

РЫЧАЖНЫЕ СВЯЗИ В ЗАДАЧАХ ДИНАМИКИ ТРАНСПОРТНОЙ ПОДВЕСКИ

Рассматриваются задачи защиты объекта от вибраций с помощью рычажной виброзащитной системы. Особенность подхода состоит во введении дополнительной упругой связи межкоординатного типа. Предлагается методика построения математических моделей.

Ключевые слова: рычажная подвеска, виброзащитная система, динамическое гашение колебаний.

Задачам динамики транспортных подвесок посвящено достаточно большое число исследований [1÷3], в которых определялись условия эффективной защиты от вибрационных воздействий при соответствующем выборе значений параметров типовых элементов в виде пружин, демпферов и массоинерционных звеньев. Вместе с тем, ряд вопросов не получил детализированного рассмотрения, в частности, мало изученными остались вопросы учета в динамике систем рычажных связей между элементами.

В статье рассматриваются возможности учета в динамических процессах транспортных подвесок рычажных свя-

зей, которые реализуются специально вводимыми механизмами [4].

Предлагаемая подвеска, точнее, ее модель состоит (рис. 1) из объекта защиты массой M с моментом инерции I . Центр тяжести твердого тела расположен в т. A ; в системе подвески задействованы два рычага с массами m_1 и m_2 ; их моменты инерции относительно т. A обозначаются соответственно через I_1 и I_2 . К такой схеме приводится тележка локомотива с двумя тяговыми двигателями [5]; центры тяжести рычагов A_1, B_1, A_2, B_2 обозначены через O_1 и O_2 соответственно.

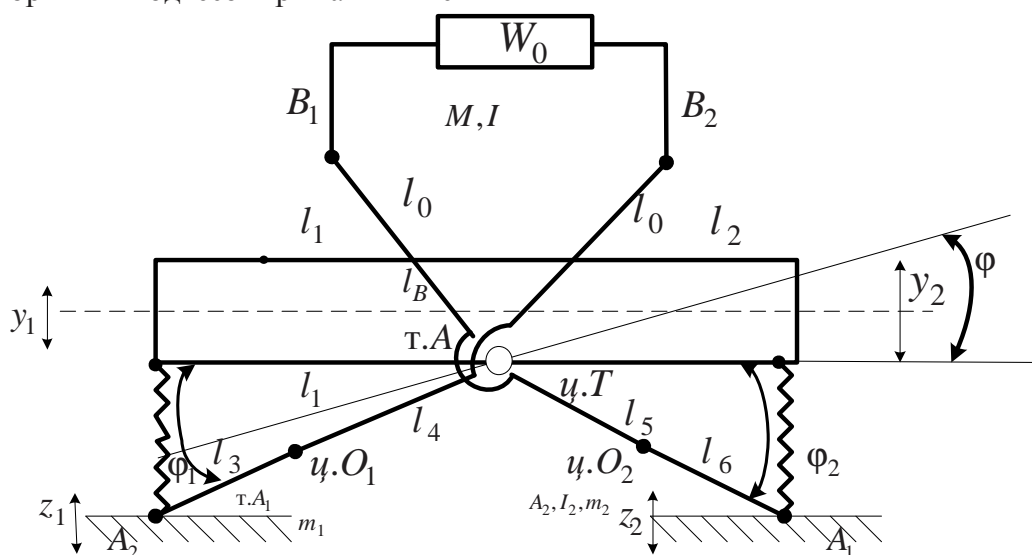


Рис. 1. Расчетная схема тележки с двигателями с опорно-осевой подвеской

Положение центров тяжести определяется соответствующими длинами отрезков $l_1 \div l_6$. Между точками B_1 и B_2 рычагов действует элемент с передаточной функцией W . В простейшем случае это может быть пружина жесткостью k_0 , хотя W может иметь и более сложную структуру. Координаты y_1 и y_2 взяты в неподвижной системе координат. Предполагается также, что в точках A_1 и A_2 допускаются горизонтальные скольжения, что обеспечивает возможность вертикального движения центра тяжести объекта защиты (точка A). Для дальнейших расчетов примем, что

$$y = ay_1 + by_2, \varphi = (y_1 - y_2)c, a = \frac{l_2}{l_1 + l_2};$$

$$b = \frac{l_1}{l_1 + l_2}, c = \frac{1}{l_1 + l_2}.$$

Для определения кинетической энергии системы на рис. 1 можно использовать теорему Кенига [6]. Учитывая особенности конструктивного построения транспортной подвески, наличие сочленений трех твердых тел, можно предположить достаточным кинетическую энергию системы представить как сумму кинетических энергий трех составных частей в движении относительно неподвижной системы координат, тогда

$$T = T_1 + T_2 + T_3. \quad (1)$$

В выражении (1) T_1 соответствует кинетической энергии тела массой m_1 , имеющего относительно центра тяжести (т. А) момент инерции I_1 :

$$T_1 = \frac{1}{2} M_1 \dot{y}^2 + \frac{1}{2} I_1 \dot{\varphi}^2, \quad (2)$$

где y – координата центра тяжести твердого тела (т.А), φ – угол поворота относительно центра тяжести. Кинетическая энергия подвижных блоков $m_1 I_1$ и $m_2 I_2$ определяется с учетом сложного характера их движения.

Найдем скорость точки A_1 в неподвижной системе координат, используя схему распределения скоростей, показанную на рис. 2. Отметим, что более точным является представление контакта подвижного блока с вибрирующей поверхностью с учетом возможности горизонтального смещения. Однако на предварительной стадии рассмотрения будем полагать этот фактор, так же, как силы демпфирования колебаний, маловлияющим. Тогда

$$\dot{y}' = \frac{\dot{y}l_4 + \dot{z}_1 l_3}{l_4 + l_3} = a_1 \dot{y} + b_1 \dot{z}_1, \quad (3)$$

где $a_1 = \frac{l_4}{l_3 + l_4}$, $b_1 = \frac{l_3}{l_3 + l_4}$.

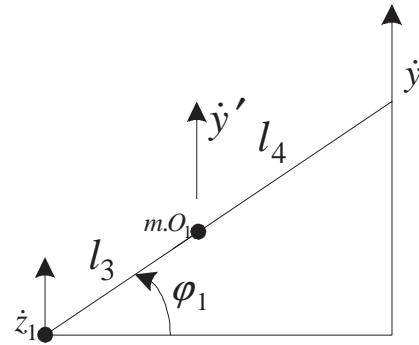


Рис. 2. Схема распределения скоростей в подвижном блоке.

Соответственно, для второго блока получим

$$\dot{y}'' = a_2 \dot{y} + b_2 \dot{z}_2, \quad (4)$$

здесь $a_2 = \frac{l_5}{l_5 + l_6}$; $b_2 = \frac{l_6}{l_5 + l_6}$.

Подвижные блоки участвуют также во вращательном движении относительно точки A . Параметры этого вращения определяются, как $y_1 - z_1$ и $y_2 - z_2$, что позволяет найти угловые скорости

$$\omega_1 = \frac{d\varphi_1}{dt} = \frac{\dot{y}_1 - \dot{z}_1}{l_3 + l_4} = c_1 (\dot{y} - \dot{z}_1), \quad (5)$$

$$\omega_2 = \frac{d\varphi_2}{dt} = \frac{\dot{y}_2 - \dot{z}_2}{l_5 + l_6} = c_2 (\dot{y} - \dot{z}_2), \quad (6)$$

где $c_1 = \frac{1}{l_3 + l_4}$, $c_2 = \frac{1}{l_5 + l_6}$; при дальнейших расчетах принято, что $l_3 + l_4 = l_5 + l_6 = L_1$,

$l_1 + l_2 = L$. Более детализированный учет параметров предполагает, что $\varphi_1 = \varphi_{10} + \Delta\varphi_1$, а $\omega_1 = \frac{d(\Delta\varphi_1)}{dt}$, соответственно $\omega_2 = \frac{d(\Delta\varphi_2)}{dt}$. При этом $\Delta\varphi_1$ и $\Delta\varphi_2$ рассматриваются как малые приращения углов поворота, полагая $\varphi_1 \approx \varphi_{10}$ и $\varphi_2 \approx \varphi_{20}$.

I. Кинетическая энергия рассматриваемой системы с учетом (2÷6) может быть определена выражением

$$T = \frac{1}{2}M\dot{y}^2 + I\dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2}M_1(\dot{y}')^2 + \frac{1}{2}I_1\dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2}M_2(\dot{y}'')^2 + \frac{1}{2}I_2\dot{\varphi}_2^2. \quad (7)$$

Потенциальная энергия системы определяется с учетом деформации упругих элементов

$$\Pi = \frac{1}{2}k_1(y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2}k_2(y_2 - z_2) + \frac{1}{2}k_3c_3^2(\varphi_1 - \varphi_2)^2, \quad (8)$$

$(a_3 < 1)$

где $c_3 = a_3l_0$; а a_3 – коэффициент, учитывающий геометрические особенности расположения рычагов A_1B_1 и A_2B_2 , принимаются в первом приближении такими, что

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= (y_1 - z_1) / (l_3 + l_4); \\ \varphi_2 &= (y_2 - z_2) / (l_5 + l_6). \end{aligned} \quad (9)$$

Воспользуемся для вывода дифференциальных уравнений движения формализмом Лагранжа и запишем ряд необходимых соотношений в системе координат φ, y , полагая, что

$$T = \frac{1}{2}M\dot{y}^2 + \frac{1}{2}I\dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2}M_1(a_1\dot{y} + b_1\dot{z}_1)^2 + \frac{1}{2}M_2(a_2\dot{y} + b_2\dot{z}_2)^2 + \frac{1}{2}I_1c_1^2(\dot{y} - \dot{z}_1)^2 + \frac{1}{2}I_2c_2^2(\dot{y} - \dot{z}_2)^2. \quad (10)$$

Тогда

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial y} &= M\dot{y} + M_1a_1^2\dot{y} + M_1a_1b_1\dot{z}_1 + \\ &+ M_2a_2^2\dot{y} + M_2a_2b_2\dot{z}_2 + \\ &+ I_1c_1^2\dot{y} - I_1c_1^2\dot{z}_1 + \frac{1}{2}I_2c_2^2\dot{y} - \frac{1}{2}I_2c_2^2\dot{z}_2. \end{aligned} \quad (11)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi} = I\dot{\varphi}.$$

Приведем выражение (8) к виду

$$\begin{aligned} \Pi &= \frac{1}{2}k_1[(y - l_1\varphi) - z_1]^2 + \frac{1}{2}k_2[(y + l_2\varphi) - z_2]^2 + \\ &+ \frac{1}{2}k_3c_3^2[c_1(y - l_1\varphi - z_1) - c_2(y + l_2\varphi - z_2)]^2 = \\ &= \frac{1}{2}k_1[(y - l_1\varphi)^2 - 2(y - l_1\varphi)z_1 + z_1^2] + \\ &+ \frac{1}{2}k_2[(y + l_2\varphi)^2 - 2(y + l_2\varphi)z_2 + z_2^2] + \\ &+ \frac{1}{2}k_3c_3^2[y(c_1 - c_2) - \varphi(c_1l_1 - c_2l_2) + c_2z_2 - c_1z_1]^2, \end{aligned} \quad (12)$$

откуда

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi}{\partial y} &= k_1y - k_1l_1\varphi - k_1z_1 + k_2y + k_2l_2\varphi - \\ &- k_2z_2 + k_3c_3(c_1 - c_2)^2y - k_3c_3(c_1 - c_2) \times \\ &\times (c_1l_1 - c_2l_2)\varphi - k_3c_3(c_1 - c_2)(c_2z_2 - c_1z_1); \\ \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi} &= k_1l_1^2\varphi - k_1l_1y + k_1l_1z_1 + k_2l_2^2\varphi + k_2l_2\varphi - \\ &- k_2l_2z_2 + \varphi k_3c_3^2(c_1l_1 - c_2l_2)^2 - k_3c_3^2(c_1 - c_2) \times \\ &\times (c_1l_1 - c_2l_2)y - k_3c_3^2(c_1l_1 - c_2l_2)(c_2z_2 - c_1z_1). \end{aligned} \quad (13)$$

Используя (8)÷(13), получим систему дифференциальных уравнений движения в системе координат y, φ .

$$\begin{aligned} \ddot{y}(M + M_1a_1^2 + M_2a_2^2 + I_1c_1^2 + \\ + I_2c_2^2) + y[k_1 + k_2 + k_3^2(c_1 - c_2)^2] + \\ + \varphi[k_1l_1 - k_2l_2 - k_3c_3^2(c_1 - c_2)(c_1l_1 - c_2l_2)] = \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} = \ddot{z}_1(I_1c_1^2 - M_1a_1b_1) + \ddot{z}_2(I_2c_2^2 - M_2a_2b_2) + \\ + z_1[k_1 - k_3c_3^2(c_1 - c_2)c_1z_1 + z_2] + \\ + k_2 + k_3c_3^2(c_1 - c_2)c_2z_2; \\ \ddot{\varphi}I + \varphi[k_1l_1^2 + k_2l_2^2 + k_3c_3^2(c_1l_1 - c_2l_2)^2] + \\ + y[-k_1l_1 + k_2l_2 - k_3c_3^2(c_1 - c_2)(c_1l_1 - c_2l_2)] = \\ = z_1[-k_1l_1 - c_1k_3c_3^2(c_1 - c_2)(c_1l_1 - c_2l_2)] + \\ + z_2[k_2l_2 + c_2k_3c_3^2(c_1l_1 - c_2l_2)]. \end{aligned} \quad (15)$$

Коэффициенты уравнений (14), (15) приведены в таблице 1.

Таблица 1

Коэффициенты системы дифференциальных уравнений (14)÷(15) в координатах y, φ

a_{11}	a_{12}
$(M + M_1 a_1^2 + M_2 b_1^2 + I_1 c_1^2 + I_2 c_2^2) p^2 + k_1 + k_2 + k_3 c_3^2 (c_1 - c_2)^2$	$k_1 l_1 - k_2 l_2 - k_3 c_3^2 (c_1 - c_2)(c_1 l_1 - c_2 l_2)$
a_{21}	a_{22}
$k_1 l_1 - k_2 l_2 - k_3 c_3^2 (c_1 - c_2)(c_1 l_1 - c_2 l_2)$	$I p^2 + k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2 + k_3 c_3^2 (c_1 l_1 - c_2 l_2)^2$
Q_1	Q_2
$\ddot{z}_1 (I_1 c_1^2 - M_1 a_1 b_1) + z_1 [k_1 - k_3 c_3^2 c_1 (c_1 - c_2)] +$ $+ \ddot{z}_2 [I_2 c_2^2 - M_2 a_2 b_2] + z_2 [k_2 + k_3 c_3^2 c_2 (c_1 - c_2)].$	$z_1 [-k_1 l_1 - c_1 k_3 c_3^2 (c_1 l_1 - c_2 l_2)] +$ $+ z_2 [k_2 l_2 + c_2 k_3 c_3^2 (c_1 l_1 - c_2 l_2)]$

Примечание: Q_1, Q_2 – обобщенные силы по координатам y и φ соответственно.

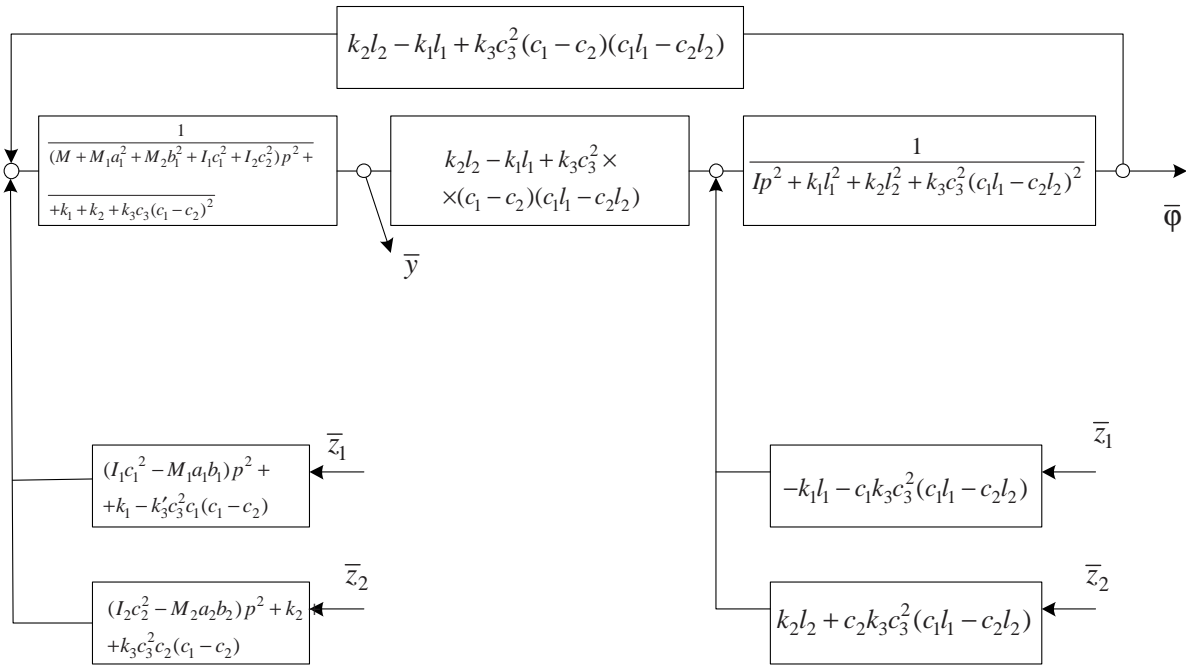


Рис. 3. Структурная схема системы в координатах y, φ

Структурная схема системы приведена на рис. 3. Ее характерной особенностью является то, что связи между парциальными системами носят упругий характер. В отличие от традиционных представлений [6], условия «зануления» перекрестных связей определяются не только рычажными связями, которые определяются разнесением точек крепления пружин k_1

и k_2 , но и параметрами рычажных механизмов c_1 и c_2 .

Условия развязки колебаний могут быть записаны в виде

$$k_1 l_1 - k_2 l_2 - k_3 (c_1 - c_2)(c_1 l_1 - c_2 l_2) k_3 c_3^2 = 0 \quad (16)$$

По правилам Крамера [7] найдем, что

$$y = \frac{Q_1 a_{22} - Q_2 a_{12}}{a_{11} a_{22} - a_{12}^2}, \quad (16')$$

$$\varphi = \frac{Q_2 a_{11} - Q_1 a_{21}}{a_{11} a_{22} - a_{12}^2}. \quad (16'')$$

Используя табл. 1 и структурную схему (рис. 3), найдем, что (при $z_1 = z_2 = z$):

$$W_1 = \frac{\bar{y}}{\bar{z}} = \frac{\left[p^2 (Ia^2 + I_2 c^2 - M_1 a_1 b_1 - M_2 a_2 b_2) + \dots \right.}{a_{11} a_{22} - a_{12}^2} \dots$$

$$\dots \frac{+k_1 + k_2 + k_3 c_3^2 c_2 (c_1 - c_3) - k_2' c_3^2 c_1 (c_1 - c_2)}{\dots} \times$$

$$\dots \frac{\times \left[Ip^2 + k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2 + k_3 c_3^2 (c_1 l_1 - c_2 l_2)^2 \right] - \dots}{\dots}$$

$$\dots \frac{- \left[-k_1 l_1 - k_3 c_3^2 (c_1 l_1 - c_2 l_2) c_1 + k_2 l_2 + c_2 k_3 c_3^2 (c_1 l_1 - c_2 l_2) \right] \times \dots}{\dots}$$

$$\dots \frac{\times \left[k_1 l_1 - k_2 l_2 - k_3 c_3^2 (c_1 - c_2) (c_1 l_1 - c_2 l_2) \right]}{\dots}.$$

II. Если использовать систему координат y_1, y_2 , то

$$T = \frac{1}{2} M (\dot{y}_1 a + \dot{y}_2 b)^2 + \frac{1}{2} I c^2 (\dot{y}_1 - \dot{y}_2)^2 +$$

$$+ \frac{1}{2} M_1 [a_1 (y_1 a + \dot{y}_2 b) + b_1 \dot{z}_1]^2 +$$

$$+ \frac{1}{2} M_2 [a_2 (\dot{y}_1 a_1 + \dot{y}_2 b) + b_2 \dot{z}_2]^2 + \quad (17)$$

$$+ \frac{1}{2} I_1 c_1^2 [(\dot{y}_1 a + \dot{y}_2 b - \dot{z}_1)]^2 +$$

$$+ \frac{1}{2} I_2 c_2^2 (\dot{y}_1 a + \dot{y}_2 b - \dot{z}_2)^2.$$

Запишем необходимые вспомогательные соотношения в виде

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{y}_1} = Ma^2 \dot{y}_1 + Mab \dot{y}_2 + Ic^2 \dot{y}_1 - Ic^2 \dot{y}_2 + M_1 (aa_1)^2 \dot{y}_1 +$$

$$+ M_1 a_1^2 a b y_2 + M_1 a a_1 b_1 z_1 + M_2 (a_2 a)^2 \dot{y}_1 + M_2 a_2^2 a b y_2 + \quad (18)$$

$$+ M_2 a_2 a b_2 \dot{z}_2 + I_1 c_1^2 a^2 \dot{y}_1 +$$

$$+ I_1 c_1^2 a b \dot{y}_2 - I_1 c_1^2 a \dot{z}_1 + I_2 c_2^2 a^2 \dot{y}_1 +$$

$$+ I_2 c_2^2 y_2 a b - I_2 c_2^2 a \dot{z}_2.$$

Здесь $r_1 = a(c_1 - c_2) - c(c_1 l_1 - c_2 l_2)$, $r_2 = b(c_1 - c_2) + c(c_1 l_1 - c_2 l_2)$.

$$\ddot{y}_2 \left[\begin{matrix} Mb^2 + Ic^2 + M_1 (a_1 b)^2 + \\ + M_2 (a_2 b)^2 + I_1 c_1^2 b^2 + I_2 c_2^2 b^2 \end{matrix} \right] + \ddot{y}_1 (Mab - Ic^2 + M_1 a_1^2 ab + M_2 a_2^2 ab + I_1 c_1^2 ab + I_2 c_2^2 ab) +$$

$$+ y_2 (k_2 + k_3 c_3^2 r_2^2) + y_1 (k_3 c_3^2 r_1 r_2 y_1) = \quad (23)$$

$$= -M a_1 b_1 b \dot{z}_1 + I_1 c_1^2 b \dot{z}_1 + k_3 c_3^2 r_2 c_1 z_1 +$$

$$+ \ddot{z}_2 (-M_2 a_2 b b_2 + I_2 c_2^2 b) + z_2 (k_2 - k_3 c_3^2 r_2 c_2).$$

$$\frac{\partial T}{\partial y_2} = Mb^2 \dot{y}_2 + Mab \dot{y}_1 + Ic^2 \dot{y}_2 -$$

$$- Ic^2 \dot{y}_1 + M_1 (a_1 b)^2 \dot{y}_2 + M_1 a_1^2 a b \dot{y}_1 +$$

$$+ M_1 a_1 b_1 b \dot{z}_1 + M_2 (a_2 b)^2 \dot{y}_2 + M_2 a_2^2 a b y_1 + \quad (19)$$

$$+ M_2 a_2 b_2 b \dot{z}_2 + I_1 c_1^2 b^2 \dot{y}_2 + I_1 c_1^2 a b \dot{y}_1 -$$

$$- I_1 c_1^2 b \dot{z}_1 + I_2 c_2^2 b^2 \dot{y}_2 + I_2 c_2^2 y_1 a b - I_2 c_2^2 b \dot{z}_2.$$

В свою очередь,

$$\Pi = \frac{1}{2} k_3 c_3^2 \left\{ \begin{matrix} y [a(c_1 - c_2) - c(c_1 l_1 - c_2 l_2)] + \\ + y_2 [b(c_1 - c_2) + \\ + c(c_1 l_1 - c_2 l_2) + (c_2 z_2 - c_1 z_1)] \end{matrix} \right\}. \quad (20)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} k_3 c_3^2 [(y_1 r_1 + y_2 r_2) + (c_2 z_2 - c_1 z_1)] y_1^2 r_1^2 +$$

$$+ 2 r_1 r_2 y_1 y_2 + r_2^2 y_2^2 + 2 (y_1 r_1 + y_2 r_2) (c_2 z_2 - c_1 z_1).$$

Сделаем ряд промежуточных выкладок:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial y_1} = k_1 y_1 - k_1 z_1 + k_3 c_3^2 r_1^2 y_1 + k_3 c_3^2 r_1 r_2 y_2 +$$

$$+ k_3 c_3^2 r_1 (c_2 z_2 - c_1 z_1). \quad (21)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial y_2} = k_2 y_2 - k_2 z_2 + k_3 c_3^2 r_2^2 y_2 + k_3 c_3^2 r_1 r_2 y_1 +$$

$$+ k_3 c_3^2 r_2 (c_2 z_2 - c_1 z_1).$$

Запишем дифференциальные уравнения движения в системе координат y_1 и y_2 с учетом (17)÷(21)

$$\ddot{y}_1 \left\{ \begin{matrix} Ma^2 + Ic^2 + M_1 (a a_1)^2 + \\ + M_2 (a_2 a)^2 + I_1 c_1^2 a^2 + I_2 c_2^2 a^2 \end{matrix} \right\} +$$

$$+ \ddot{y}_2 (Mab - Ic^2 + M_1 a_1^2 ab + M_2 a_2^2 ab +$$

$$+ I_1 c_1^2 ab + I_2 c_2^2 ab) + y (k_1 + k_3 c_3^2 r_1^2) + \quad (22)$$

$$+ y_2 (k_3 c_3^2 r_1 r_2) = z_1 (k_1 + k_3 c_3^2 r_1 c_1 +$$

$$+ \dot{z}_1 (-M_1 a a_1 b_1 + I_1 c_1^2 a) - k_3 c_3^2 r_2 c_2 z_2 +$$

$$+ (-\ddot{z}_2 M_2 a_2 a b_2 + \ddot{z}_2 I_2 c_2^2 a).$$

Таблица 2

Коэффициенты системы дифференциальных уравнений
(22), (23) в координатах y_1, y_2

a_{11}	a_{12}
$p^2 \left[\begin{array}{l} Ma^2 + Ic^2 + M_1(aa_1)^2 + \\ + M_2(aa_2)^2 + I_1c_1^2a^2 + I_2c_2^2a^2 \end{array} \right] +$ $+ y_1(k_1 + k_3c_3^2r_1^2)$	$p^2 \left[\begin{array}{l} Mab - Ic^2 + M_1a_1^2ab + \\ + M_2a_2^2ab + I_1c_1^2ab + I_2c_2^2ab \end{array} \right] +$ $+ y_2(k_3c_3^2r_1r_2)$
a_{21}	a_{22}
$p^2 \left[\begin{array}{l} Mab - Ic^2 + M_1a_1^2ab + \\ + M_2a_2^2ab + I_1c_1^2ab + I_2c_2^2ab \end{array} \right] +$ $+ k_3c_3^2r_1r_2$	$p^2 \left[\begin{array}{l} Mb^2 + Ic^2 + M_1(a_1b)^2 + \\ + M_2(a_2b)^2 + I_1c_1^2b^2 + I_2c_2^2b^2 \end{array} \right] +$ $+ k_2k_3c_3^2r_2^2$
Q'_1	Q'_2
$\bar{z}_1 \left[\begin{array}{l} (-M_1aa_1b_1 + I_1c_1^2a)p^2 + \\ + k_1 + k_3c_3^2r_1c_1 \end{array} \right] +$ $+ \bar{z}_2 \left[(-M_2a_2b_2a + I_2c_2^2a)p^2 - k_3c_3^2r_1c_2 \right]$	$\bar{z}_1 \left[\begin{array}{l} (-M_1a_1b_1b + I_1c_1^2b)p^2 + \\ + k_3c_3^2r_2c_1 \end{array} \right] +$ $+ \bar{z}_2 \left[(-M_2a_2b_2b + I_2c_2^2b)p^2 + k_2 - k_3c_3^2r_1c_2 \right]$

Примечание: Q'_1, Q'_2 – обобщенные силы по координатам y_1 и y_2 соответственно.

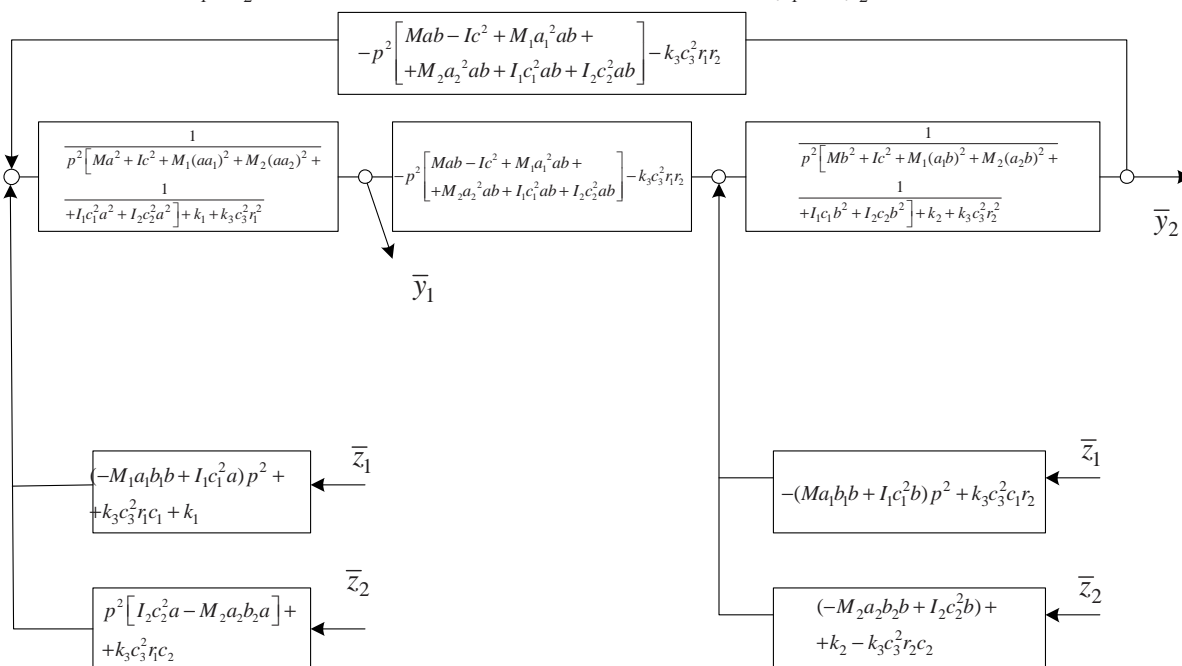


Рис. 4. Структурная схема системы в координатах y_1, y_2 .

Из анализа структурной схемы системы в координатах y_1 и y_2 (рис. 4) следует, что в системе возможно «зануление» связей между парциальными системами y_1 и y_2 на частоте

$$\omega^2 = \frac{k_3c_3^2 \cdot r_1r_2}{Mab - Ic^2 + M_1a_1^2ab + M_2a_2^2ab + I_1c_1^2ab + I_2c_2^2ab} = (24)$$

$$= \frac{k_3c_3^2r_1r_2}{ab(M + M_1a^2 + M_2a^2 + I_1c_1^2 + I_2c_2^2) - Ic^2}$$

Что касается общего вида передаточной функции (24), то при $z_1 = z_2$ получим

$$W_1(p) = \frac{\bar{y}_1}{z} = \frac{d_1 p^4 + d_2 p^2 + d_3}{n_1 p^4 + n_2 p^2 + n_3}, \quad (25)$$

где коэффициенты $d_1 \div d_3$, $n_1 \div n_3$ – определяются параметрами системы (22), (23).

Передаточная функция $W_2(p) = \frac{\bar{y}_2}{z_2}$

имеет такой же вид, однако коэффициенты числителя будут другими. Для оценки устойчивости системы необходимо исследовать характеристическое уравнение (знаменатель (25)). В соответствии с критериями Рауса-Гурвица, все члены уравнения должны быть положительными. Для получения частот собственных колебаний необходимо решить характеристическое уравнение, которое в данном случае сводится к биквадратному частотному уравнению. В общем случае корни биквадратного уравнения будут действительными положительными числами, откуда могут быть найдены соответствующие частоты собственных колебаний. Отметим, что в данном случае числитель и знаменатель передаточной функции имеют один порядок, что предполагает следующие особенности системы: при $p \rightarrow 0$

$$W_1(p) = \frac{d_3}{n_3}; \quad W_2(p) = \frac{d'_3}{n'_3}, \quad (26)$$

где d'_3 и n'_3 – коэффициенты, определяемые так же, как n_3 и d_3 .

В свою очередь, при $p \rightarrow \infty$

$$W_1(p) = \frac{d_1}{n_1}; \quad W_2(p) = \frac{d'_1}{n'_1}. \quad (27)$$

Поскольку частотное уравнение числителя передаточной функции имеет 4-й порядок, то можно ожидать в системе координат y_1 и y_2 появления двух динамических режимов по каждой координате. При определенных условиях можно полагать выполнение соотношения

$$\bar{y}_1 = \bar{y}_2, \quad (28)$$

что приводит к специфичному виду движения объекта защиты при отсутствии угловых колебаний ($\varphi = 0$).

В системе координат y и φ при движении по координате y существует два режима динамического гашения, а при движении по φ – только один. При совпадении частот режимов динамического гашения по y и φ , что обеспечивается соответствующим выбором параметров при $z_1 = z_2 = z$, возможна ситуация, когда объект защиты становится неподвижным.

Таким образом, введение рычажных связей в схему транспортной подвески может существенно расширить спектр динамических свойств подвески и в случае построения системы управления параметрами системы обеспечить режимы частичного или полного гашения воздействий со стороны основания на определенных частотах, что определяется выражением (16), (24)–(27).

Литература

1. Хоменко А. П. Динамика и управление в задачах виброзащиты и виброизоляции подвижных объектов. Иркутск : ИГУ, 2000. 293 с.
2. Ротенберг Р. В. Подвеска автомобиля. М.: Машиностроение, 1972. 372 с.
3. Елисеев С. В., Волков Л. Н., Кухаренко В. П. Динамика механических систем с дополнительными связями. Новосибирск : Наука, Сиб. отд-ние, 1990. 312 с.
4. Рычажные связи в задачах динамики механических колебательных систем. Теоретические аспекты / С. В. Елисеев [и др.]. Иркутск, 2009. 159 с. Деп. в ВИНТИ 27.11.09, № 737-В 2009.
5. Ермошенко Ю.В. Управление вибрационным состоянием в задачах виброзащиты и виброизоляции : дис. ... канд. техн. наук. Иркутск, 2002. 185 с.

6. Лойцянский Л.Г., Лурье А. И. Курс теоретической механики. Т. 2 : Динамика. М.: Наука. 1968. 630 с.

7. Дружинский И. А. Механические цепи. М. : Машиностроение, 1977. 240 с.

УДК 69.002.51.192:621.225.2

Д.Ю. Кобзов, В.А. Тарасов, В.В. Жмуров*

ОЦЕНКА ПРОДОЛЬНОЙ ЖЕСТКОСТИ ГИДРОЦИЛИНДРА

Предлагается методика оценки продольной жесткости гидроцилиндра с односторонним штоком, учитывающая упругость рабочей жидкости, радиальной деформации корпуса гидроцилиндра, его поперечной деформации и продольной упругости штока.

Ключевые слова: гидроцилиндр, деформация, жесткость, упругость.

Исследование динамики машин с гидроприводом, в частности динамики одноковшовых гидравлических экскаваторов, осуществляется путем составления их динамических и математических моделей, в которых наименее исследованными являются упругие характеристики гидроцилиндров с односторонним штоком для привода рабочего оборудования [1, 2], вариант оценки которых предлагается ниже.

В соответствии с работами [1, 2], жесткость собственно гидроцилиндра без гидромагистралей ограничивалась лишь учетом упругой деформации рабочей жидкости в результате сжатия в его поршневой (штоковой) полости и описывалась выражением

$$C_1 = \frac{E_{ж} F_n^2}{V_{ж}}, \quad (1)$$

где: $E_{ж}$ – модуль упругости жидкости; F_n – площадь поперечного сечения; $V_{ж}$ – объем жидкости в поршневой полости гидроцилиндра.

С учетом расчетной схемы гидроцилиндра (рис. 1) запись (1) имеет вид

$$C_1 = \frac{E_{ж} \pi D_1^2}{4[l_3 + (l_0 + z) - (l_1 + l_2) - l_5]},$$

где: D_1 – диаметр поршня; $l_0, l_1 \dots l_5$ – линейные размеры гидроцилиндра; z – ход поршня.

Однако в результате продольно-поперечного функционального нагружения гидроцилиндра в процессе работы у него возникают как продольная, так и поперечная деформации, которые необходимо учитывать при статических и динамических расчетах.

Отсюда, с целью повышения достоверности оценки упругих характеристик гидроцилиндра, интересующую в данном случае его полную продольную деформацию целесообразно представлять суммой следующих характеристик [3]: упругой деформации рабочей жидкости в результате ее сжатия, усадки рабочей жидкости вследствие радиальной деформации под давлением корпуса гидроцилиндра, упругой продольной деформации штока как стержня и усадки гидроцилиндра в результате его поперечного прогиба.

Приведенную (полную) жесткость C_{Σ} гидроцилиндра следует описывать с учетом перечисленных характеристик при известном толкающем усилии на штоке гидроцилиндра, с оценкой доли влияния каждой жесткости на величину полной.

* - автор, с которым следует вести переписку.