

УДК 519.711.3

Ю.Н. Аллатов, Е.А. Платошечкин*

РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ.

Представлен аналитический способ нахождения неизвестных параметров двумерной многосвязной системы управления путем анализа ее матричной математической модели.

Ключевые слова: многомерная система управления, матрицы, структурные графы, математическая модель, уравнения компонент С-графа, уравнения структуры С-графа.

Качество управления прямо зависит от качества принимаемых решений и точности их реализации. При поиске лучших решений часто недостаточно только опыта и интуиции тех, кто проектирует системы. Проведение операционного исследования, построение и расчет математической модели позволяют проанализировать систему и выбрать оптимальные параметры или обосновать предложенные решения.

Использование математических моделей позволяет осуществить предвари-

тельный выбор оптимальных или близких к ним вариантов решений по определенным звеньям системы. Они научно обоснованы, и проектировщик может руководствоваться ими при выборе окончательного решения о реализации параметров системы.

Основные концепции и принципы аналитического получения, преобразования и анализа различных видов математических моделей, используемых в теории автоматического управления для описания

* - автор, с которым следует вести переписку.

объектов управления различной природы и систем управления различных классов, в настоящее время базируются на знаниях в области основ математического описания систем автоматического управления, таких разделов высшей математики, как дробно-рациональные функции комплексного переменного, импульсные функции, преобразования Фурье и Лапласа, операторный метод решения дифференциальных уравнений и линейная алгебра. В основном эти методы применимы для одно- и двумерных систем управления и включают большое количество вычислений.

Помимо аналитического существуют эмпирические методы расчета параметров системы – пассивная и активная идентификация. Но эти методы применимы уже после создания образца САУ, что связано с определенными затратами, и позволяют определить небольшое число неизвестных параметров. Эмпирические методы в своей сущности сводятся к подбору параметров, удовлетворяющих задачам САУ для известных штатных и нештатных режимов работы.

В данной статье будет предложен аналитический метод получения математической модели сложного объекта управления на примере МСАР. В основе метода лежат понятия о С-графах, матрицах компонент, структуре С-графа и матрице системы. Для упрощения и формализации метода расчеты проведены средствами математического пакета MathCAD 14.

Рассмотрим данный метод на примере двумерной многосвязной системы автоматического управления.

Допустим, необходимо произвести синтез структуры для неизвестных компонент (W_{ki} и W_{oc_i}) МСАР, структурная схема которой изображена на рис. 1.

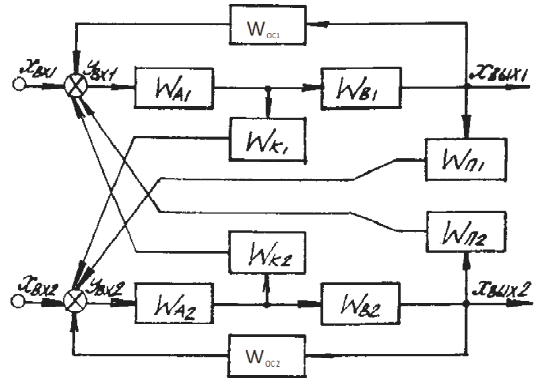


Рис. 1. Структурная схема МСАР.

Для нахождения неизвестных компонент построим по структурной схеме С-граф (рис. 2):

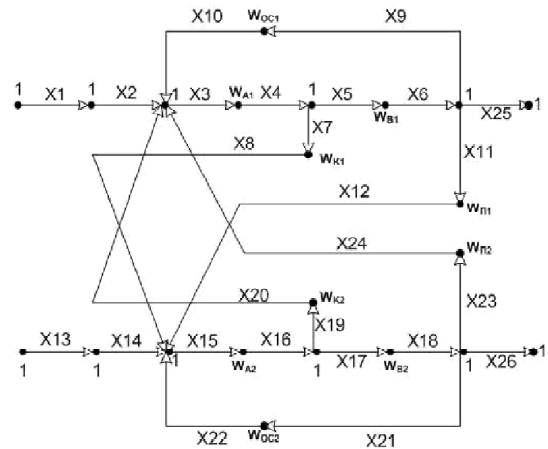


Рис. 2. С-граф МСАР.

Уравнение компонент ($X = B \cdot X_{BX}$) для С-графа с учетом замены $A = W_{A1}$, $B = W_{B1}$, $C = W_{k1}$, $D = W_{n1}$, $E = W_{oc1}$, $F = W_{A2}$, $G = W_{B2}$, $H = W_{k2}$, $I = W_{n2}$, $J = W_{oc2}$, будет иметь вид:

Подставив уравнение компонент в уравнение структуры, получим матричное уравнение системы ($X = B \cdot X_{BX} = 0$).

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & E & 0 & 0 & 0 & 0 & H & 0 & I & 0 \\ 0 & A & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C & 0 & D & 1 & -1 & 0 & 0 & J & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X1 \\ X3 \\ X5 \\ X7 \\ X9 \\ X11 \\ X13 \\ X15 \\ X17 \\ X19 \\ X21 \\ X23 \end{pmatrix} = 0 \quad (3)$$

Нахождение неизвестных компонент системы будем производить аналитически, путем понижения порядка матрицы H . Для этого преобразуем матрицы $H = A \cdot B$ путем перемены мест строк и столбцов:

$$H = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & A \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & B & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & B & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ H & 0 & I & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & E & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A \\ 0 & J & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & C & 0 & D & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

Разобьем матрицу H на подматрицы и воспользуемся формулой для понижения порядка матрицы

$$(H' = H3 - H4 \cdot H2^{-1} \cdot H1):$$

$$H1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & B & 0 \\ H & 0 & I & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$H2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & A \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & E & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$H3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & F & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & G \end{pmatrix}$$

$$H4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A \\ C & 0 & D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$H' = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F & 0 & -1 \\ AH & 0 & AI & 0 & A & 0 & ABE & 0 \\ ACH & J & ACI & 1 & AC & -1 & BD - C + ABCE & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & F & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & G \end{pmatrix}$$

Повторим процедуру понижения порядка матрицы, для этого преобразуем матрицу H' к следующему виду:

$$H'' = \begin{pmatrix} 0 & 0 & F & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & F & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 & ABE & 0 & AH & 0 & AI \\ 1 & AC & -1 & BD - C + ABCE & 0 & ACH & J & ACI \end{pmatrix} \quad (6)$$

Разобьем матрицу H'' на подматрицы и воспользуемся формулой

$$(H''' = H3 - H4 \cdot H2^{-1} \cdot H1):$$

$$H1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & F & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G \end{pmatrix} \quad H2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$H3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & F & 0 & -1 \\ 0 & A & 0 & ABE & 0 \\ 1 & AC & -1 & BD - C + ABCE & 0 \end{pmatrix}$$

$$H4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ AH & 0 & AI \\ AHC & J & ACI \end{pmatrix} \quad (7)$$

$$H''' = \begin{pmatrix} 0 & 0 & F & 0 & -1 \\ 0 & A & AFH & ABE & AGI \\ 1 & AC & ACFH - 1 & BD - C + ABCE & GJ + ACGI \end{pmatrix}$$

Найдем некоторые миноры матрицы H''' :

$$\begin{vmatrix} F & -1 \\ AFH & AGI \end{vmatrix} = AFH + AFGI$$

$$\begin{vmatrix} A & ABE \\ AC & BD - C + ABCE \end{vmatrix} = ABD - AC$$

$$\begin{vmatrix} F & AGI \\ ACFH - 1 & GJ + ACGI \end{vmatrix} = AGI + AFGHJ \quad (8)$$

$$\begin{vmatrix} AFH & ABE \\ ACFH - A & BD - C + ABCE \end{vmatrix} = ABE - ACFH + ABDFH$$

Для существования ограниченного числа решений матричного уравнения $H \cdot X = 0$ миноры матрицы $\Delta_i = 0$ ($i=1..n-1$). Таким образом, получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} AFH + AFGI = 0 \\ ABD - AC = 0 \\ AGI + AFGHJ = 0 \\ ABE - ACFH + ABDFH = 0 \end{cases} \quad (9)$$

Решая эту систему уравнений, получим:

$$\begin{cases} H = -GI \\ C = BD \\ J = \frac{1}{FG} \\ E = 0 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} W_{K2} = -W_{B2}W_{П2} \\ W_{K1} = W_{B1}W_{П1} \\ W_{OC2} = \frac{1}{W_{A2}W_{B2}} \\ W_{OC1} = 0 \end{cases} \quad (10)$$

В результате чего были сформулированы требования для неизвестных компонент МСАР.

Таким образом, была сформирована

математическая модель МСАР (формула 10), а количество неизвестных сигналов снижено с 26 первоначальных до 5, что существенно упростило идентификацию и работу проектировщика системы.

Литература

1. Алпатов Ю. Н. Синтез систем управления методом структурных графов. Иркутск : Изд-во ИГУ, 1968. 184 с.
2. Сигорский В. П. Математический аппарат инженера. 2-е изд., стер. Техника. 1977. 768 с.
3. Выгодский М. Я. Справочник по высшей математике. М. : Наука. 1977. 872 с.