УДК 519.711.3

Ю.Н. Алпатов*, С.С. Унистюк

АЛГОРИТМЫ РАЗЛОЖЕНИЯ ДРОБНЫХ ЧИСЕЛ

Рассматривается алгоритм разложения дробного числа, если числитель нечетное число, а знаменатель четное число. Используя данный алгоритм при технической реализации звеньев, полученных при разложении передаточной функции, возможно представить коэффициенты $\frac{a}{b}$ *(*a *- нечетное число,* b *- четное число) этих звеньев в виде определенной структуры из элементарных звеньев с целочисленными значениями параметров.*

Ключевые слова: разложение числа, алгоритм, нечетное число, четное число, целочисленные значения, вещественные коэффициенты, элементарные звенья.

1.Алгоритм разложения числа $\frac{a}{b}$, если a – нечетное число, b – четное число

Техническая реализация элементарных звеньев, полученных при разложении дробно-рациональной функции в виде суммы, произведения или в виде цепной дроби, часто диктует необходимость получения коэффициентов передач и постоянных времени в виде целочисленных значений, так как использование вещественных коэффициентов в некоторых случаях невозможно.

На основе методологии получения коэффициентов элементарных звеньев в виде целочисленных значений получен алгоритм разложения числа $\frac{a}{b} \in Q$, если a – нечетное число, а b – четное число, в виде

$$\frac{a}{b} = \cfrac{d_0}{a_0 + \cfrac{d_1}{a_1 + \cfrac{d_2}{a_2 + \ddots + \cfrac{d_n}{a_n + d}}}} \tag{1}$$

где

$$a_1 = \frac{1}{c_i}; i = 1, 2, ..., n; c_i \in N; c_i > 1;$$

$$d_i \in N; d \in N; d > 1; N$$

– множество натуральных чисел.

Разложение числа $\frac{a}{b} \in Q$ в виде (1), если a – нечетное число, b – четное число, производим следующим образом:

1. Проверяем, если $a = 1$, или $b = 2$, или $b = 4$, то числитель и знаменатель дроби $\frac{a}{b}$ умножаем на число $m \in N$, m – нечетное число и $m > 3$.

2. Прибавим и отнимем единицу в знаменателе b, получим знаменатель в следующем виде $1 + (b - 1)$.

3. Разложим числитель a на простые множители. В качестве делителя a_1 используем наименьший простой множитель числа a.

4. Разделим число a на a_1, получим d_0.

5. Разделим 1 и $b - 1$ в знаменателе числа $\frac{a}{1 + (b - 1)}$ на a_1, получим $\frac{1}{c_0} = \frac{1}{a_1}$ и $\frac{b - 1}{a_1}$.

6. Прибавим и отнимем единицу в знаменателе числа $\frac{b - 1}{a_1}$, получим знаменатель в следующем виде $1 + (a_1 - 1)$.

7. Разложим $b - 1$ на простые множители. В качестве делителя b_1 используем

* - автор, с которым следует вести переписку.

наименьший простой множитель числа $b-1$.

8. Проверяем, если делитель $b_1 = 3$, то в качестве делителя выбираем наименьший множитель $b_1 \neq 3$. Если такого множителя нет, то в качестве делителя берем само число $b-1$.

9. Разделим число $b-1$ на b_1, получим d_1.

10. Разделим 1 и a_1-1 в знаменателе числа $\dfrac{b-1}{1+(a_1-1)}$ на b_1, получим $\dfrac{1}{c_1}=\dfrac{1}{b_1}$ и $\dfrac{a_1-1}{b_1}$.

11. Прибавим и отнимем единицу в знаменателе числа $\dfrac{a_1-1}{b_1}$, получим знаменатель в следующем виде $1+(b_1-1)$.

12. В качестве делителя a_1' числа a_1-1 берем $a_1'=2$.

13. Разделим число a_1-1 на a_1' ,получим d_2.

14. Разделим 1 и $b-1$ в знаменателе числа $\dfrac{a_1-1}{1+(b_1-1)}$ на a_1', получим $\dfrac{1}{c_2}=\dfrac{1}{a_1'}$ и $d=\dfrac{b_1-1}{a_1'}$.

В результате данного алгоритма получим разложение следующего вида:

$$\frac{a}{b}=\cfrac{d_0}{\cfrac{1}{c_0}+\cfrac{d_1}{\cfrac{1}{c_1}+\cfrac{d_2}{\cfrac{1}{c_2}+d}}}. \qquad (2)$$

Данному разложению соответствует структурная схема на рис. 1.

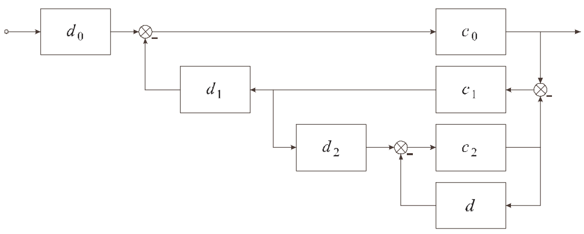

Рис. 1. Структурная схема разложения числа $\frac{a}{b} \in Q$ (2), при a – нечетном, b – четном числе.

Рассмотрим действие предложенного алгоритма на примерах.

Пример №1.

Пусть дано число $\frac{225}{892}$. Выразим это дробное число через целые.

Прибавим и отнимем единицу в знаменателе, получим:

$$\frac{225}{892}=\frac{225}{1+891}.$$

Далее разложим числитель на простые множители:

$$\frac{225}{892}=\frac{3\cdot 3\cdot 5\cdot 5}{1+891}.$$

Наименьший простой множитель числителя равен 3, значит, разделим числитель на 3, а знаменатель по частям на 3. Получим:

$$\frac{225}{892}=\cfrac{75}{\cfrac{1}{3}+\cfrac{891}{3}}.$$

Прибавим и отнимем единицу в знаменателе числа $\frac{891}{3}$, получим:

$$\frac{225}{892}=\cfrac{75}{\cfrac{1}{3}+\cfrac{891}{1+2}}.$$

Разложим числитель числа $\frac{891}{1+2}$ на простые множители:

$$\frac{225}{892}=\cfrac{75}{\cfrac{1}{3}+\cfrac{3\cdot 3\cdot 3\cdot 3\cdot 11}{1+2}}.$$

Наименьший простой множитель числителя числа $\frac{891}{1+2}$ равен 3, значит, в качестве делителя берем наименьший множитель, не равный 3, т. е. 11. Разделим числитель на 11, а знаменатель по частям на 11. Получим:

$$\frac{225}{892}=\frac{75}{\frac{1}{3}+\frac{81}{\frac{1}{11}+\frac{2}{11}}}.$$

Далее прибавим и отнимем единицу в знаменателе числа $\frac{2}{11}$, получим:

$$\frac{225}{892}=\frac{75}{\frac{1}{3}+\frac{81}{\frac{1}{11}+\frac{2}{1+10}}}.$$

Разделим числитель числа $\frac{2}{1+10}$ на 2, а знаменатель по частям на 2. Получим:

$$\frac{225}{892}=\frac{75}{\frac{1}{3}+\frac{81}{\frac{1}{11}+\frac{1}{\frac{1}{2}+5}}}. \quad (3)$$

Пример №2.

Пусть дано число $\frac{749}{320}$. Выразим это дробное число через целые.

Прибавим и отнимем единицу в знаменателе, получим:

$$\frac{749}{320}=\frac{749}{1+319}.$$

Далее разложим числитель на простые множители:

$$\frac{749}{320}=\frac{7\cdot 107}{1+319}.$$

Наименьший простой множитель числителя равен 7, значит, разделим числитель на 7, а знаменатель по частям на 7. Получим:

$$\frac{749}{320}=\frac{107}{\frac{1}{7}+\frac{319}{7}}.$$

Прибавим и отнимем единицу в знаменателе числа $\frac{319}{7}$, получим:

$$\frac{749}{320}=\frac{107}{\frac{1}{7}+\frac{319}{1+6}}.$$

Разложим числитель числа $\frac{319}{1+6}$ на простые множители:

$$\frac{749}{320}=\frac{107}{\frac{1}{7}+\frac{11\cdot 29}{1+6}}.$$

Наименьший простой множитель числителя числа $\frac{319}{1+6}$ равен 11, значит, разделим числитель на 11, а знаменатель по частям на 11. Получим:

$$\frac{749}{320}=\frac{107}{\frac{1}{7}+\frac{29}{\frac{1}{11}+\frac{6}{11}}}.$$

Далее прибавим и отнимем единицу в знаменателе числа $\frac{6}{11}$, получим:

$$\frac{749}{320}=\frac{107}{\frac{1}{7}+\frac{29}{\frac{1}{11}+\frac{6}{1+10}}}.$$

Разделим числитель числа $\frac{6}{1+10}$ на 2, а знаменатель по частям на 2. Получим:

$$\frac{749}{320}=\frac{107}{\frac{1}{7}+\frac{29}{\frac{1}{11}+\frac{3}{\frac{1}{2}+5}}}. \quad (4)$$

Пример №3.

Пусть дано число $\frac{3947}{9754}$. Выразим это дробное число через целые.

Прибавим и отнимем единицу в знаменателе, получим:

$$\frac{3947}{9754}=\frac{3947}{1+9753}.$$

Далее разложим числитель на простые множители:

$$\frac{3947}{9754}=\frac{3947}{1+9753}.$$

Наименьший простой множитель числителя равен 3947, значит, разделим числитель на 3947, а знаменатель по частям на 3947. Получим:

$$\frac{3947}{9754}=\frac{1}{\frac{1}{3947}+\frac{9753}{3947}}.$$

Прибавим и отнимем единицу в знаменателе числа $\frac{9753}{2947}$, получим:

$$\frac{3947}{9754}=\frac{1}{\frac{1}{3947}+\frac{9753}{1+3946}}.$$

Разложим числитель числа $\frac{9753}{1+3946}$ на простые множители:

$$\frac{3947}{9754}=\frac{1}{\frac{1}{3947}+\frac{3\cdot 3251}{1+3946}}.$$

Наименьший простой множитель числителя числа $\frac{9753}{1+3946}$ равен 3, значит, в качестве делителя берем наименьший множитель, не равный 3, т. е. 3251. Разделим числитель на 3251, а знаменатель по частям на 3251. Получим:

$$\frac{3947}{9754}=\frac{1}{\frac{1}{3947}+\frac{3}{\frac{1}{3251}+\frac{3946}{3251}}}.$$

Далее прибавим и отнимем единицу в знаменателе числа $\frac{3946}{3251}$, получим:

$$\frac{3947}{9754}=\frac{1}{\frac{1}{3947}+\frac{3}{\frac{1}{3251}+\frac{3946}{1+3250}}}.$$

Разделим числитель числа $\frac{3946}{1+3250}$ на 2, а знаменатель по частям на 2. Получим:

$$\frac{3947}{9754}=\frac{1}{\frac{1}{3947}+\frac{3}{\frac{1}{3251}+\frac{1973}{\frac{1}{2}+1625}}}. \qquad (5)$$

Для (3), (4) и (5) получаем структурные схемы разложения чисел $\frac{225}{892}$, $\frac{749}{320}$, $\frac{3947}{9754}$ соответственно (рис. 2 а, б, в).

Таким образом, с помощью разработанного алгоритма возможно представить вещественные коэффициенты $\frac{a}{b}$ (a – нечетное число, b – четное число) элементарных звеньев в виде определенной структуры из элементарных звеньев с целочисленными значениями параметров.

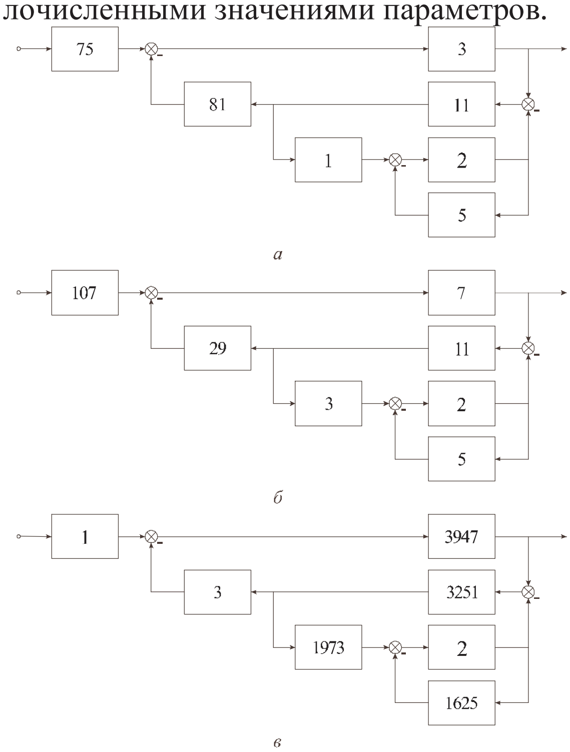

Рис. 2. Структурные схемы разложения чисел (3) - (5).

2. Алгоритм разложения числа $\frac{a}{b}$, если a – нечетное число, b – нечетное число

Техническая реализация элементарных звеньев, полученных при разложении дробно-рациональной функции в виде суммы, произведения или в виде цепной дроби, часто диктует необходимость получения коэффициентов передач и постоянных времени в виде целочисленных значений, так как использование вещественных коэффициентов в некоторых случаях невозможно.

На основе методологии получения коэффициентов элементарных звеньев в виде целочисленных значений получен алгоритм разложения числа $\frac{a}{b} \in Q$, если a – нечетное число, а b – нечетное число, в виде

$$\frac{a}{b} = \cfrac{d_0}{a_0 + \cfrac{d_1}{a_1 + \cfrac{d_2}{a_2 + \ddots + \cfrac{d_n}{a_n + d}}}} \qquad (6)$$

где

$$a_1 = \frac{1}{c_i}; i = 1, 2, ..., n; c_i \in N; c_i > 1;$$

$$d_i \in N; d \in N; d > 1; N$$

– множество натуральных чисел.

Разложение числа $\frac{a}{b} \in Q$ в виде (6), если a – нечетное число, b – нечетное число, производим следующим образом:

1. Проверяем, – если $a = 1$ или $a = 3$, то числитель и знаменатель дроби $\frac{a}{b}$ умножаем на число $m \in N$, m – нечетное число и $m > 3$.

2. Прибавим и отнимем единицу в знаменателе b, получим знаменатель в следующем виде $1 + (b - 1)$.

3. Раскладываем числитель a на простые множители. В качестве делителя a_1 используем наименьший простой множитель числа a.

4. Проверяем, – если делитель $a_1 = 3$, то в качестве делителя выбираем наименьший множитель $a_i \neq 3$, если такого множителя нет, то в качестве делителя берем само число a.

5. Разделим число a на a_1, получим d_0.

6. Разделим 1 и $b - 1$ в знаменателе числа $\frac{a}{1 + (b-1)}$ на a_1, получим $\frac{1}{c_0} = \frac{1}{a_1}$ и $\frac{b-1}{a_1}$.

7. Прибавим и отнимем единицу в знаменателе числа $\frac{b-1}{a_1}$, получим знаменатель в следующем виде $1 + (a_1 - 1)$.

8. В качестве делителя b_1 числа $b - 1$ берем $b_1 = 2$.

9. Разделим число $b - 1$ на b_1, получим d_1.

10. Разделим 1 и $a_1 - 1$ в знаменателе числа $\frac{b-1}{1 + (a_1 - 1)}$ на b_1, получим $\frac{1}{c_1} = \frac{1}{b_1}$ и $d = \frac{b-1}{b_1}$.

В результате данного алгоритма получим разложение следующего вида:

$$\frac{a}{b} = \cfrac{d_0}{\cfrac{1}{c_0} + \cfrac{d_1}{\cfrac{1}{c_1} + d}}. \qquad (7)$$

Данному разложению соответствует структурная схема на рис. 1.

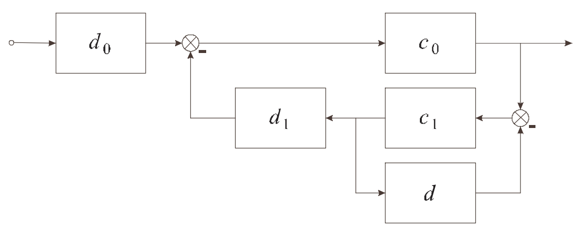

Рис. 3. Структурная схема разложения числа $\frac{a}{b} \in Q$ (2) при a – нечетном, b – нечетном числе.

Рассмотрим действие предложенного алгоритма на примерах.

Пример №4.

Пусть дано число $\frac{379}{645}$. Выразим это дробное число через целые.

Прибавим и отнимем единицу в знаменателе, получим:

$$\frac{379}{645}=\frac{379}{1+644}.$$

Далее разложим числитель на простые множители:

$$\frac{379}{645}=\frac{379}{1+644}.$$

Наименьший простой множитель числителя равен 379, значит, разделим числитель на 379, а знаменатель по частям на 379, получим:

$$\frac{379}{645}=\frac{1}{\frac{1}{379}+\frac{644}{379}}$$

Прибавим и отнимем единицу в знаменателе числа $\frac{644}{379}$, получим:

$$\frac{379}{645}=\frac{1}{\frac{1}{379}+\frac{644}{1+378}}.$$

Далее разделим числитель числа $\frac{644}{1+378}$ на 2, а знаменатель по частям на 2, получим:

$$\frac{379}{645}=\frac{1}{\frac{1}{379}+\frac{322}{\frac{1}{2}+189}}. \qquad (8)$$

Пример №5.

Пусть дано число $\frac{583}{153}$. Выразим это дробное число через целые.

Прибавим и отнимем единицу в знаменателе, получим:

$$\frac{583}{153}=\frac{583}{1+152}.$$

Далее разложим числитель на простые множители:

$$\frac{583}{153}=\frac{11\cdot 53}{1+152}.$$

Наименьший простой множитель числителя равен 11, значит, разделим числитель на 11, а знаменатель по частям на 11, получим:

$$\frac{583}{153}=\frac{53}{\frac{1}{11}+\frac{152}{11}}.$$

Прибавим и отнимем единицу в знаменателе числа $\frac{152}{11}$, получим:

$$\frac{583}{153}=\frac{53}{\frac{1}{11}+\frac{152}{1+10}}.$$

Далее разделим числитель числа $\frac{152}{1+10}$ на 2, а знаменатель по частям на 2, получим:

$$\frac{583}{153}=\frac{53}{\frac{1}{11}+\frac{76}{\frac{1}{2}+5}} \qquad (9)$$

Пример №6.

Пусть дано число $\frac{4767}{8461}$. Выразим это дробное число через целые.

Прибавим и отнимем единицу в знаменателе, получим:

$$\frac{4767}{8461}=\frac{4767}{1+8460}.$$

Далее разложим числитель на простые множители:

$$\frac{4767}{8461}=\frac{3\cdot 7\cdot 227}{1+8460}.$$

Наименьший простой множитель числителя равен 3, значит, в качестве делителя берем наименьший множитель, не равный 3, т. е. 7. Разделим числитель на 7, а знаменатель по частям на 7, получим:

$$\frac{4767}{8461}=\frac{681}{\frac{1}{7}+\frac{8460}{7}}.$$

Прибавим и отнимем единицу в знаменателе числа $\frac{8460}{7}$, получим:

$$\frac{4767}{8461}=\frac{681}{\frac{1}{7}+\frac{8460}{1+6}}.$$

Далее разделим числитель числа $\frac{8460}{1+6}$ на 2, а знаменатель по частям на 2, получим:

$$\frac{4767}{8461} = \frac{681}{\frac{1}{7} + \frac{4230}{\frac{1}{2} + 3}}. \qquad (10)$$

Для (8), (9) и (10) получаем структурные схемы разложения чисел $\frac{379}{645}$, $\frac{583}{153}$, $\frac{4767}{8461}$ соответственно (рис. 4 а, б, в).

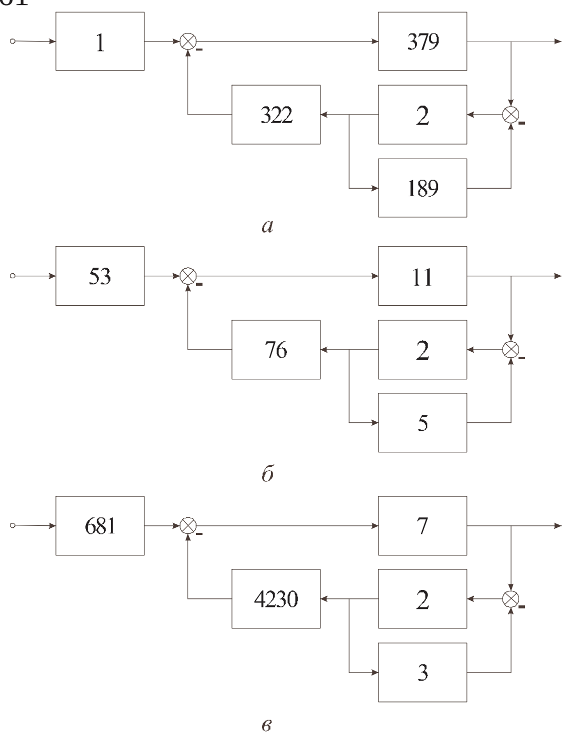

Рис. 4. Структурные схемы разложения чисел (7) - (9).

Таким образом, с помощью разработанного алгоритма, возможно представить вещественные коэффициенты $\frac{a}{b}$ (a – нечетное число, b – нечетное число) элементарных звеньев в виде определенной структуры из элементарных звеньев с целочисленными значениями параметров.

Литература

1. Алпатов Ю. Н. Синтез систем управления методом структурных графов. – Иркутск, Изд-во Иркут. ун-та, 1988. – 184 с.

2. Хинчин Д. Я. Цепные дроби. – М.: Наука, 1978. – 112 с.

3. Хованский А. Н. Приложение цепных дробей и их обобщений к вопросам приближенного анализа. – М.: Мир, 1973. – 368 с.

УДК 519.711.3, 681.51.015, 681.3.01,658.012.011.56:658.512

Ю.А. Шичкина

ПОСТРОЕНИЕ ИНФОРМАЦИОННОГО ГРАФА НОРМАЛИЗАЦИИ РЕЛЯЦИОННЫХ ОТНОШЕНИЙ

Системы баз данных являются ядром, движущей силой любой информационной системы. Обычно такие системы имеют дело с большими объемами информации, имеющей достаточно сложную структуру. Алгоритм приведения реляционного отношения к нормальной форме Бойса-Кодда основан на аппарате матричной алгебры, что позволяет его применять как на вычислительной технике с последовательной, так и параллельной архитектурой. В данной статье рассматривается процесс построения информационного графа алгоритма нормализации реляционной схемы, который явля-