УДК 531.1

С.В. Елисеев*, С.В. Белокобыльский

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ СВЯЗИ В КОНЦЕПЦИИ МЕХАТРОНИКИ КРУТИЛЬНО-КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

Рассматривается теория построения структурных схем колебательных механических систем крутильно-вращательного движения. Предлагается методика построения и усложнения структур путем введения дополнительных связей для управления состоянием по абсолютным или относительным отклонениям.

Ключевые слова: крутильные колебания, структурные схемы, колебания, передаточная функция

Развитие структурных подходов [1 – 3] дает представление о том, что крутильноколебательные системы и системы с возвратно-поступательным движением можно рассматривать с единых позиций, если иметь в виду определенную аналогию движений и технологию введения их в структуру дополнительных связей. В работах [4 – 6] показано, что дополнительные связи изменяют свойства систем через изменение приведенных параметров элементов системы и могут быть использованы в задачах управления вибрационным состоянием системы. Полагая, что базовой моделью являются системы с одной степенью свободы, имеющие в своем составе известный набор элементов в качестве пружин, демпферов и твердых тел, обладающих моментом инерции и массой, покажем, что введение устройств в виброзащитных системах (ВЗС) интерпретируется как введение дополнительных связей параллельно элементам упругости и демпфирования.

Рассмотренные в работе [1 – 3] различные варианты дополнительных связей посредством механизмов для преобразования движения (УПД) можно назвать инерционными. Различные конструктивные формы позволяют через операции «зануления» параметров передаточных функций получать частные случаи реализации систем, известные в практике.

На рис. 1 показана структурная схема крутильно-колебательной системы, в которой дополнительная связь $\overline{W}_{\text{доп}}$ соот-

ветствует случаю управления по относительному отклонению [4].

Передаточная функция системы при кинематическом возмущении ($\overline{\phi}_1$ приложено в т. *A*) имеет вид

$$\overline{W}(p) = \frac{\overline{\varphi}_2}{\overline{\varphi}_1} = \frac{K + \overline{W}_{\text{gon}}}{Jp^2 + K + \overline{W}_{\text{gon}}}, \qquad (1)$$

где $\overline{W}_{\text{доп}} = Lp^2$; *L* – приведенный момент инерции механизма, определяемый отдельно в каждом конкретном конструктивно-техническом варианте решения [2]; *K* – крутильная жесткость системы;

J – момент инерции вращательной системы;

p – оператор Лапласа ($p = j\omega$);

 ϕ_1 и ϕ_2 – углы поворота на входе и выходе системы.

По существу, дополнительная связь в случае использования механизмов УПД является дифференцирующим звеном второго порядка (форсирующая связь). Во всех случаях подход на базе соответствующих алгебраических преобразований в выражениях, определяющих передаточные функции, вполне реализуем. Однако следует принимать во внимание особенности и характер размещения механизма, отражающие приведенную массу и приведенную жесткость системы.

Передаточная функция системы (рис. 1) при силовом возмущении ($\overline{M}(p)$ – приложен в т. *B*) имеет вид

^{* -} автор, с которым следует вести переписку.

$$\overline{W}(p) = \frac{\overline{\varphi}_2}{\overline{M}} = \frac{1}{Jp^2 + K + \overline{W}_{\text{поп}}} \qquad (2)$$



Рис. 1. Обобщенная структурная схема системы с дополнительной связью, реализующей управление по относительному отклонению.

I. В теории и практике виброзащитных систем накоплено достаточно много вариантов физических интерпретаций дополнительных инерционных связей. Все эти связи при кинематическом возмущении реализуют динамические эффекты, отличия которых заключается в выражениях, определяющих приведенную массу (или момент инерции) и приведенную жесткость. Вместе с тем, дополнительные связи можно рассматривать как некоторый класс дополнительных устройств и звеньев, вводимых параллельно основному упругому элементу в виде некоторой механической системы с передаточной функцией дробно-рационального вида:

$$W = \frac{b_0 + b_1 p + \dots + b_m p^m}{a_0 + a_1 p + \dots + a_n p^n},$$
 (3)

и, выбирая соответствующим образом коэффициенты a_i и b_j ($i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, n}$), отследить, каким образом реализуется дополнительная связь (a_i и b_j связаны с конструктивно-техническими особенно-стями исходной системы).

В табл. 1 представлены структурные интерпретации крутильных колебательных систем при кинематических возмущениях с учетом параллельного соединения, с одной стороны, простых элементов в виде пружины и демпфера, с другой стороны, устройств для преобразования движения (УПД) на примере, в частности, планетарных механизмов [4].

Передаточные функции системы при силовом возмущении, приложенном к элементу *J* в виде гармонического крутящего момента, вызывающего вынужденные колебания системы относительно установившегося вращения с постоянной скоростью, могут быть определены достаточно просто. Для этого необходимо входное воздействие \overline{M} перенести на структурной схеме в точку *B* (рис. 1), полагаем при этом $\phi_1 = 0$.

В дальнейшем могут быть рассмотрены возможности развиваемого подхода в случаях последовательного соединения упругих элементов через зубчатую передачу (она эквивалентна рычажной, если не учитывать массоинерционные свойства) или путем установки пружин, демпферов и других элементов в каскадных схемах соединения. Для первого случая можно показать, что такое соединение соответствует особому упругому элементу с приведенной жесткостью, которая при передаточном отношении, равном единице, совпадает с формулой соединения пружин по последовательному принципу [2].

Таким образом, при «обнулении» коэффициентов в выражении (3) можно получать частные виды передаточной функции дополнительной связи:

$$\overline{W} = \frac{b_0}{a_0}, \ \overline{W} = \frac{b_0}{a_0} + \frac{b_1}{a_0}p, \ \overline{W} = \frac{b_2}{a_0}p^2, \ (4)$$

которые представляют, с точки зрения физического смысла, определенные формы, отвечающие согласно выражению (4) – пружинам, демпферам, УПД и т.д.

II. На рис. 2 приведены различные варианты построения двухкаскадной виброзащиты в составе крутильных колебательных систем. Их характерной особенностью является последовательное соединение пружин и демпферов.

Таблица 1

№ п/п	Вид дополнительной связи	Передаточная функция сис- темы	Эффекты	Структурная схема	Примечание
1	$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$	$\overline{W} = \frac{\overline{\varphi}_1}{\overline{\varphi}} = \frac{K}{Jp^2 + K}$	резонанс (разрыв 1-го рода в АЧХ)	$\overline{\varphi} \stackrel{A}{\longrightarrow} \stackrel{B}{\longleftarrow} \stackrel{I}{\longrightarrow} \stackrel{I}{\longrightarrow} \stackrel{\overline{\varphi_{j}}}{\longrightarrow} \stackrel{\overline{\varphi_{j}}}{$	$\begin{split} \omega_{\rm pes} &= \sqrt{\frac{K}{J}} \ , \\ p &\to 0, W {\to} 1 \end{split}$
2	$(t) \left(\underbrace{ $	$\overline{W} = \frac{K + K_1}{Jp^2 + K + K_1}$	резонанс, сдвиг в сторону более высоких частот	$\overline{\varphi} \stackrel{A}{\longrightarrow} \stackrel{B}{\longrightarrow} \stackrel{I}{\xrightarrow{Jp^2}} \xrightarrow{\varphi_{i}} \xrightarrow{\overline{\varphi_{i}}}$	$\omega_{\text{pes}} = \sqrt{\frac{K + K_1}{J}}$ $p \to 0, W \to 1$
3	$\phi(t)$ f_{TTT} f_{K} f_{K} f_{K} f_{TTT} f_{K} f_{K} f_{K} f_{K} f_{TTT} f_{K} $f_$	$\overline{W} = \frac{K + K_1 + bp}{\left(J + L\right)p^2 + bp + K + K_1}$	резонанс с огра- ничением макс. амплитуды коле- баний	$\overline{\varphi} \stackrel{A}{\underbrace{bp}} \stackrel{B}{\underbrace{l}} \stackrel{I}{\underbrace{Jp^2}} \stackrel{B}{\underbrace{lp}} \stackrel{I}{\underbrace{Jp^2}} \stackrel{B}{\underbrace{Jp^2}} \stackrel{I}{\underbrace{K}} \stackrel{B}{\underbrace{K}} \stackrel{I}{\underbrace{K}} \stackrel{I}{\underbrace{K} \stackrel{I}{\underbrace{K}} \stackrel{I}{\underbrace{K}} \stackrel{I}{\underbrace{K}} \stackrel{I}{\underbrace{K}} \stackrel{I}{\underbrace{K}} \stackrel{I}{\underbrace{K}} \stackrel{I}{\underbrace{K} \stackrel{I}{\underbrace{K}} \stackrel{I}{\underbrace{K} \stackrel{I}{\underbrace{K}} \stackrel{I}{\underbrace{K}} \stackrel{I}{\underbrace{K} \stackrel{I}{\underbrace{K} \stackrel{I}{\underbrace{K} \stackrel{I}{\underbrace{K}} \stackrel{I}{\underbrace{K} \stackrel{I}{\underbrace{K}} \stackrel{I}{\underbrace{K} \stackrel{I} \underbrace{K} \stackrel{I}{\underbrace{K} \stackrel{I} \underbrace{K} \stackrel{I}{\underbrace{K} \stackrel{I} \underbrace{K} \underbrace{K} \stackrel{I} \underbrace{K} \underbrace{K} \underbrace{K} \underbrace{K} \stackrel{I} \underbrace{K} \underbrace{K} \underbrace{K} \underbrace{K} \underbrace{K} \underbrace{K} \underbrace{K} K$	$\omega_{\rm pe3}$ – определяется из час- тотного уравнения. $p \to 0, W \to 1$
4	$\phi(t)$ $f(t)$	$\overline{W} = \frac{K + K_1 + bp + Lp^2}{(J + L)p^2 + bp + K + K_1}$ L – определяется в зависи- мости от конкретного вида зубчатого механизма.	резонанс, режим динамического гашения, огра- ничение ампли- туды колебаний при резонансе, «запирание» на высоких часто- тах.	$\overline{\varphi} \xrightarrow{A} \xrightarrow{Lp^2} \xrightarrow{B} \xrightarrow{I} \xrightarrow{Jp^2} \xrightarrow{\overline{\varphi}_{i}} \xrightarrow{K_{i}} \xrightarrow{-I}$	при $p \rightarrow 0, W \rightarrow 1$ $ W = \frac{L}{J+L}$ при $b = 0$ $\omega_{\text{дин}} = \sqrt{\frac{K+K_1}{L}}$ $\omega_{\text{дин}} = \sqrt{\frac{K+K_1}{J+L}}$

Структурные интерпретации крутильных колебательных систем

					Продолжение таблицы 1
5	$\varphi(t) \left(\underbrace{\frac{2}{2}}_{TTT} K \underbrace{\frac{2}{2}}_{TTT} \right) \varphi_{I}(t) \right)^{M}$	$\overline{W} = \frac{K + \overline{W}_{\text{доп}}}{Jp^2 + K + \overline{W}_{\text{доп}}}$	возможно обоб- щение подхода и получение ре- зультатов по поз. 1-4 редукцией $\overline{W}_{доп}$	$\overline{\varphi} \stackrel{A}{\xrightarrow{\overline{W_{on}}}} \stackrel{B}{\xrightarrow{I}} \stackrel{\overline{I}}{\xrightarrow{Jp^2}} \stackrel{\overline{\varphi}_{i}}{\xrightarrow{-I}}$	Общий вид $\overline{W} = \frac{b_0 + b_1 p + b_m p^m}{a_0 + a_1 p + a_m p^m}$ $p = i\omega, i = \sqrt{-1}$
6	$(1) \left(\underbrace{\frac{1}{2}}_{2222} \times \underbrace{K_{K_{I}}}_{K_{I}} \times \underbrace{K_{I}}_{2222} \right)^{\varphi_{I}(t)} \right)^{M}$	$\overline{W} = \frac{a_0 K + b_0}{J a_0 p^2 + b_0 + a_0 K}$	$\overline{W}_{\text{gon}} = \frac{b_0}{a_0}$ $K_1 = \frac{b_0}{a_0}$	$\overline{\varphi} \xrightarrow{A} \xrightarrow{a_0/b_0} \xrightarrow{B} \xrightarrow{1} \xrightarrow{\varphi_1} \xrightarrow{\varphi_1} \xrightarrow{\varphi_2} \xrightarrow{\varphi_2} \xrightarrow{-1}$	$b_0 \neq 0, \ b_1 = b_2 = \dots = b_m = 0,$ $a_0 \neq 0, \ a_1 = a_2 = \dots = a_n = 0$
7	$ \begin{array}{c} \varphi(t) \left(\underbrace{ \underbrace{ \begin{array}{c} & & \\ & & \\ \end{array}}}_{bp} \underbrace{ \begin{array}{c} & & \\ & & \\ \end{array}} \underbrace{ \begin{array}{c} & & \\ & & \\ \end{array}}_{p} \underbrace{ \begin{array}{c} & & \\ & & \\ \end{array}} \underbrace{ \begin{array}{c} & & \\ & & \\ \end{array}}_{p} \underbrace{ \begin{array}{c} & & \\ \end{array}}_{p} \underbrace{ \begin{array}{c} & & \\ & & \\ \end{array}}_{p} \underbrace{ \begin{array}{c} & & \\ \end{array}}_{p} \underbrace{ \begin{array}{c} & & \\ & & \\ \end{array}}_{p} \underbrace{ \begin{array}{c} & & \\ & & \\ \end{array}}_{p} \underbrace{ \begin{array}{c} & & \\ & & \\ \end{array}}_{p} \underbrace{ \end{array}}_{p} \underbrace{ \begin{array}{c} & & \\ \end{array}}_{p} \underbrace{ \end{array}}_{p} \underbrace{ \begin{array}{c} & & \\ \end{array}}_{p} \underbrace{ \end{array}}_{p} \underbrace{ \end{array}}_{p} \underbrace{ \begin{array}{c} & & \\ \end{array}}_{p} \underbrace{ \end{array}}_{p} \underbrace{ \begin{array}{c} & & \\ \end{array}}_{p} \underbrace{ \end{array}}_{$	$\overline{W} = \frac{a_0 K + b_1 p + b_0}{J a_0 p^2 + b_1 p + a_0 K}$	$K_1 = \frac{b_0}{a_0}$ $b = \frac{b_1}{a_0}$	$\overline{\varphi} \stackrel{A}{\longleftarrow} \stackrel{B}{\longrightarrow} \stackrel{B}{\longrightarrow}$	$b_0 \neq 0, b_1 \neq 0,$ $b_2 = \ldots = b_m = 0,$ $a_0 \neq 0, a_1 \neq 0,$ $a_2 = a_3 = \ldots = a_n = 0,$
8	$ \varphi(t) \left(\underbrace{ \underbrace{ \begin{array}{c} \begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \\ \end{array} \\ \end{array} }^{K_{i}} \underbrace{ \begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \\ \end{array} \\ \end{array} \right) \left(\underbrace{ \begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \\ \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \\ \end{array} \right) \left(\end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \\ \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \\ \end{array} \right) \left(\end{array} \right) \left(\end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \\ \end{array} \right) \left(\end{array} \right) \left(\end{array} \right) \left(\left(\begin{array}{c} \\ \end{array} \right) \left(\end{array} \right) \left(\end{array} \right) \left(\end{array} \right) \left(\left(\begin{array}{c} \\ \end{array} \right) \left(\end{array} \right) \left$	$\overline{W} = \frac{(b_1 + a_1 K)p + a_0 K}{a_1 p^3 + J a_0 p^2 + p(K a_1 + b_1)}$	$\overline{W}_{\text{gon}} = \frac{b_1 p}{a_0 + a_1 p}$	$\overline{\varphi} A \xrightarrow{a_{1}p} B \xrightarrow{I} \overline{Jp^{2}} \xrightarrow{\overline{\varphi}_{1}}$	$b_0 = 0, b_1 \neq 0,$ $a_0 \neq 0, a_1 \neq 0,$ $K_{np} = \frac{K_1 bp}{K_1 + bp}$
9	$\varphi(t) \left(\underbrace{ $	$\overline{W} = \frac{a_0 K + b_2 p^2}{(Ja_0 + b_2) p^2 + a_0 K}$	$b_2 = L (103. 4)$ $\overline{W}_{\text{доп}} = \frac{b_2 p^2}{a_0}$ $L = \frac{b_2}{a_0}$	$\overline{\varphi} A \xrightarrow{a_2 p^2 / b_0} B \xrightarrow{1} \overline{p_2} \xrightarrow{\overline{\varphi}_1} \overline{K} \xrightarrow{\overline{\varphi}_1} \xrightarrow{-1}$	$b_0 = 0, b_1 = 0, b_2 \neq 0,$ $b_3 = \dots = b_m = 0,$ $a_0 \neq 0, a_1 \neq 0,$ $a_2 = \dots = a_n = 0,$



Примечание: на схемах b'_1, b'_2



Рис. 2. Варианты построения каскадных схем крутильных колебательных систем: *К*₁ – крутильная жесткость, *b* – коэффициент вязкого сопротивления.

Выражение для передаточных функций последовательно соединенных упругих и демпфирующих элементов можно получить, используя структурные схемы, и привести их к общему виду, показанному на рис. 3.



Рис. 3. Обобщенная схема системы с приведенным коэффициентом упругого демпфирования.

Так, для системы на рис. 2а –

$$W_{\rm np} = \frac{K_1 bp}{K_1 + bp},\tag{5}$$

для варианта на рис. 26 –

$$W_{\rm np} = \frac{\left(K_1 + bp\right)K_2}{K_1 + bp + K_2},$$
 (6)

для варианта на рис. 2*в* –

$$W_{\rm np} = \frac{K_{\rm l} bp}{K_{\rm l} + bp} \tag{7}$$

для варианта на рис. 2*г* –

$$W_{\rm np} = \frac{\left(K_2 + bp\right)K_1}{K_1 + bp + K_2}.$$
 (8)

В частных случаях, принимая b = 0 в выражениях (6) и (8), можно получить известные формулы для определения приведенного коэффициента упругости последовательного соединения пружин. Соотнося полученные результаты с табл. 1, поз. 8, 11-13, отметим, что в данном случае в систему вводится дополнительная связь в виде апериодического звена. Другими словами, для апериодического звена существует физическая интерпретация, реализуемая последовательным соединением упругих и демпфирующих элементов [2]. Передаточная функция дополнительной связи при этом принимает вид

$$\bar{W}_{\rm gon} = \frac{b_0 + b_1 p}{a_0 + a_1 p}, \qquad (9)$$

где коэффициенты a_0 , a_1 , b_0 , b_1 могут быть определены с учетом особенностей варианта исполнения связей (рис. 2).

Если в системе имеется устройство для преобразования движения, введенное как последовательное соединение с пружиной K_2 , то передаточная функция дополнительной связи или «элементарного» звена (позиция 11, табл. 1) принимает вид

$$\overline{W}_{\text{доп}} = \frac{b_2 p^2}{a_0 + a_2 p^2}, \qquad (10)$$

где коэффициенты b_2 , a_0 , a_2 могут быть определены использованием, например, выражения типа (7)÷(9)

$$\overline{W}_{np} = \frac{Lp^2 K_2}{K_2 + Lp^2},$$
 (11)

откуда следует $b_2 = LK_2$, $a_0 = K_2$, $a_2 = L$, где L – приведенный момент инерции дополнительной связи.

Система, показанная на позиции 11 (табл. 1), является аналогом системы, представленной на позиции 4 (табл. 1). Однако в ней имеется отличие, заключающееся в том, что УПД относительно-го движения подпружинено (последовательный каскад – пружина K_2). Передаточная функция системы в этом случае будет иметь вид

$$\overline{W}(p) = \frac{p^2 L (K + K_2) + K K_2}{p^4 J L + p^2 [J K_2 + L (K + K_2)] + K K_2},$$
(12)

а частота динамического гашения -

$$\omega_{\text{дин}}^2 = \frac{KK_2}{L(K+K_2)} = \frac{K_{\text{np}}}{L}, \quad (13)$$

где $K_{\rm пр}$ – приведенная жесткость последовательно соединенных упругих элементов K и K_2 . На высоких частотах внешнего воздействия система не «запирается». Частоты собственных колебаний системы могут быть найдены из частотного уравнения

$$z^{2} + \frac{JK_{2} + L(K + K_{2})}{JL}z + \frac{KK_{2}}{JL} = 0, \quad (14)$$
$$JK_{2} + L(K + K_{2}) + JK_{2} + L(K + K_{2}) + JK_{2} + L(K + K_{2}) + JK_{2} + JK_{2}$$

$$z_{1,2} = \frac{1}{2JL} \pm \sqrt{\left[\frac{JK_2 + L(K + K_2)}{2JL}\right]^2 - \frac{KK_2}{JL}}, \quad (15)$$

где $z = p^2$.

Если в расчетной схеме на поз. 11 (табл. 1) параллельно элементу Lp^2 ввести демпфирование *bp* и упругость K_1 (рис. 3*a*), то приведенная жесткость, или передаточная функция такой дополнительной связи, определится выражением

$$W_{\rm np} = \frac{\left(K_1 + bp + Lp^2\right)K_2}{K_1 + bp + Lp^2 + K_2},$$
 (16)

что соответствует

$$W_{\text{доп}} = \frac{a_0 + a_1 p + a_2 p^2}{b_0 + b_1 p + b_2 p^2},$$
 (17)

откуда следует:

 $b_0 = K_1 K_2$, $b_1 = b K_2$, $b_2 = L K_2$, $a_0 = K_1 + K_2$, $a_2 = L$, $a_1 = b$.

Передаточная функция такой системы, а она будет усложнением расчетной системы, представленной на поз. 11 (табл. 1), имеет вид

$$W_{\text{gon}} = \frac{(b_2 + Ka_2) p^2 + (b_1 + Ka_1) p + b_0 + a_0 K}{Ja_2 p^4 + Ja_1 p^3 + (Ja_0 + a_2 K + b_2) p^2 +},$$
(18)

 $\overline{(b_1 + Ka_1)p + b_0 + b_0K}$

или

$$W_{\text{gon}} = \frac{Lp^2 + bp + K_1 + \frac{KK_2}{K + K_2}}{\frac{JL}{K + K_2} p^4 + \frac{Jb}{K + K_2} p^3 + \dots, (19)$$

$$\left(J\frac{K_1 + K_2}{K + K_2} + L\right)p^2 + bp + K_1 + \frac{KK_2}{K + K_2}$$

По виду (19) можно предположить, что амплитудно-частотная характеристика системы имеет два экстремума. Частоты собственных колебаний могут быть найдены из частотного уравнения. Однако это требует специального исследования, принимая также во внимание возможность отсутствия действительных значений корней квадратного частотного уравнения в числителе (19).

Таким образом, из числа физически реализуемых дополнительных связей могут быть и такие, в которых порядок числителя будет выше порядка знаменателя. На поз. 13 (табл. 1) показана система, имеющая каскад из последовательно соединенных $b'_{1}p$, $b'_{2}p$ и пружины K и K_2 . Полагая, что приведенная жесткость или передаточная функция дополнительной связи имеет вид (в соответствии с (7)÷(9)),

$$W_{\rm gon} = \frac{K_1 b'_1 b'_2 p}{K_1 (b'_1 + b'_2) + b'_1 b'_2 p}, (20)$$

что соответствует

$$W_{\text{доп}} = \frac{b_1 p}{a_0 + a_1 p},$$
 (21)

где $b_1 = K_1 b'_1 b'_2$; $a_0 = K_1 (b'_1 + b'_2)$; $a_1 = b'_1 b'_2$; b'_1 , b'_2 – коэффициенты демпфиро-

вания на расчетной схеме поз. 13 (табл. 1).

Передаточная функция системы при кинематическом возмущении имеет вид

$$W = \frac{(b_1 + Ka_1) p + Ka_0}{Ja_1 p^3 + Ja_0 p^2 + (b_1 + Ka_1) p + Ka_0}, \quad (22)$$

ИЛИ

$$W(p) = \frac{b'_1 b'_2 (K + K_1) p + KK_1 (b'_1 + b'_2)}{J b_1 b_2 p^3 + JK_1 (b'_1 + b'_2) p^2 +}$$
(23)

$$+b'_{1}b'_{2}(K+K_{1})p+KK_{1}(b'_{1}+b'_{2})'$$

Найдем корень частотного уравнения числителя

$$p = -\frac{KK_1(b'_1 + b'_2)}{b'_1b'_2(K + K_1)}.$$
 (24)

III. Продолжим исследование предположения о возможности физически реализуемых вариантов дополнительной связи как частных случаев выражения при введении последовательно соединенных демпфера и пружины. В целом можно отметить, что предлагаемый подход позволяет с единых позиций оценить роль и значение вводимых дополнительных связей. Последние могут, как было показано, выполняться в виде механизмов для преобразования движения. Во всех случаях была рассмотрена реализация управления по относительному отклонению.

Однако в практике автоматического управления существует и способ управления по абсолютному отклонению. Покажем, что дополнительная связь может вводиться в механические колебательные системы, в том числе в крутильноколебательные, таким образом, что реализуется управление по абсолютному отклонению. На рис. 4а, б показаны, соответственно, базовые расчетная и структурная схемы виброзащитной системы при кинематическом y(t) и силовом P(t)возмущениях.



Рис. 4. Расчетная (а) и структурная (б) схема системы виброзащиты при введении связей по абсолютному отклонению (пружина C₁).

Особенностью такой системы является то, что пружина жесткостью C_1 вводится между объектом защиты и неподвижной базой. Это меняет характер связей и действие упругого элемента C_1 , который будет рассматриваться как дополнительная отрицательная связь, охватывающая массо-инерционное звено, вводящее воздействие по \overline{x} , то есть по абсолютному отклонению. Передаточные функции для абсолютного отклонения приобретают, соответственно, вид

$$W(p) = \frac{\overline{x}}{\overline{y}} = \frac{C}{Mp^2 + C + C_1}, \qquad (25)$$

$$W(p) = \frac{\overline{x}}{\overline{P}} = \frac{1}{Mp^2 + C + C_1},$$
 (26)

где M – масса системы; C и C_1 – коэффициенты жесткости основного и введенного дополнительного упругого элемента.

Отметим, что, как и ранее, при кинематическом возмущении входной сигнал (рис. 4б) $\overline{y}(p)$ прикладывается в т. *A*, а при силовом – входное воздействие $\overline{P}(p)$ прикладывается в т. *B*. Используя ранее изложенный подход, приведем структурную схему системы к виду, показанному на рис. 5. При этом дополнительная связь вводится с передаточной функцией $\overline{W}_{\text{доп}}$, определяемой выражением (3).



Рис. 5. Структурная схема системы при введении дополнительной связи $\overline{W}_{\text{доп}}$ по абсолютному отклонению.

Вопрос о физической реализуемости дополнительных связей по абсолютному отклонению представляет интерес в том плане, что соответствующие устройства должны устанавливаться при наличии их контакта с неподвижной или условно неподвижной базой (основанием) системы. Если лля систем с возвратнопоступательными колебаниями технически это решается достаточно просто, поскольку абсолютные колебания рассматриваются относительно положения статического равновесия, то в крутильных колебательных системах чаще всего колебания (например, вибрации валов) рассматриваются относительно установив-Конструктивношегося вращения. технические варианты реализации и введения таких связей в крутильных системах будут достаточно сложными, и вводить их надо через специальные механизмы взаимодействия элементов. Такая схема возможна, например, за счет проведения измерения $\phi_1(t)$ и формирования воздействия, прикладываемого через зубчатую передачу z2, z3 (z2, z3 – число зубьев) на базе сервопривода (см. рис. 6).



Рис. 6. Схема введения дополнительной связи по абсолютному отклонению

Такой подход может быть реализован также через силовые поля (электромагнитное поле) или иные конструктивнотехнические решения. Однако они являются весьма сложными, поскольку, так или иначе, требуют использования энергии внешних источников.

Олнако использование пассивных средств (без дополнительной энергии) все же представляется возможным, если упругий элемент или другой из набора возможных $W_{\text{лоп}}$ вводятся между элементом J₂ и внешней частью объекта (рис. 7), имеющей параметры (инерционные или упруго-диссипативные), которые существенно отличаются от системы К, Ј₂. Это могут упругие демпфирующие муфты и другие механизмы. Возможны варианты использования подходов, не ориентированных на использование внешних источников энергии (например, следуя вариантам табл. 1, но принимая в расчет отличающийся характер влияния дополнительных связей на общие свойства системы).



Рис. 7. Расчетная схема для системы с дополнительной связью К₁ (по абсолютному отклонению).

Отметим, что передаточная функция системы, в которой имеется дополнительная связь по абсолютному отклонению, будет:

для кинематического возмущения -

$$W = \frac{\overline{\varphi}_1}{\overline{\varphi}} = \frac{K}{Jp^2 + K + \overline{W}_{\text{доп}}}, \qquad (27)$$

для силового возмущения -

$$W = \frac{\overline{\varphi}_1}{\overline{M}} = \frac{1}{Jp^2 + K + \overline{W}_{\text{доп}}} \quad (28)$$

Приведем несколько примеров. Для случая на позиции 4 (из табл. 1) расчетная и принципиальная схемы образуют вид, показанный на рис. 8.



Рис. 8. Расчетная (а) и структурная (б) схемы крутильной системы с дополнительной связью по абсолютному отклонению.



Рис. 9. Расчетная (а) и структурная (б) схемы крутильной системы с дополнительной связью по абсолютному отклонению в виде последовательно соединенных демпфера (b) и пружины (K₁)

В этом случае передаточная функция при кинематическом возмущении:

$$W = \frac{\overline{\varphi}_1}{\overline{\varphi}} = \frac{K}{\left(J+L\right)p^2 + bp + K + K_1}, \quad (29)$$

при силовом возмущении (при этом $W_{\text{доп}}(p) = K_1 + bp + Lp^2$)

$$W = \frac{\overline{\varphi}_1}{\overline{M}} = \frac{1}{\left(J+L\right)p^2 + bp + K + K_1}, \quad (30)$$

Для случая на позиции 8 – см. рис. 9.

Если рассматривать предложенную схему (рис. 9) как частного вида дополнительную связь (при $b_1 \neq 0$, $a_0 \neq 0$, $a_1 \neq 0$), получим случай, отвечающий звену с передаточной функцией:

$$W_{\text{доп}}(p) = \frac{b_1 p}{a_0 + a_1 p}$$
 . (31)

Передаточные функции системы для возмущения по $\overline{\phi}$ будут иметь вид:

$$W = \frac{\overline{\varphi}_{1}}{\overline{\varphi}} = \frac{(a_{0} + a_{1}p)K}{Ja_{1}p^{3} + Ja_{0}p^{2} + (Ka_{1} + b_{1})p + Ka_{0}}, (32)$$

а для возмущения по \overline{M} определятся выражением:

$$W = \frac{\overline{\varphi}_1}{\overline{M}} = \frac{a_0 + a_1 p}{Ja_1 p^3 + Ja_0 p^2 + (Ka_1 + b_1) p + Ka_0} .(33)$$

При этом коэффициенты *b*₁, *a*₀, *a*₁ определяют из алгебраических соотношений и т. д.

Таким образом, крутильные колебательные системы с позиций структурных подходов могут рассматриваться, как обычные механические колебательные системы возвратно-поступательного типа движения. Структурные схемы крутильных колебательных систем позволяют определить передаточные функции систем с учетом всевозможных вариантов конструктивно-технического оформления дополнительных связей. Последние, в зависимости от способа их введения, могут реализовывать управления по абсолютному и относительному отклонениям. Реальные параметры крутильных систем отображаются приведенными моментами инерции.

Поскольку все рассмотренные в статье случаи, включая и выполненные исследования предшественников, являются частными видами передаточной функции (3), то развиваемый подход может рассматриваться, как методологическая основа прогнозного поиска новых конструктивно-технических решений с оценкой спектра их возможных динамических свойств.

Литература

1. Елисеев С. В., Резник Ю. Н., Хоменко А. П. Структурные интерпретации механических колебательных систем. Кулагинские чтения : материалы VII Всерос. науч.-практ. конф. Чита : ЧитГУ, 2007. С. 33-54.

2. Динамический синтез в обобщенных задачах виброзащиты и виброизоляции технических объектов / С.В. Елисеев, Ю.Н. Резник, А.П.Хоменко, А.А. Засядко. Иркутск : Изд-во ИГУ, 2008. 523 с.

3. Драч М.А., Логунов М. А. Структурные подходы в динамике крутильных колебательных систем // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. Иркутск : ИрГУПС. 2006. Вып. 2 (10). С. 72-84.

4. Драч М. А. Динамический синтез и моделирование в задачах оценки и изменения вибрационного состояния крутильных колебательных систем : дис. ... канд. техн. наук. Иркутск, 2006. 178 с.

5. Елисеев С. В., Драч М. А. Крутильные колебания в передачах как задачи виброзащиты и виброизоляции // Сб. тр. V Междунар. симпозиума по трибофатике. ISTF – 2005. Иркутск : ИрГУПС, 2005. Т. 2. С. 289-305.

6. Елисеев С. В., Волков Л. Н., Кухаренко В. П. Динамика механических систем с дополнительными связями. Новосибирск : Наука, Сиб. отд-ние, 1990. 214 с.

УДК 629.113

С.П. Рыков*, В.Н. Тарасюк

ИССЛЕДОВАНИЯ ВЫХОДНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПНЕВМАТИЧЕСКИХ ШИН. ПОГЛОЩАЮЩАЯ СПОСОБНОСТЬ

В статье обосновывается актуальность исследования выходных характеристик пневматических шин, выводится математическая модель поглощающей способности шин, оценка которой реализуется на колебательной системе, эквивалентной подвеске автомобиля. Модель подтверждается серией экспериментальных исследований шин легковых автомобилей в лабораторных условиях на универсальном шинном стенде.

Ключевые слова: пневматическая шина, поглощающая способность, подвеска автомобиля, амплитудно-частотная характеристика, микропрофиль дорог, корреляционная функция, спектральная плотность, стенд, эксперимент.

Актуальность. К числу важнейших характеристик пневматической шины, в значительной мере определяющих упругие и амортизационные свойства, относятся поглощающая и сглаживающая способности. Свойство шины поглощать и рассеивать часть энергии, передаваемой через нее при колебаниях колеса, принято называть поглощающей способностью, а свойство уменьшать подъем оси колеса по сравнению с высотой преодолеваемой неровности и увеличивать зону действия неровности на колесо – сглаживающей способностью. Эти два свойства шины, с одной стороны, отражают уровень совершенства ее конструкции (через коэффициент сопротивления качению), а с другой – влияют на качество подрессори-

^{* -} автор, с которым следует вести переписку.