CD = l_2$ )

Для расчетной схемы (рис. 4) можно записать, что  $\varphi = \frac{y-z}{l_1}$ . В свою очередь,  $y_1 = \varphi l_2 + z_1$ . В данном случае учитывается, что скорости перемещения  $y$  и  $y_1$  будут иметь одинаковый знак, что характерно для рычага первого, а не второго рода. Запишем выражения для кинетической и потенциальной энергий:

$$T = \frac{1}{2} M (\dot{y})^2 + \frac{1}{2} m \left( \frac{y-z}{l_1} \cdot l_2 + \dot{z}_1 \right)^2, \quad (20)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} k (y-z)^2 + \frac{1}{2} k_1 (y_1 - z_2)^2. \quad (21)$$

С учетом (20), (21) сделаем ряд промежуточных выкладок и запишем уравнения движения:

$$\begin{aligned} \bar{y} \cdot (M + mi^2) p^2 + \bar{y} \cdot (k + k_1 i^2) &= \\ &= \bar{z} \cdot (mi^2 p^2 + k + k_1 i^2) + \\ &+ \bar{z}_1 \cdot (-mip^2 - k_1 i) + \bar{z}_2 k_1 i + \bar{Q}. \end{aligned} \quad (22)$$

Найдем соответствующие передаточные функции:

$$\bar{W}_1'(p) = \frac{\bar{y}}{Q} = \frac{1}{A_0(p)}; \quad (23)$$

$$\bar{W}_2'(p) = \frac{\bar{y}}{z} = \frac{mi^2 p^2 + k + k_1 i^2}{A_0(p)}; \quad (24)$$

$$\bar{W}_3'(p) = \frac{\bar{y}}{z_1} = \frac{-(mip^2 + k_1 i)}{A_0(p)}; \quad (25)$$

$$\bar{W}_4'(p) = \frac{\bar{y}}{z_2} = \frac{k_1 i}{A_0(p)}; \quad (26)$$

$$\bar{W}_5'(p) = \frac{\bar{y}}{z} = \frac{mi \cdot (i-1) p^2 + k + k_1 i^2}{A_0(p)}. \quad (27)$$

Отметим, что:

$$A_0(p) = (M + mi^2) p^2 + k + k_1 i^2 \quad (28)$$

является частотным уравнением, а  $i = l_2 / l_1$  – передаточное отношение рычага первого рода (знаки передаточных отношений рычагов второго и первого рода учтены при составлении выражений для кинетической и потенциальной энергий).

Сравнение выражений (10) и (27) показывает, что при всей общности структуры формул рычаги первого рода создают особенности в динамических свойствах систем. В частности, при выполнении условия  $i = 1$  становится невозможным появление режима динамического гашения по координате  $y$ . Если принять  $i > 1$ , то изменяется знак числителя, что соответствует приобретению системой особенностей, связанных с потерей устойчивости движения. В этом случае (рис. 4) массивный элемент  $m$  выйдет за пределы точки  $B$  ( $l_2 > l_1$ ).

Рассмотрим движение системы с рычажными связями с использованием координаты  $\varphi$ . Запишем выражения для кинетической и потенциальной энергий:

$$T = \frac{1}{2} M (\dot{\varphi} l_1 + \dot{z}_1)^2 + \frac{1}{2} m \cdot (\dot{\varphi} l_2 + \dot{z}_1)^2; \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \Pi &= \frac{1}{2} k \cdot (y-z)^2 + \frac{1}{2} k_1 \cdot (y_1 - z_2)^2 = \\ &= \frac{1}{2} k \cdot (\varphi l_1 + z_1 - z)^2 + \frac{1}{2} k_1 \cdot (\varphi l_2 + z_1 - z_2)^2. \end{aligned} \quad (30)$$

Уравнение движения системы с учетом (29), (30) запишется в виде:

$$\begin{aligned} \bar{\varphi} \cdot [(M l_1^2 + m l_2^2) p^2 + k l_1^2 + k_1 l_2^2] &= \\ &= \bar{z} \cdot k l_1 + \bar{z}_1 \cdot (-M l_1 - m l_2 - k l_1 - k_1 l_2) + \bar{z}_2 \cdot k_1 l_2. \end{aligned} \quad (31)$$

Из (31) можно найти передаточную функцию при  $Q = 0$  и  $z = z_1 = z_2$ :

$$\bar{W}(p) = \frac{\bar{\varphi}}{z} = \frac{-(M l_1 l_1 + m l_2) p^2}{(M l_1^2 + m l_2^2) p^2 + k l_1^2 + k_1 l_2^2}. \quad (32)$$

Из (32) можно получить, что:

$$W(p) = \frac{\bar{y}}{z} = \frac{l \cdot (-M - mi) p^2}{(M + mi^2) p^2 + k + k_1 i^2}. \quad (33)$$

Отметим, что выражения (33) и (19') существенно отличаются друг от друга, и разными будут их амплитудно-частотные характеристики.

Особенности систем с рычагами второго и первого родов, если иметь в виду их отличия, легко определяются при оценке свойств систем через значения передаточных функций при  $p \rightarrow 0$  и  $p \rightarrow \infty$ , а также провер-

кой возможностей получения «нулей» в частотных уравнениях числителей передаточных функций.

Структурная схема системы с рычагом первого рода, соответствующая уравнению (22), представлена на рис. 5.

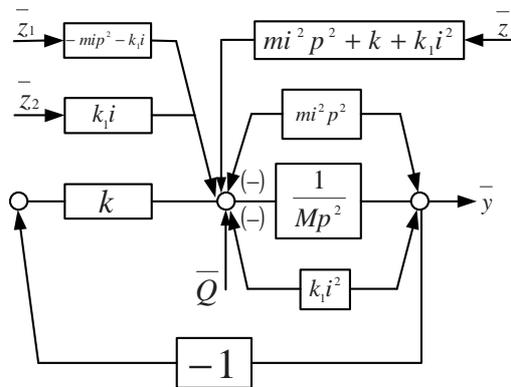


Рис. 5. Структурная схема виброзащитной системы с рычагом первого рода

Из структурной схемы на рис. 5 следует, что введение рычага первого рода, в принципе, не отличается от ситуации с рычагом второго рода. В обоих случаях рычаги формируются относительно объекта защиты обратными отрицательными связями.

Отрицательная связь имеет две части: одна связана с маассоинерционным элементом  $m$ , вторая – с упругим элементом жесткостью  $k_l$ . Если  $k_l = 0$ , то можно утверждать, что рычаг, обладающий маассоинерционными свойствами, реализуется в структурной схеме базовой модели как обратная отрицательная связь по абсолютному отклонению объекта защиты ( $y$ ). Вместо пружины  $k_l$  может устанавливаться демпфер с передаточной функцией  $b_l p$ . Учет изменений, происходящих в свойствах системы, не вызывает особых затруднений. Если демпфер крепится в тех же точках, что и  $k_l$ , то можно ввести составной элемент с передаточной функцией  $b_l p + k_l$ .

### Заключение

Таким образом, математическая модель виброзащитной системы с объектом защиты в виде качающегося твердого тела отражает характерные особенности системы. Последние заключаются в том, что параметры системы через числитель и знаменатель передаточной функции становятся зависимыми от передаточных отношений и особенностей рычажных механизмов. Метод построения математических моделей представляет собой развитие метода Лагранжа. Оно заключается в учете соотношений, приносимых рычагом, в частности, между координатами точек закрепления типовых элементов и координат движения.

Вид рычага оказывает существенное влияние на перераспределение взаимодействий в случае нескольких внешних воздействий. Это отражается в формировании частотного уравнения числителя передаточной функции. В частности, нули функции частотного уравнения

числителя определяют свойства виброзащитной системы в формировании режимов динамического гашения колебаний.

Отметим также, что рычаги могут обеспечивать, в определенной мере, функциональные связи между отдельными внешними возмущениями.

Отметим, что наиболее рациональным вариантом для решения задач уменьшения вибрации объекта защиты и снижения уровня реакций, возникающих в обозначенных точках, было бы обеспечение совпадения центра масс системы с неподвижной точкой вращения  $C$  (или точкой вращения рычагов). В такой постановке задача виброзащитной защиты совпадает с задачей статического и динамического уравнивания механизмов. Частными видами таких подходов являются задачи статической и динамической балансировки.

### Литература

1. Елисеев С.В., Артюнин А.И., Елисеев А.В., Большаков Р.С., Каимов Е.В. Упругие элементы в механических системах. Структурные интерпретации. Иркутск, 2013. 460 с. Рус. Деп. в ВИНТИ 02.08.13, № 230.
2. Елисеев С.В., Белокобыльский С.В., Упър Р.Ю., Гозбенко В.Е. Рычажные связи в задачах динамики механических колебательных систем. Теоретические аспекты: моногр. Иркутск, 2009. 158 с. Рукоп. деп. в ВИНТИ РАН 27.11.2009, № 737 -В 2009.
3. Белокобыльский С.В., Елисеев С.В., Кашуба В.Б. Прикладные задачи структурной теории виброзащитных систем. СПб.: Политехника, 2013. 374 с.
4. Елисеев С.В., Волков Л.Н., Кухаренко В.П. Динамика механических систем с дополнительными связями. Новосибирск: Наука, 1990. 386 с.
5. Щепетильников В.А. Уравнивание механизмов. М.: Машиностроение, 1982. 256 с.
6. Хоменко А.П., Елисеев С.В., Ермошенко Ю.В. Системный анализ и математическое моделирование в мехатронике виброзащитных систем. Иркутск: ИрГУПС, 2012. 288 с.
7. Белокобыльский С.В., Елисеев С.В., Кашуба В.Б. Математическое моделирование в механических колебательных системах // Проблемы машиностроения и автоматизации: сб. ст. М., 2011. № 3. С 70-78.

### References

1. Eliseev S.V., Artyunin A.I., Eliseev A.V., Bol'shakov R.S., Kaimov E.V. Elastic elements in mechanical systems. Structural interpretation. Irkutsk, 2013. 460 s. Dep. v VINITI 02.08.13, № 230.
2. Eliseev S.V., Belokobyl'sky S.V., Upry R.Yu., Gozbenko V.E. The lever-type linkages in the problems of the mechanical vibratory systems dynamics. Theoretical aspects: monogr. Irkutsk, 2009. 158 s. rukopis'. Dep. v VINITI RAN 27.11.2009. № 737. -V 2009.
3. Belokobyl'sky S.V., Eliseev S.V., Kashuba V.B. Applied problems of structural theory of vibration protection systems: monograf. St. Petersburg. Politekhnik. 2013. 374 s.
4. Eliseev S.V., Volkov L.N., Kukhareno V.P. Dynamics of mechanical systems with additional linkages. Novosibirsk: Nauka, 1990. 386 s.
5. Shchepetil'nikov V. A. Balancing of mechanisms. M: Mashinostroyeniye, 1982. 256 s.
6. Khomenko A.P., Eliseev S.V., Ermoshenko Yu.V. System analysis and mathematical modeling in the vibroprotection systems mechatronics. Irkutsk: IrGUPS. 2012. 288 s.
7. Belokobyl'sky S.V., Eliseev S.V., Kashuba V.B. Mathematical modeling of the mechanical vibratory systems. Mechatronic approaches // Problemy mashinostroyeniya i avtomatizatsii. 2011. № 3. S. 70-78.