

УДК 531.01

*С.В. Елисеев\*, С.В. Белокобыльский, В.Б. Каууба, И.С. Ситов*

### МЕХАТРОННЫЕ ПОДХОДЫ К МАТЕМАТИЧЕСКОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ В МЕХАНИЧЕСКИХ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ.

*В статье рассмотрены некоторые подходы к вопросам математического моделирования в механических колебательных системах. Показаны переходы от расчетных схем колебательных систем к их структурным аналогам.*

**Ключевые слова:** колебания, виброзащитные системы, динамическое гашение, структурные схемы, передаточные функции.

Теория и практика создания виброзащитных систем (ВЗС) опирается не только на аналитический базис, определяемый уровнем развития теоретической механики и ее различных приложений, но и соответствующими разработками в области системного анализа, теории автоматического управления, динамики управляемого движения, теории колебаний. Расчетные схемы современных машин, в том числе транспортных средств различного назначения, представляют собой, как правило, механические колебательные системы с одной или несколькими степенями свободы, в составе которых используются пассивные элементы (пружины, демпферы) и управляемые устройства. Использование управляемых устройств электро-, пневмо- и гидравлических исполнительных механизмов, по существу, превращает виброзащитные системы (ВЗС) в специализированные системы автоматического управления. Активное развитие мехатронных подходов предопределяет интерес к динамике управляемых систем, развитию методов анализа и синтеза комбинированных систем, в которых проблемными становятся вопросы устойчивости работы, быстродействия, надежности функционирования и др. [3].

Многочисленные приложения динамических управляемых систем определяют интерес к вопросам типизации элементов механических колебательных систем, расширению элементной базы ВЗС, введению в структуру дополнительных связей, формируемых путем комбинацион-

ных соединений типовых элементов структуры, что расширяет представления о возможностях изменения динамических свойств виброзащитных систем, роли и значении механизмов и устройств в колебательных структурах. В структурах ВЗС достаточно широко используются гидравлические элементы, а материально-техническая база активных электрогидравлических систем приобрела за последние годы форму мехатронных устройств, что сделало актуальными поиск и разработку различных направлений приложения методов активной виброзащиты.

Защита различных технических объектов и человека – оператора от воздействия вибраций и ударов относится к числу актуальных направлений теоретических и экспериментальных разработок в современной динамике машин. В течение многих десятилетий широко используются различного рода пружины, демпферы, гидравлические и динамические гасители колебаний и другие элементы, которые традиционно входят в транспортные подвески, системы защиты сидения оператора, защиты приборного оборудования. Системы управления представляют сложную дополнительную обратную связь, формирующую в структуре ВЗС управляемую силу, введение которой позволяет получить необходимое качество виброзащиты. Активная ВЗС состоит из двух частей: основного контура пассивной виброзащиты и активной части системы. Взаимодействие двух частей определяет спектр динамических свойств как системы

---

\* - автор, с которым следует вести переписку.

в целом, так и в динамике активных элементов, представляющих собой силовые приводы [4, 5, 6]. Развитие технической базы систем автоматического управления и элементной базы гидроавтоматики, в частности, позволяют рассматривать электрогидравлические ВЗС, как мехатронные системы активной виброзащиты [7, 8].

Обзор технологий анализа и синтеза механических колебательных систем, которые являются расчетными схемами виброзащитных систем, дает возможность убедиться в том, что динамические свойства систем изучены достаточно детально лишь в нескольких направлениях [8, 9, 10]. Поэтому представляется целесообразным развитие аналитических подходов, позволяющих вводить новые постановки задач, в том числе и те, которые связаны с расширением элементной базы ВЗС путем введения новых элементов (например, с функциями двойного дифференцирования) и их различными физическими интерпретациями [2, 3]. В этом плане определенными возможностями обладают методы структурной теории ВЗС, в рамках которой возможны обобщенные подходы в задачах виброзащиты и виброизоляции,

что создает определенные преимущества при построении активных ВЗС.

Структурная теория ВЗС обладает возможностями объединения идей управления с представлениями о типовых активных элементах, имеющих передаточные функции элементарного вида. Передаточные функции виброзащитных систем в целом определяются на основе обычных правил преобразования, используемых в теории автоматического управления. Однако реализация приложений концепции введения дополнительных связей требует учета ряда особенностей.

Основой виброзащитной системы является механическая колебательная система (рис. 1а). Ее простейшая форма – это объект массой ( $m$ ) и упругий элемент ( $k$ ). Такую систему можно назвать базовой моделью, которой соответствует эквивалентная в динамическом отношении система автоматического регулирования (рис. 1б). Структурная схема на рис. 1б является графической формой отображения дифференциального уравнения:

$$m\ddot{y} + ky = kz + P(t). \quad (1)$$

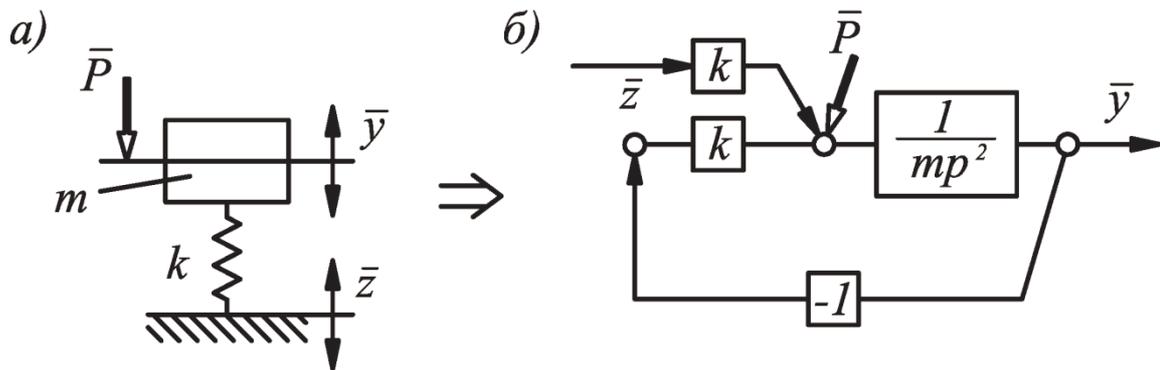


Рис. 1. Базовая модель ВЗС (а) и ее структурная схема (б).

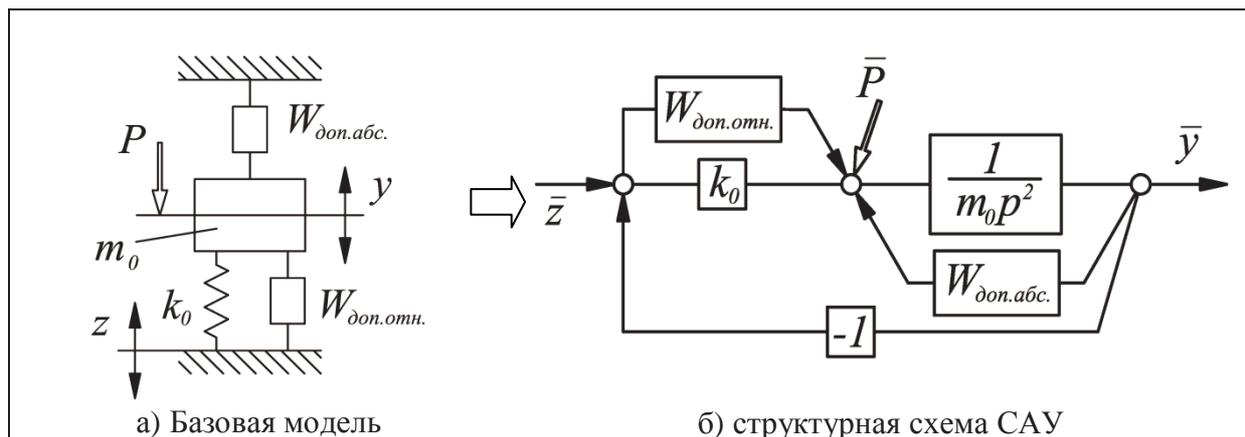


Рис. 2. Базовая модель и ее структурная схема с дополнительной цепью.

Усложнение ВЗС может идти через параллельное введение к упругому элементу дополнительной цепи (рис. 2а, б), передаточная функция которой  $W_{\text{доп}}$  может быть представлена в виде дробно-рационального выражения

$$W_{\text{доп}}(p) = \frac{a_0 + a_1 p + \dots + a_n p^n}{b_0 + b_1 p + \dots + b_m p^m}, \quad (2)$$

где  $m, n$  – целые числа ( $n \leq m$ );  $a_i, b_j$  – коэффициенты, определяемые конструктивными особенностями ВЗС,  $i = 1, \bar{n}$ ,  $j = 1, \bar{m}$ .

Отметим существенную особенность структурных подходов, которые связаны с тем, что дополнительная связь или допол-

нительная цепь различного вида и упругий элемент базовой модели имеют одну размерность. На входе цепи всегда представлено смещение, а выходом – является сила, то есть рассматривается, по существу, механическая цепь, состоящая из однотипных элементов. В целом, таких типовых элементов пять, но этот набор, при определенных условиях, может быть расширен. Вводимые элементы ВЗС, таким образом, являются дуальными элементами, которые объединяются между собой для образования более сложных структур по правилам последовательного и параллельного соединения пружин.

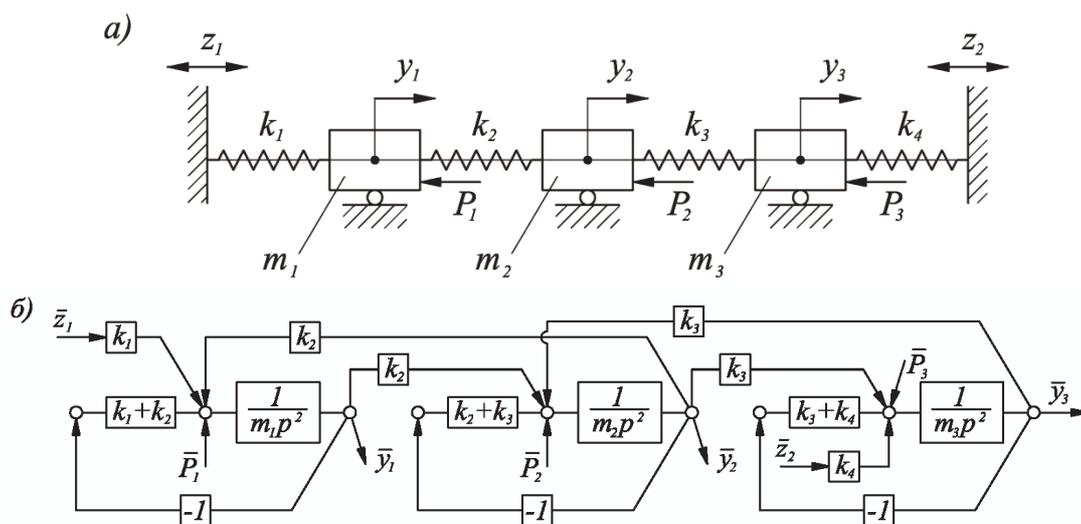


Рис. 3. Расчетная (а) и структурная (б) схемы системы с тремя степенями свободы.

При рассмотрении цепных колебательных систем показано, в частности, что введение типовых элементов в виде звеньев двойного дифференцирования позволяет изменять характер перекрестных связей и значений главных частот систем, а также создавать новые режимы динамического гашения. На примере системы с тремя степенями свободы (рис. 3а, б) показано, что частоты режимов динамического гашения, резонанса и совместных режимов динамического гашения образуют некоторый ряд

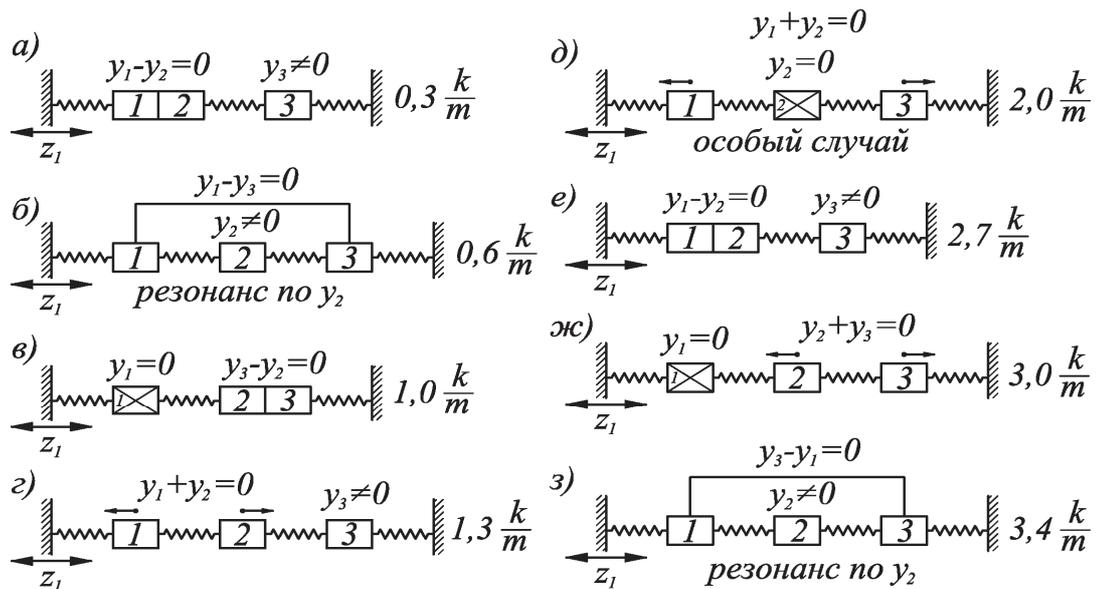
$$\begin{aligned} \frac{3k - \sqrt{5}k}{2m} &\approx 0,3 \frac{k}{m}; \quad \frac{2k - \sqrt{2}k}{2m} \approx 0,6 \frac{k}{m}; \quad \frac{k}{m}; \\ \frac{5k - \sqrt{5}k}{2m} &\approx 1,3 \frac{k}{m}; \quad \frac{2k}{m}; \\ \frac{3k + \sqrt{5}k}{2m} &\approx 2,7 \frac{k}{m}; \quad \frac{3k}{m}; \quad \frac{2k + \sqrt{2}k}{m} \approx 3,4 \frac{k}{m}; \\ \frac{5k + \sqrt{5}k}{2m} &\approx 3,7 \frac{k}{m}; \quad \frac{4k}{m}. \end{aligned} \quad (3)$$

Более детализированная информация о частотах приведена в таблице 1.

Таблица 1

Значения частот проявления различных форм самоорганизации движения

Значения координат	Частоты ( $\omega^2$ )	Значения координат	Частоты ( $\omega^2$ )	Значения координат	Частоты ( $\omega^2$ )
1	2	1	2	1	2
$y_1 + y_2$	$\frac{5k \pm \sqrt{5}k}{2m}$	$y_2 + y_3$	$\frac{3k}{m}$	$y_1$	$\frac{2k \pm k}{m}$
$y_1 - y_2$	$\frac{3k \pm \sqrt{5}k}{2m}$	$y_1 + y_2 + y_3$	$\frac{5k \pm k}{2m}$	$y_2$	$\frac{2k}{m}$
$y_1 + y_3$	$\frac{2k}{m}$	$y_1 + y_2 - y_3$	$\frac{5k \pm 3k}{2m}$	$y_3$	режима динамического гашения не имеется
$y_1 - y_3$	$\frac{2k \pm \sqrt{2}k}{m}$	$y_1 - y_2 + y_3$	$\frac{3k \pm k}{2m}$	главные колебания	$\omega_1^2 = \frac{2k}{m}$
$y_2 - y_3$	$\frac{k}{m}$	$y_1 - y_2 - y_3$	$\frac{3k}{m}$	главные колебания	$(\omega_{2,3})^2 = \frac{2k \pm \sqrt{2}k}{m}$



**Рис. 4. Различные формы самоорганизации движения при кинематическом воздействии  $z_1$**

На рис. 4 приведены различные варианты самоорганизации движения, которые могут возникнуть, если изменять определенным образом частоту внешнего кинематического воздействия  $z_1$  или силового воздействия  $P_1$ . Отметим, что из характеристического уравнения системы следует возможность совпадения главных частот колебаний с частотами, определяемыми из уравнений числителей соответствующих передаточных функций.

В работе [13] предлагаются методы упрощения исходных схем в виде цепных механических колебательных систем со многими степенями свободы. Показано, что, при всем разнообразии расчетных схем, в результате преобразований они могут быть сведены к двум базовым моделям. Такие модели являются системами с одной или двумя степенями свободы, но они содержат в своем составе обобщенные пружины, являющиеся структурами определенной сборки.

*Литература*

1. Хоменко А. П. Динамика и управление в задачах виброзащиты и

виброизоляции подвижных объектов. Иркутск : ИГУ, 2000. 226 с.

2. Dynamics of mechanical systems with additional ties / S.V. Eliseev [et al.]. Publishing of Irkutsk State University of Railway Engineering. Russia. Irkutsk, 2006. 316 p.

3. Динамический синтез в обобщенных задачах виброзащиты и виброизоляции технических объектов / С. В. Елисеев [и др.]. Иркутск.: ИГУ, 2008. 523 с.

4. Елисеев С. В., Хоменко А. П., Логунов А. С. Динамический синтез в задачах построения систем защиты человека-оператора транспортных средств от вибрации и ударов // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2009. № 4 (24). С. 64-76.

5. Елисеев С. В., Хоменко А. П., Логунов А. С. Использование в схемах пневматической защиты механизмов или устройств с преобразованием движения // Там же. 2010. №1 (25). С. 8-13.

6. Насников Д. Н. Активные элементы как типовые звенья в управляемых виброзащитных системах // Там же. 2008. № 4 (20). С. 41-49.

7. Насников Д. Н., Засядко А. А. Особенности гидропривода в системах

активной вибрационной защиты // Там же. 2008. Спец. вып. С. 18-29.

8. Насников Д. Н., Димов А. В. Мехатроника виброзащитных систем. Особенности структурных преобразований // Там же. 2009. № 4 (24). С. 75-85.

9. Коловский М. З. Автоматическое управление виброзащитными системами. М.: Наука, 1976. 319 с.

10. Чупраков Ю. И. Гидравлические системы защиты человека-оператора от общей вибрации. М.: Машиностроение, 1987. 224 с.

УДК 539.3

Л.А. Бохоева\*, А.С. Чермошнцева

### УТОЧНЕННЫЙ МЕТОД ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ УСТОЙЧИВОСТИ ПЛАСТИН С ДЕФЕКТАМИ С УЧЕТОМ ДЕФОРМАЦИЙ СДВИГА

*Статья посвящена некоторым аспектам деформирования элементов конструкций из слоистых изотропных и композиционных материалов с дефектами типа отслоений. В статье рассмотрен вариант уточненной линейной теории устойчивости. Решена задача устойчивости пластины с дефектом типа отслоение с учетом влияния деформаций сдвига.*

**Ключевые слова:** межслойные, дефекты, слоистые материалы, деформации сдвига, устойчивость, пластина.

Для упругих конструкционных материалов величина деформаций сдвига пренебрежимо мала по сравнению с единицей. Поэтому для элементов конструкций из изотропных материалов учет деформаций сдвига при определении критических нагрузок не имеет практического значения. Учет влияния деформаций сдвига приобретает решающее значение при анализе слоистых композитов. Классическая теория Кирхгофа, в которой пренебрегается деформациями сдвига, широко используется при расчете тонких изотропных пластин. Однако применение этой теории к анализу поведения слоистых композитных пластин привело бы к существенным погрешностям, в частности к недооценке прогибов и переоценке собственных частот. Учет сдвиговых деформаций приобретает решающее значение при анализе слоистых композитных пластин. В работе Редди [1] при обзоре литературы по применению метода конечных элементов к расчетам слоистых

композитных пластин кратко освещается история развития теории деформирования пластин с учетом сдвигов. Модули поперечного сдвига современных композитных материалов обычно очень малы по сравнению с модулями растяжения в плоскости, в результате чего деформации сдвига могут влиять на поведение таких материалов гораздо существеннее, чем на поведение однородных изотропных материалов. Например, определяемые по классической теории пластин собственные частоты для пластин с отношением длины стороны к толщине, равным 10, на 25 % превышают частоты, определенные по теории, учитывающей деформации сдвига. Значения собственных частот, полученные по теории учета деформаций сдвига первого порядка, описанной Редди, на 11 % превышают значения, полученные по трехмерной теории упругости.

Классическая теория пластин, в соответствии с которой предполагается, что плоские сечения остаются плоскими и

---

\* - автор, с которым следует вести переписку.