

**МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ, ИДЕНТИФИКАЦИИ И ДИАГНОСТИКИ  
АНАЛОГОВЫХ ПРОМЫШЛЕННЫХ ОБЪЕКТОВ**

*Приведено общее решение задач идентификации и диагностики аналоговых промышленных объектов и методы их решения, разработанные авторами. Обобщены исследования известных математиков, которые авторы рекомендуют использовать при разработке алгоритмов диагностирования промышленных объектов.*

**Ключевые слова:** идентификация, диагностика, промышленный объект, физико-математическая модель, кубические сплайны.

В работе под промышленными объектами (ПО) понимаются все реальные технические системы, элементы и устройства, используемые в промышленности. При исследовании динамики ПО с целью формирования алгоритмов диагностики их математические модели должны удовлетворять, с точки зрения авторов, следующим условиям: возможности физической интерпретации параметров математической модели; получение необходимой точности в определении структурных параметров при реализации существующих и разрабатываемых алгоритмов диагностики.

Единство этих условий всегда находится в противоречии. Например, в процессе идентификации современные вычислительные комплексы позволяют получить математические модели динамики ПО, сколь угодно близкие к реальным процессам, но если при этом отсутствует возможность физической интерпретации параметров этих моделей, то они не обладают какой-либо ценностью для решения прикладных задач диагностики ПО.

В общем случае динамические процессы, протекающие в ПО, определяются его структурой и параметрами. Наиболее информативными процессами при исследовании ПО как объектов диагностики являются переходные процессы, которые являются решениями дифференциальных уравнений, устанавливающих связь между динамическими процессами, возмуще-

ниями, структурой и параметрами диагностируемого объекта.

Практически динамика любых ПО (электротепловых, электромеханических, гидромеханических и др.) может быть представлена широким спектром функционально-дифференциальных уравнений (линейных, нелинейных, стационарных, нестационарных, с запаздывающим аргументом и т. д.).

В зависимости от целей и задач исследований выбирается та или иная модель ПО. Например, при исследовании электротепловых объектов как объектов диагностики динамика их температуры при нагреве может быть описана следующими передаточными функциями:

$$\frac{k}{Tp+1}, \quad \frac{ke^{-\tau p}}{Tp+1}, \quad \frac{k}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1},$$

$$\frac{ke^{-\tau p}}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}.$$

При идентификации динамических систем все численные характеристики изучаемого процесса можно разбить на два класса: не изменяющиеся в ходе процесса (параметры) и, соответственно, меняющие свое значение (переменные). В свою очередь, в каждом из этих классов можно выделить два подкласса: численные характеристики, которые могут быть измерены лабораторными методами в ходе эксперимента (измеряемые параметры и переменные), и характеристики, которые либо вообще не могут быть измерены на современном уровне развития науки,

\* – автор, с которым следует вести переписку

либо их измерение чрезвычайно трудоемко и дорого.

На первом этапе формирования физико-математической модели (ФММ) любого процесса необходимо выбрать общую структуру модели и класс уравнений, которыми предполагается описать исследуемый процесс, т. е. решить так называемую задачу структурной идентификации. Что касается структуры ФММ, то ее сложность определяется конечными целями исследования, теоретическими соображениями о механизме процессов и, не в последнюю очередь, возможностями измерений в ходе эксперимента и возможностями математического обеспечения обработки результатов.

Когда структура модели и класс уравнений определены, необходимо определить числовые значения параметров, вошедших в уравнения ФММ.

На этом этапе формирования ФММ возникает задача нахождения числовых значений не измеряемых параметров по имеющимся экспериментальным данным, т. е. по значениям измеряемых переменных (откликам), которая называется задачей параметрической идентификации.

Если ФММ разрабатывается с целью определения совокупности структурных параметров, определяющих состояние технической системы, то задачей является техническая диагностика.

Общей целью решения задачи параметрической идентификации является подбор таких численных значений неизвестных параметров модели, при которых решение задачи соответствовало бы, в некотором смысле, экспериментальным данным, причем найденные значения параметров не должны противоречить физическому смыслу и теоретическим соображениям.

Пусть ФММ процесса представлена в виде

$$\left. \begin{aligned} \dot{\bar{x}}(t) &= f(t, \bar{x}, \bar{a}), \quad \bar{x}(0) = \bar{x}_0, \\ \bar{y}(t) &= g(t, \bar{x}), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $t$  – независимая переменная (время);  $\bar{x}(t) = (x_1(t), \dots, x_n(t))^T$  – внутренние пе-

ременные модели;  $\bar{a} = (a_1, \dots, a_k)^T$  – вектор структурных параметров модели;  $\bar{y}(t) = (y_1(t), \dots, y_m(t))^T$  – вектор выходных сигналов модели;  $f, g$  – некоторые функции.

Необходимость введения вектора наблюдений  $\bar{y}$  связана с тем, что, как правило, ФММ процесса строится в терминах, не всегда поддающихся прямому измерению. Функция  $g$  выражает переменные, поддающиеся измерению (отклики), через переменные, участвующие в построении модели. Другими словами, в терминах переменных  $\bar{x}$  и функции  $f$  описывается модель исследуемого процесса, а в терминах переменных  $\bar{y}$  и функции  $g$  описывается модель измерений. Причем надо отметить, что функция  $g$  необязательно задает взаимно однозначное соответствие между внутренними переменными  $\bar{x}$  и откликами  $\bar{y}$ .

Например, пусть в течение периода времени  $[0, T]$  проводились экспериментальные наблюдения за поведением исследуемого процесса, и в ходе эксперимента были получены значения откликов в некоторые моменты времени  $\{t_0, \dots, t_s\}$ , т. е. была составлена матрица наблюдений

$$W = \begin{bmatrix} y_{11} & \dots & y_{1s} \\ \dots & \dots & \dots \\ y_{m1} & \dots & y_{ms} \end{bmatrix}_{m \times s},$$

где  $y_{ij} = y_i(t_j)$ ,  $i = \overline{1, m}$ ,  $j = \overline{0, s}$ .

Задачу параметрической идентификации ФММ (1) по экспериментальным данным  $W$  можно определить как задачу отыскания таких числовых значений параметров  $a$ , при которых расчетные значения откликов модели наилучшим образом согласовались бы с экспериментально полученными значениями  $y$ . Если некоторая совокупность значений  $a$ , в прагматическом смысле, определяет состояние

ПО, то задача технической диагностики является частью задачи параметрической идентификации ПО. На практике, за редким исключением, задача параметрической идентификации является частью задачи технической диагностики.

Систему уравнений (1) можно переписать в операторной форме. Получим

$$y = Ma. \quad (2)$$

Здесь оператор  $M$  является суперпозицией функций  $f$ ,  $g$  и оператора интегрирования задачи Коши системы (1),  $a \in A \subseteq R^k$ ,  $y \in Y \subseteq R^m$ .

Обычно вместо точного значения вектора откликов  $y(t)$  из эксперимента известно лишь некоторое его приближение  $y_\delta(t)$  и, следовательно, вместо задачи (2) требуется решить задачу

$$y_\delta = Ma. \quad (3)$$

При этом решение задачи (3) не может быть в общем случае получено как  $a = M^{-1}y_\delta$ , так как такого решения в классическом смысле может и не существовать для  $y_\delta(t)$ .

Как известно, задача решения операторного уравнения (2) является корректно поставленной по Адамару, если:

– для любого  $y \in R(M) = Y$  существует решение  $a \in A$  (условие разрешимости), где  $R(M)$  – область значений оператора  $M$ ;

– решение является единственным в  $A$  (условие однозначности);

– решение непрерывно зависит от  $y$  (условие устойчивости).

При нарушении хотя бы одного из перечисленных требований задача называется некорректно поставленной.

Например, задача (3) является, в общем случае, некорректно поставленной задачей, если вектор откликов  $y_\delta(t)$  не принадлежит множеству  $MA$  (нарушение условия разрешимости) или решение может быть не единственным, или же обратный оператор  $M^{-1}$  может не обладать

свойством непрерывности и, следовательно, в этом случае решение  $a = a_\delta$  не будет обладать устойчивостью к ошибкам.

Так как точное решение задачи (3) невозможно, ставится задача о нахождении приближенного в некотором смысле решения  $a_\delta$ , которое чаще всего определяют из условия

$$a_\delta = \arg(\inf_{a \in A} \rho_Y(Ma, y_\delta)), \quad (4)$$

где  $\rho_Y(\cdot)$  – метрика пространства сравнения  $Ma$  с  $y_\delta(t)$ .

Переход от задачи (3) к ее экстремальной постановке (4), конечно, не делает задачу корректной. Однако аппарат решения некорректных экстремальных задач типа (4) на сегодняшний день хорошо развит и может быть успешно использован применительно к ряду промышленных объектов.

При восстановлении известных структур передаточных функций промышленных объектов по экспериментальным переходным характеристикам возникает необходимость многократного их дифференцирования. Такой процесс дифференцирования функций относится к классу некорректно поставленных задач [1], так как в процессе многократного дифференцирования возрастает разброс расчетных точек, т. е. увеличение исходных ошибок при экспериментальном определении переходной характеристики.

Для уменьшения такого рода ошибок разработаны методы [2], которые можно использовать при решении прикладных задач технической диагностики. Сущность этих методов заключается в следующем.

1. Функция, подлежащая дифференцированию, сначала сглаживается, затем численно дифференцируется.

2. Функция дифференцируется; продифференцированная функция сглаживается.

3. В процессе численного дифференцирования учитывается «негладкость» исходной функции, вызванная некор-

ректностью задачи, и с помощью специальных приемов ошибка вычислений сводится к необходимому минимуму (регуляризация).

4. Функция дифференцируется в процессе своего сглаживания (символьное дифференцирование сглаживающих сплайнов).

Для математического решения некорректных задач А.Н. Тихонов [1] предложил метод регуляризации, позволяющий уточнять известные формулы численного дифференцирования с тем, чтобы при многократном их применении ошибки вычисления росли медленнее, чем без использования этого метода.

Такие методы аппроксимации могут быть использованы при решении задач технической диагностики в случае, когда в найденной структуре передаточной функции ее коэффициенты имеют вполне определенную физическую интерпретацию и могут быть выражены аналитически через структурные параметры объекта диагностики, которые характеризуют его состояние. Однако в большинстве случаев структура передаточной функции не может быть изменена, и поэтому возникает задача идентификации определенной передаточной функции, характеризующей динамику объекта диагностики.

Достаточно эффективный способ уменьшения влияния некорректности задачи и уменьшения ошибок вычислений при сглаживании функций предложен Г.И. Марчуком в 1980 г. Метод основан на использовании сглаживающих сплайнов [3] и представляет собой кусочно-кубическую аппроксимацию таблично заданных функций. Метод применим к таким функциям, которые заданы со случайными погрешностями в узловых точках. Этому условию удовлетворяют табличные функции, являющиеся результатом численного дифференцирования.

Если функция  $X(t)$  задана таблично, в моменты времени  $t_1, t_2, \dots, t_n$ , то характеристика сглаживающей функции проходит вблизи заданных значений более плавно, чем интерполяционная.

Вводится функционал

$$F_1(z) = \int_{t_0}^{t_n} \left( \frac{d^2 z}{dt^2} \right) dt + \sum_{i=1}^n v_i (z_i - x_i)^2, \quad (5)$$

где

$$z = \frac{dy}{dt}, \quad y = \frac{dx}{dt}, \quad z_j = \frac{2(y_j - y_{j-1})}{\Delta t} - z_{j-1},$$

$$y_j = \frac{2(x_j - x_{j-1})}{\Delta t} - y_{j+1},$$

в котором комбинируются интерполяционные условия прохождения характеристики вблизи заданных значений и условия минимальности «изгибания» функции. Чем больше весовые коэффициенты  $v_i$ , тем ближе к заданным значениям проходит характеристика сглаживающей функции. В работе [3] показано, что минимум функционала (4) достаточно искать в классе кубических сплайнов. Особенность сглаживающих сплайнов заключается в том, что под «гладкостью» сплайна понимается не только гладкая стыковка многочленов степени  $m$  на концах, но и, как сглаживания самой производной, устранение выбросов точек на графике кривой.

Итак, таблично заданная вектор-функция  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  сглаживается кубическими сплайнами, построенными по четырем точкам последовательности

$$P_i(t) = a_3 t^3 + a_2 t^2 + a_1 t + a_0, \quad t \in [t_1, t_{i+3}],$$

причем,

$$P_i(t_{i+3}) = P_{i+1}(t_{i+1}) \quad \text{и} \quad \frac{dP_i(t_{i+3})}{dt} = \frac{dP_{i+1}(t_{i+1})}{dt}.$$

Полученные кубические сплайны дифференцируются в точках  $t_1, t_2, \dots, t_n$ , и определяются искомые значения вектора  $Y$ :

$$y_i = \frac{dP_i(t_i)}{dt} = 3a_3 t_i^2 + 2a_2 t_i + a_1.$$

Таким образом, в процессе сглаживания исходной функции с использованием кубических сплайнов производится символьное дифференцирование сглаживающей функции, что обеспечивает

большую плавность сигнала  $Y = (y_i)$ ,  $i = \overline{1, n}$ .

Рассмотренные методы относятся к методам первичной (грубой) аппроксимации. Если требуется более точная аппроксимация, например, при формировании алгоритмов диагностики, то необходимо уточнить значения коэффициентов передаточных функций решением оптимизационных задач.

При идентификации промышленных объектов, исходя из конкретной ситуации, могут быть использованы некоторые методы первичной и вторичной идентификации, разработанные авторами применительно к формированию алгоритмов диагностирования, соответствующих конкретным условиям.

Методы первичной идентификации ПО с известными структурами передаточных функций, коэффициенты которых связаны определенными зависимостями со структурными параметрами, можно считать хрестоматийными. Основными условиями, предъявляемыми к найденным коэффициентам, являются возможность их физической интерпретации, а также допустимость декомпозиций зависимостей этих коэффициентов от структурных параметров САР с целью определения ее технического состояния.

Предлагается прикладной метод вторичной идентификации, позволяющий существенно повысить точность идентификации ПО с заранее известными структурами передаточных функций и окрестностями значений их коэффициентов, полученными по результатам первичной идентификации.

Анализ методов первичной идентификации промышленных тепловых объектов с известными структурами передаточных функций, коэффициенты которых связаны определенными зависимостями со структурными параметрами, был рассмотрен в работе [1]. Основным условием, предъявляемым к найденным коэффициентам, является возможность их физической интерпретации, а также возможность декомпозиций зависимости

этих коэффициентов с целью определения структурных параметров исследуемых объектов. Задача вторичной идентификации состоит в том, чтобы, не нарушая принятых условий, повысить точность идентификации.

Из результатов первичной идентификации известно, что значение  $T_i$  лежит в интервале  $[a, b]$ . Центр между точками  $a$  и  $b$   $C_i$  и диапазон поиска  $D_i$  определяются из выражений:  $C_i = (a + b)/2$  и  $D_i = \pm(b - a)/2$ .

Количество всех возможных направлений поиска оптимальных значений коэффициентов определяется матрицей размерности  $N(2^k, k)$ , где  $k$  – номер столбца, соответствующий номеру коэффициента.

Для определения минимума функционала, например, суммарной абсолютной погрешности аппроксимаций в равноотстоящих точках  $S(T_1, T_2, T_3, \dots, T_k)$  с определенной точностью  $\varepsilon = 10^{-N}$  (где  $N$  – натуральное число), необходимо выполнить следующие операции:

1. Записать в матрицу строку  $M(2^k)$ , одномерный массив значения:

$$M(i) = S(C_1 + D_1)N(i, 1), (C_2 + D_2)N(i, 2), \dots, \dots, (C_k + D_k)N(i, k),$$

где  $i$  меняется от 1 до  $2^k$ ; например, для аperiodического звена первого порядка

$$M(1) = S(C_1 - D_1), M(2) = S(C_1 + D_1).$$

2. Найти  $i_{\min}$  номер элемента с минимальной абсолютной погрешностью  $S$  и перенести в эту точку все центры поиска  $C$ :

$$\begin{aligned} C_1 &= C_1 + D_1 N(i_{\min}, 1), \\ C_2 &= C_2 + D_2 N(i_{\min}, 2), \dots, \\ &\dots, C_k = C_k + D_k N(i_{\min}, k). \end{aligned}$$

При циклическом выполнении этих двух пунктов точка центра поиска  $C$  скатывается в область точки минимума с шагом  $D$ .

В определенный момент, когда точка  $C$  достигнет области минимума, про-

изойдет заикливание следующей точки на предыдущую. Этот момент необходимо контролировать, т. е. включить проверку заикливания с последующим уменьшением диапазона  $D$  :

– если следующая точка равна предыдущей, то необходимо уменьшить диапазон  $D$  вдвое:

$$D_1 = D_1 / 2, D_2 = D_2 / 2, \\ D_3 = D_3 / 2, \dots, D_k = D_k / 2;$$

– если максимальный диапазон из всех диапазонов больше  $\epsilon$ , то повторить все операции; если меньше, то найденные значения считают оптимальными, т. е.  $T_1 = C_1, T_2 = C_2, T_3 = C_3, \dots, T_k = C_k$ .

По данному алгоритму разработаны программы вторичной идентификации [4, 5].

Рассмотрим пример применение метода вторичной идентификации на примере электромеханической следящей системы с гибкой обратной связью (рис. 1), передаточные функции которой соответствуют следующим устройствам:  $W_1(p)$  – преобразующее устройство;  $W_2(p)$  – усилитель;  $W_3(p)$  – двигатель постоянного тока с независимым возбуждением;  $W_4(p)$ ,  $W_5(p)$  – звенья корректирующей цепочки (идеальное и реальное дифференцирующие звенья).

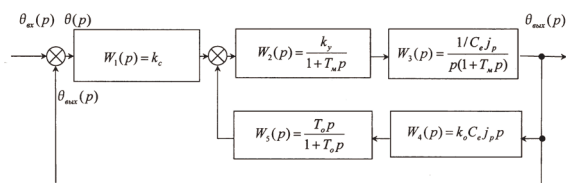


Рис. 1. Структурная схема следящей системы с гибкой обратной связью.

Система имеет следующие структурные параметры:  $k_c = 0,87$  в/град – передаточный коэффициент преобразующего устройства;  $T_q = 0,12$  с – постоянная времени усилителя;  $T_m = 0,25$  с – электромеханическая постоянная времени двигателя;

$C_e = 0,0106 \frac{В}{град/с}$  – скоростной коэффициент двигателя;

$j_p = 165$  – передаточное число редуктора;  $k_o = 0,2$  – коэффициент гибкой обратной связи;  $k_y = 100$  – коэффициент усиления усилителя;  $T_o = 0,5$  с – постоянная времени стабилизирующего звена.

Экспериментальная переходная характеристика системы приведена на рис. 2.

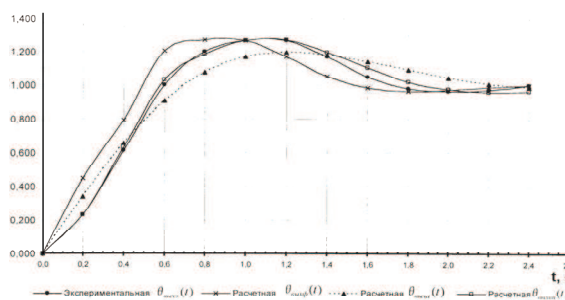


Рис. 2. Переходные характеристики системы.

Характеристическое уравнение системы имеет вид

$$p^4 + 14,3p^3 + 725p^2 + 1710p + 3320 = 0.$$

Определим корни характеристического уравнения по методу деления многочленов:

$$p_1 = -1,2 + 1,83j, \\ p_2 = -1,2 - 1,83j, \\ p_3 = -6 + 25,6j, \\ p_4 = -6 - 25,6j.$$

В результате переходная функция имеет вид:

$$\theta_{\text{вых}}(t) = 1 + 1,23e^{-1,2t} \cos(1,83t - 2,58) + \\ + 0,0945e^{-5,96t} \cos(25,6t + 1,12).$$

Результаты расчета функции  $\theta_{\text{вых}}(t)$  по данной формуле приведены в таблице 1, в столбце  $\theta_{\text{выхф}}(t)$ . Суммарная абсолютная ошибка  $S$  несовпадений расчетной и экспериментальной кривых  $\theta_{\text{выхф}}(t)$  и  $\theta_{\text{выхэ}}(t)$  составила 1,001. Переходная характеристика  $\theta_{\text{выхф}}(t)$  приведена на рис. 4.2.

Таблица 1  
Значения переходных характеристик системы

$t, c$	$\theta_{\text{выхз}}(t)$	$\theta_{\text{выхф}}(t)$	$\theta_{\text{выха}}(t)$	$\theta_{\text{выхви}}(t)$
0,00	0,000	0,000	0,000	0
0,20	0,230	0,448	0,338	0,23
0,40	0,610	0,795	0,656	0,63
0,80	1,000	1,206	0,908	1,034
1,00	1,200	1,271	1,078	1,186
1,20	1,270	1,270	1,169	1,27
1,60	1,270	1,170	1,196	1,272
2	1,17	1,053	1,179	1,196
2,4	1,05	0,984	1,139	1,103
2,8	0,98	0,965	1,091	1,021
3,2	0,967	0,974	1,046	0,977
3,6	0,973	0,989	1,011	0,962
4	1	1,000	0,988	0,966
		$S = 1,001$	$S = 0,881$	$S = 0,245$

Результаты расчета переходной характеристики с помощью программы «АСО-ТАР» приведены в таблице 1, столбце  $\theta_{\text{выха}}(t)$ . Суммарная абсолютная ошибка  $S$  несовпадений расчетной и экспериментальной кривых составила 0,881. Переходная характеристика  $\theta_{\text{выха}}(t)$  представлена на рис. 2.

Результаты вторичной идентификации  $\theta_{\text{выхви}}(t)$  с помощью разработанной программы [4] приведены в таблице 1. Суммарная абсолютная ошибка  $S$  несовпадений расчетной и экспериментальной кривых составила 0,245. Переходная характеристика системы  $\theta_{\text{выхви}}(t)$  представлена на рис. 2.

Переходная функция и характеристическое уравнение после вторичной идентификации имеют вид:

$$\theta_{\text{вых}}(t) = 1 + 1,06e^{-1,22t} \cos(2,76t - 3,26) + 0,098e^{-5,73t} \cos(25,2t + 1,06),$$

$$p^4 + 13,9p^3 + 705p^2 + 1,73 \cdot 10^3 p + 6,08 \cdot 10^3 = 0.$$

На основании данных расчетов можно сделать вывод о существенном повышении точности идентификации при использовании разработанного метода вто-

ричной идентификации. Это позволяет определить структурные параметры системы.

Решая систему нелинейных алгебраических уравнений коэффициентов передаточной функции от структурных параметров,

$$\left. \begin{aligned} \frac{T_q T_M + T_o T_M + T_o T_q}{T_q T_M T_o} &= 13,9; \\ \frac{T_q + T_M + T_o + k_o k_y T_o}{T_q T_M T} &= 705; \\ 1 + \frac{k_c k_y T_o}{c_e j_p} &= 1,73 \cdot 10^3; \\ \frac{k_c k_y}{c_e j_p} &= 6,08 \cdot 10^3. \end{aligned} \right\}$$

Тогда, с учетом измеренных параметров в статическом режиме (коэффициента гибкой обратной связи  $k_o = 0,2$ , коэффициента усиления усилителя  $k_y = 100$ , передаточного числа редуктора  $j_p = 165$ ), значения  $T_q, T_M, T_o$  позволяют сделать вывод о том, что система находится в неустойчивом состоянии.

Для повышения точности в определении коэффициентов передаточной функции заданной структуры и выполнения условия их физической интерпретации рекомендуется использовать методы первичной и вторичной идентификаций. Метод вторичной идентификации линейных динамических объектов позволяет существенно повысить точность в определении структурных параметров, а значит и достоверность диагноза промышленных объектов с учетом принятых условий, и может быть использован при разработке прикладных алгоритмов диагностирования.

Вычислительные эксперименты и экспериментальные исследования убеждают в том, что на основании решения в основном некорректных задач можно разработать достаточно эффективные алго-

ритмы диагностики и аппаратно-программное обеспечение автоматизированных систем технического контроля, обслуживания и эксплуатации промышленных объектов.

#### Литература

1. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решений некорректных задач. М.: Высшая школа, 1974. 224 с.
2. Башарин А. В., Постников Ю. В. Примеры расчета автоматизированного электропривода на ЭВМ. Л.: Энергоатомиздат, Ленингр. отд-ние, 1990. 512 с.

3. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1980. 534 с.

4. Программа по вторичной идентификации (VtorId v1.00): программа для ЭВМ/ Патрусова А.М., Колтыгин Д.С., Лузгин В.В.Св. №2003612203; зарег. в реестре программ 26.09.2003

5. Программа по Идентификация передаточной функции с запаздыванием (Time-DelayId v.1.00): программа для ЭВМ/ Панасов В.В., Колтыгин Д.С., Лузгин В.В.Св. ГР №2008610406; зарег. В реестре программ 21.01.2008

УДК 519.85

Ю.Н. Алпатов\*, А.А. Дриженко

### РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО СИНТЕЗА

*Рассматривается алгоритм разложения дробного числа, если числитель и знаменатель является нечетными числами. Используя данный алгоритм при технической реализации звеньев, полученных при разложении передаточной функции, возможно представить коэффициенты  $\frac{a}{b}$  ( $a$  - нечетное число,  $b$  - нечетное число) этих звеньев в виде определенной структуры из элементарных звеньев с целочисленными значениями параметров.*

**Ключевые слова:** разложение числа, алгоритм, нечетное число, целочисленные значения, вещественные коэффициенты, элементарные звенья.

Поиск параметров спроектированной структуры, при которых объект будет функционировать при действии всех дестабилизирующих факторов, называется параметрическим синтезом. Другими словами, параметрический синтез заключается в нахождении оптимальных значений параметров для выбранной структуры системы. Задача параметрического синтеза состоит в поиске оптимального вектора выходных параметров при обеспечении  $\min$  ( $\max$ ) целевой функции и соответствующих ограничениях.

Математические методы решения задач оптимального параметрического син-

теза это детерминированные методы линейного программирования.

Под *линейным программированием* понимается раздел теории экстремальных задач, в котором изучаются задачи минимизации (или максимизации) линейных функций на множествах, задаваемых системами линейных равенств и неравенств. В общем случае задача линейного программирования формулируется следующим образом.

Найти вектор  $x^* = (x^*_1, \dots, x^*_n)$ , определяющий максимум (минимум) линейной форме  $f(x) = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$  при ограничениях: