

6. Лойцянский Л.Г., Лурье А. И. Курс теоретической механики. Т. 2 : Динамика. М.: Наука. 1968. 630 с.

7. Дружинский И. А. Механические цепи. М. : Машиностроение, 1977. 240 с.

УДК 69.002.51.192:621.225.2

Д.Ю. Кобзов\*, В.А. Тарасов, В.В. Жмуров

## ОЦЕНКА ПРОДОЛЬНОЙ ЖЕСТКОСТИ ГИДРОЦИЛИНДРА

*Предлагается методика оценки продольной жесткости гидроцилиндра с односторонним штоком, учитывающая упругость рабочей жидкости, радиальной деформации корпуса гидроцилиндра, его поперечной деформации и продольной упругости штока.*

**Ключевые слова:** гидроцилиндр, деформация, жесткость, упругость.

Исследование динамики машин с гидроприводом, в частности динамики одноковшовых гидравлических экскаваторов, осуществляется путем составления их динамических и математических моделей, в которых наименее исследованными являются упругие характеристики гидроцилиндров с односторонним штоком для привода рабочего оборудования [1, 2], вариант оценки которых предлагается ниже.

В соответствии с работами [1, 2], жесткость собственно гидроцилиндра без гидромагистралей ограничивалась лишь учетом упругой деформации рабочей жидкости в результате сжатия в его поршневой (штоковой) полости и описывалась выражением

$$C_1 = \frac{E_{\text{ж}} F_n^2}{V_{\text{ж}}}, \quad (1)$$

где:  $E_{\text{ж}}$  – модуль упругости жидкости;  $F_n$  – площадь поперечного сечения;  $V_{\text{ж}}$  – объем жидкости в поршневой полости гидроцилиндра.

С учетом расчетной схемы гидроцилиндра (рис. 1) запись (1) имеет вид

$$C_1 = \frac{E_{\text{ж}} \pi D_1^2}{4[l_3 + (l_0 + z) - (l_1 + l_2) - l_5]},$$

где:  $D_1$  – диаметр поршня;  $l_0, l_1 \dots l_5$  – линейные размеры гидроцилиндра;  $z$  – ход поршня.

Однако в результате продольно-поперечного функционального нагружения гидроцилиндра в процессе работы у него возникают как продольная, так и поперечная деформации, которые необходимо учитывать при статических и динамических расчетах.

Отсюда, с целью повышения достоверности оценки упругих характеристик гидроцилиндра, интересующую в данном случае его полную продольную деформацию целесообразно представлять суммой следующих характеристик [3]: упругой деформации рабочей жидкости в результате ее сжатия, усадки рабочей жидкости вследствие радиальной деформации под давлением корпуса гидроцилиндра, упругой продольной деформации штока как стержня и усадки гидроцилиндра в результате его поперечного прогиба.

Приведенную (полную) жесткость  $C_{\Sigma}$  гидроцилиндра следует описывать с учетом перечисленных характеристик при известном толкающем усилии на штоке гидроцилиндра, с оценкой доли влияния каждой жесткости на величину полной.

\* - автор, с которым следует вести переписку.

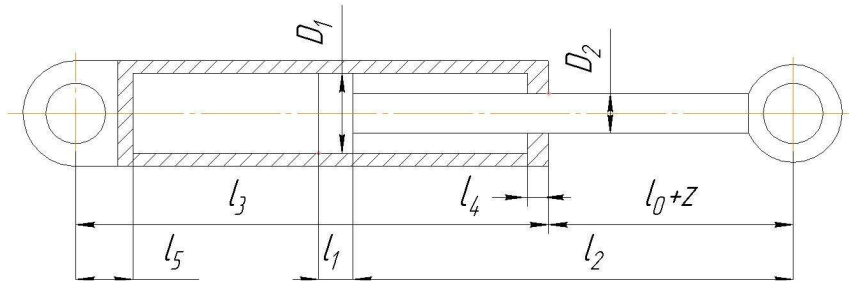


Рис. 1. Расчетная схема гидроцилиндра с односторонним штоком.

В процессе работы корпус гидроцилиндра подвергается радиальной деформации  $\Delta_r$  под давлением рабочей жидкости, которая вызывает усадку  $\Delta_k$  рабочей жидкости.

Объем рабочей жидкости в гидроцилиндре до нагружения  $V_1$  и после радиальной деформации  $V_2$  будут соответственно составлять:

$$V_1 = \frac{\pi D_1^2}{4} [l_3 + (l_0 + z) - (l_1 + l_2) - l_5] = \frac{\pi D_1^2}{4} L.$$

$$V_2 = \frac{\pi}{4} (D_1 + \Delta_r)^2 (L - \Delta_k).$$

Учитывая, что объем жидкости до и после нагружения гидроцилиндра не изменяется, то есть  $V_1 = V_2$ , имеет место равенство

$$\Delta_k = L \left( 1 - \frac{D_1^2}{(D_1 + \Delta_r)^2} \right).$$

Окончательно жесткость  $C_2$  гидроцилиндра с учетом усадки рабочей жидкости из-за радиальной деформации под давлением корпуса гидроцилиндра определяется отношением

$$C_2 = \frac{P}{\Delta_k}, \quad (2)$$

где  $P$  – толкающее усилие на штоке гидроцилиндра [4].

Продольную деформацию стержня, в нашем случае – штока, определим по формуле [4]:

$$\Delta_{ш} = \frac{Pl_2}{E_{ш}F_{ш}}.$$

Здесь  $E_{ш}$  – модуль упругости материала штока;  $l_2$  – длина штока;  $F_{ш}$  – площадь поперечного сечения последнего.

С учетом последнего выражения, по аналогии с равенством (2), жесткость штока равна

$$C_3 = \frac{P}{\Delta_{ш}}.$$

В процессе функционирования гидроцилиндра, подверженный продольно-поперечному нагружению, деформируется главным образом из-за упругого искривления штока, с образованием полного прогиба  $y_T(x)$ , равного [5-7]:

$$y_T(x) = y_a(x) + y_b(x) + y_\gamma(x) + y_\delta(x) + y_Q(x) + y_R(x) + y_P(x). \quad (3)$$

В записи (3):  $y_a(x)$  – прогиб гидроцилиндра вследствие наличия зазоров в уплотняемых сопряжениях;  $y_b(x)$  – то же в результате возможного начального искривления его длинномерных элементов;  $y_\gamma(x)$  – то же вследствие эксплуатационного искривления его штока;  $y_\delta(x)$  – то же в результате радиальной деформации под давлением его корпуса;  $y_Q(x)$  – то же вследствие его поперечного нагружения, от действия веса гидроцилиндра;  $y_R(x)$  – то же в результате наличия силового поворота в его опорных элементах;  $y_P(x)$  – то же вследствие его продольного нагружения [3, 4, 5].

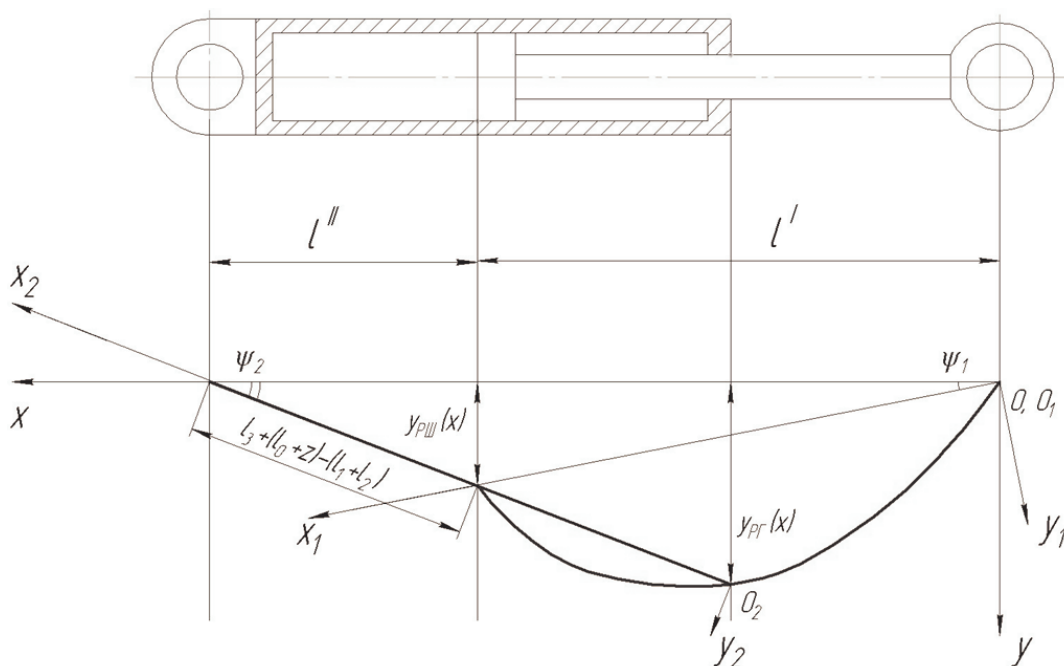


Рис. 2. Расчетная схема поперечной деформации гидроцилиндра.

Интересующий, с позиции продольной жесткости, прогиб  $y_P(x)$  гидроцилиндра находится из уравнения [5]:

$$y_P''(x) + k_{ш}^2 \cdot y_P(x) = -k_{ш}^2 [y_{\alpha}(x) + y_{\beta}(x) + y_{\gamma}(x) + y_{\varrho}(x) \pm y_R(x) \pm e(x)] \quad (4)$$

В нем:  $k_i^2 = \frac{P}{(E_{ш} J_{ш})}$ , а  $e(x)$  – статико-

кинематический эксцентриситет приложения в опорах гидроцилиндра продольного сжимающего усилия  $P$  [8-10].

Вид зависимостей для нахождения прогибов  $y_{\alpha}(x)$ ,  $y_{\beta}(x)$ ,  $y_{\gamma}(x)$ ,  $y_{\delta}(x)$ ,  $y_{\varrho}(x)$ ,  $y_R(x)$  и эксцентриситета  $e(x)$  [11-14] позволяет представить правую часть уравнения (4) полиномом четвертой степени:

$$y_P''(x) + k^2 y_P(x) = R_4 x^4 + S_3 x^3 + T_2 x^2 + U_1 x + V_0$$

и получить неоднородное линейное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами, структура общего решения которого имеет вид:

$$y_P(x) = \bar{y}_P(x) + y_P^*(x), \quad (5)$$

где:  $\bar{y}_P(x)$  – общее решение однородного дифференциального уравнения второго порядка, например, для первого участка гидро-

цилиндра, то есть для его штока при  $0 \leq x \leq (l_0 + z)$  (рис. 1):

$$\bar{y}_{PI}(x) = C_1 \cos k_{ш} x + C_2 \sin k_{ш} x, \quad (6)$$

а  $y_P^*(x)$  – частное решение неоднородного дифференциального уравнения, имеющее вид в соответствии с видом правой части выражения (3), например, для четвертого участка гидроцилиндра, то есть для его корпуса, при  $(l_0 + z) \leq x \leq [(l_1 + l_2) - (l_0 + z)]$  (рис. 1):

$$y_{PIV}^*(x) = A_4^{IV} x^4 + A_3^{IV} x^3 + A_2^{IV} x^2 + A_1^{IV} x + A_0^{IV}, \quad (7)$$

где:  $A_0^{IV}$ ,  $A_1^{IV}$ ,  $A_2^{IV}$ ,  $A_3^{IV}$  и  $A_4^{IV}$  – неизвестные, определяемые по методу неопределенных коэффициентов из равенства:

$$\begin{aligned} & (12A_4^{IV} x^2 + 6A_3^{IV} x^2 + 2A_2^{IV}) + \\ & + k_{ш}^2 (A_4^{IV} x^4 + A_3^{IV} x^3 + A_2^{IV} x^2 + \\ & + A_1^{IV} x + A_0^{IV}) = R_4^{IV} x^4 + S_3^{IV} x^3 + T_2^{IV} x^2 + U_1^{IV} x + V_0^{IV} \end{aligned}$$

после приравнивания коэффициентов при одинаковых степенях  $x$ .

Окончательно упругая ось штока с учетом вышесказанного описывается выражениями:

$$y_{pш}(x) = C_1 \cos k_{ш}x + C_2 \sin k_{ш}x + A_4x^4 + A_3x^3 + A_2x^2 + A_1x + A_0;$$

$$y'_{pш}(x) = -k_1C_9 \cdot \cos k_1 \cdot x + k_2C_{10} \cdot \sin k_1 \cdot x + 4A_4x^3 + 3A_3x^2 + 2A_2x + A_1.$$

Для определения собственной деформации элементов гидроцилиндра воспользуемся системами координат  $X_1O_1Y_1$  для штока и  $X_2O_2Y_2$  для корпуса [12].

В этом случае угол  $\psi_1$  наклона системы координат  $X_1O_1Y_1$  относительно исходной  $XOY$  равен

$$\operatorname{tg} \psi_1 = \frac{y_{pш}(x)}{l_1 + l_2}.$$

Следовательно, собственная деформация (изгиб)  $y_{pшс}(x)$  штока при  $0 \leq x \leq (l_1 + l_2)$  (рис. 1) составляет

$$y_{pшс}(x) = [y_{pш}(x) - x \cdot \operatorname{tg} \psi_1] \cos \psi_1. \quad (8)$$

Подставив выражение (5) для определения прогиба  $y_{pш}(x)$  штока, трансформированное с учетом записей (6) и (7), в формулу (8), имеем:

$$y_{pшс}(x) = \left[ C_1 \cos kx + C_2 \sin kx + A_4x^4 + A_3x^3 + A_2x^2 + A_1x + A_0 - x \cdot \operatorname{tg} \psi_1 \cdot \cos \psi_1 \right]$$

Продольная деформация гидроцилиндра, в нашем случае – штока, определяется по формуле [15, 16]:

$$\Delta_{ш} = \frac{1}{2} \int_0^l [y'_{pшс}(x)]^2 dx.$$

В некоторых работах [15, 16] кривую деформированного стержня рекомендуется приближенно представлять синусоидой

$$y_{pшс}(x) = y_{pшс}^{\max} \sin \frac{\pi}{l_1 + l_2} x.$$

К сожалению, как показывают сравнительный анализ этих двух подходов [17], последний неприемлем при оценке явно несимметричных деформаций и дает значительную погрешность.

С учетом вышесказанного полная продольная деформация гидроцилиндра в результате его поперечного изгиба составляет (рис. 1)

$$\Delta_{гц} = [l_3 + (l_0 + z)] - (l' + l'')$$

и может быть определена после совместного разрешения ряда равенств:

$$l' = [(l_1 + l_2) - \Delta_{ш}] \cos \psi_1;$$

$$\psi_2 = \arcsin \left[ \frac{[(l_1 + l_2) - \Delta_{ш}] \sin \psi_1}{l_3 + (l_0 + z) - (l_1 + l_2)} \right];$$

$$l'' = \frac{[(l_1 + l_2) - \Delta_{ш}] \sin \psi_1}{\operatorname{tg} \psi_2}.$$

Окончательно жесткость  $C_4$  из-за поперечного эксплуатационного прогиба гидроцилиндра определяется отношением

$$C_4 = \frac{P}{\Delta_{ш}}.$$

Полная (суммарная) продольная жесткость гидроцилиндра  $C_{\Sigma}$  находится, согласно положениям работ [1, 2] для системы последовательно расположенных упругих элементов, из выражения

$$\frac{1}{C_{\Sigma}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4}.$$

Количественный анализ [17] проведенного аналитического описания показывает, что изменение продольной упругости (податливости) гидроцилиндра происходит, главным образом, за счет сжатия жидкости в поршневой полости гидроцилиндра. Существенный вклад также вносит усадка жидкости вследствие радиальной деформации его корпуса. Однако следует отметить, что для гидроцилиндров больших типоразмеров требуются дальнейшие исследования жесткостей  $C_3$  и  $C_4$ .

#### Литература

1. Теория, конструкция и расчёт строительных и дорожных машин / Л. А. Гоберман [и др.]. М.: Машиностроение, 1979. 407 с.

2. Гоберман Л. А. Основы теории, расчёта и проектирования строительных и

дорожных машин. М. : Машиностроение, 1988. 464 с.

3. Кобзов Д. Ю., Тарасов В. А., Свиридо И. В. Оценка прогиба гидроцилиндра в результате деформации под давлением его корпуса. Братск, 1994. 11 с. Деп. в МАШМИР № 14-сд 94.

4. Кобзов Д. Ю., Тарасов В. А., Трофимов А. А. Гидроцилиндры дорожных и строительных машин. Ч. 2. Условия эксплуатации, рабочий процесс, режим работы и параметры нагружения. Братск, 1999. Деп. в ВИНТИ № 3552-1399.- 108 с.

5. Кобзов Д. Ю., Усова С. В. Экспресс-диагностика несущей способности гидроцилиндров машин // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2009. № 3 (23). С. 174-179.

6. Кобзов Д.Ю., Кобзов А.Ю., Лханаг Дорлигсурэнгийн. Несущая способность и ресурс гидроцилиндров машин//Системы. Методы. Технологии. 2009. №2. С.24-28.

7. Кобзов Д.Ю., Усова С.В., Фурзанов С.Ю. О диагностическом параметре несущей способности гидроцилиндров машин// Там же 2009 № 2 . С 29-32.

8. Кобзов Д. Ю., Жмуров В. В., Плевшцева С. В. Совершенствование конструкции привода ковша одноковшовых гидрофицированных дорожных и строительных машин // Там же. 2007. № 3 (15). С. 40-45.

9. Модернизация конструкции опор гидроцилиндра привода ковша одноков-

шовых гидрофицированных дорожных и строительных машин / Д. Ю. Кобзов [и др.] // Там же. 2008. № 1 (17). С. 28-33.

10. Кобзов Д. Ю., Ереско С. П. Методика определения эксцентриситета в опорах крепления гидроцилиндра // Горное оборудование и электромеханика. 2009. № 3. С. 38-43.

11. Марутов В. А., Павловский С. А. Гидроцилиндры. М. : Машиностроение, 1966. 171 с.

12. Кобзов Д. Ю., Хютте В. И. Оценка деформации штока и корпуса гидроцилиндра. Братск, 1992. 11 с. Деп. в МАШМИР № 52-сд 92.

13. Кобзов Д. Ю. Диагностирование гидроцилиндров рабочего оборудования одноковшовых строительных экскаваторов : дис. ... канд. техн. наук. Л., 1987. 345 с.

14. Кобзов Д. Ю., Решетников Л. Л. Учёт возможного начального искривления гидроцилиндра при исследовании его напряжённо-деформированного состояния. Братск, 1987. 8 с. Деп. в ЦНИИТЭстроймаш от 11.02.1987, № 29-сд87.

15. Беляев И. М. Сопротивление материалов. М., 1976. 608 с.

16. Феодосьев В. И. Сопротивление материалов. М.: Наука, 1986. 512 с.

17. Аналитическое исследование продольной жесткости гидроцилиндра /Д. Ю. Кобзов [и др.]. Братск, 1987. 11 с. Деп. МАШМИР12.01. 1998, № 4-сд97.