

Рис. 3. Графическая интерпретация распределения постоянной составляющей линейного тока вдоль несимметричного однородного участка трехфазной ЛЭП трехпроводного исполнения протяженностью 1000 км

УДК 624.012.3

Г.В. Коваленко, Н.С. Меньщикова*

УЧЕТ ФИЗИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ ЖЕЛЕЗОБЕТОНА ПРИ ОЦЕНКЕ ИЗМЕНЕНИЯ ИЗГИБНОЙ ЖЕСТКОСТИ КОНСТРУКЦИЙ СО СМЕШАННЫМ АРМИРОВАНИЕМ

Рассмотрены основные положения математической модели напряженно-деформированного состояния конструкций со смешанным армированием с учетом физической нелинейности железобетона. Произведен анализ изменения изгибной жесткости балок покрытия на всех этапах кратковременного нагружения.

Ключевые слова: деформационная модель, изгибная жесткость, физическая нелинейность, итерация, диаграмма деформирования.

Одним из путей снижения расхода материалов в железобетонных конструкциях является использование точных методов оценки их напряженно-деформированного состояния, в которых учитывались бы такие специфические свойства железобетона, как трещинообразование, анизотропия, пластические деформации бетона и арматуры и их изменение в зависимости от уровня внешней нагрузки и режима нагружения.

Внимание многих исследователей в России и за рубежом обращено на разработку новых и модификацию имеющихся численных методов расчета железобетонных конструкций. Среди множества решаемых при этом вопросов первое место занимает вопрос, связанный с уточнением физической модели железобетона с учетом ряда факторов, оказывающих влияние на его работу в составе конструкции. К ним следует отнести, прежде всего, изменения жесткости нормального сечения

* - автор, с которым следует вести переписку.

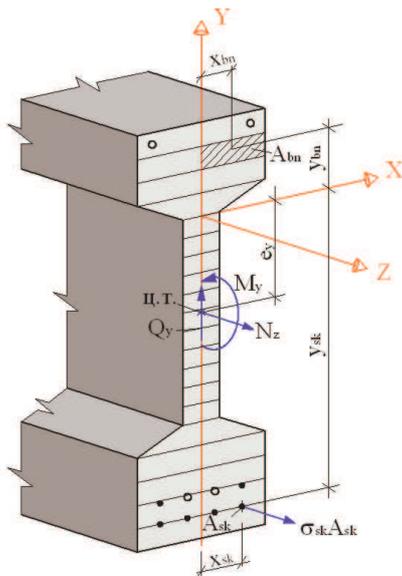


Рис. 1. Дискретная модель нормального сечения

конструкции от действия внешней нагрузки.

Наиболее просто переменный характер жесткости можно учесть при реализации деформационной модели. Широкое распространение в практике проектирования железобетонных конструкций данная модель получила благодаря физической точности, применимости для конструкций с произвольной формой сечений и простоте реализации основных ее операций на базе современной компьютерной техники. Деформационная модель включает в себя уравнения равновесия внешних и внутренних сил, условие деформирования нормального расчетного сечения в виде гипотезы плоских сечений для усредненных значений относительных деформаций, а также диаграммы деформирования бетона и арматуры.

По существующей в действующих нормах проектирования методике не представляется возможным определить жесткостные параметры железобетонного сечения со смешанным армированием и зависимость, связывающую жесткость элемента со всеми внутренними усилиями в сечении. Конструкции со смешанным армированием имеют ряд особенностей: совмещенная арматура может быть разных классов, с различными физико-механическими характеристиками. Кроме этого, ненапрягаемая арматура вступает в

работу позже напрягаемой и не во всех случаях может использовать свои прочностные возможности.

Согласно деформационной модели, сечение рассматривается как совокупность элементарных площадок (рис. 1), в пределах которых деформации считаются равномерно распределенными. Система нелинейных уравнений напряженно-деформированного состояния сечения записывается в виде:

$$\begin{cases} M_y = -\int_A \sigma_{bn} A_{bn} y_n - \int_k \sigma_{sk} A_{sk} y_k \\ N_z = \int_A \sigma_{bn} A_{bn} + \int_k \sigma_{sk} A_{sk} \\ Q_y = \int_A \tau_{bn} A_{bn} \end{cases} \quad (1)$$

где $\sigma_{bn}, \tau_{bn}, \sigma_{sk}$ - напряжения в дискретных участках бетона и арматуры соответственно, A_{bn}, A_{sk} - площади дискретных участков бетона и арматуры, y_n, y_k - координаты центров элементарных площадок, M_y - изгибающий момент в направлении оси Y , N_z - продольная сила в направлении оси Z , Q_y - поперечная сила в направлении оси Y .

Решение нелинейной задачи достигается в виде последовательности решений линейных задач, сходящихся к результату. Для решения линейной задачи используется метод численного интегрирования (суммирования) напряжений, действующих по элементарным площадкам расчетного сечения [1].

Распределение деформаций по высоте сечения определяется уравнениями:

$$\begin{cases} \epsilon_{bn} = \epsilon_z - k_y y_n \\ \epsilon_{sk} = \epsilon_z - k_y y_k \end{cases}, \quad (2)$$

где ϵ_z - деформации вдоль продольной координатной оси элемента Z ; k_y - кривизна элемента в плоскости XY .

Учитывая, что напряжения в дискретных элементах бетона и арматуры определяются из диаграмм деформирования материалов, получим:

$$\begin{cases} \sigma_{bn} = E'_{bn} \cdot \varepsilon_{bn} \\ \sigma_{sk} = E'_{sk} \cdot \varepsilon_{sk} \\ \tau_{bn} = E'_{bn} \cdot \gamma_{bn} / [2(1+\mu)] \end{cases}, \quad (3)$$

где E'_{bn} , E'_{sk} - секущие модули деформаций бетона и арматуры, зависящие от расположения элементарных участков в сечении и уровня нагружения.

Секущие модули деформаций арматуры и бетона на каждом этапе нагружения вычисляются по формулам:

$$E'_{bn} = \frac{\Delta\sigma_{bn}}{\Delta\varepsilon_{bn}}; E'_{sk} = \frac{\Delta\sigma_{sk}}{\Delta\varepsilon_{sk}}, \quad (4)$$

где $\Delta\sigma_{bn}$, $\Delta\sigma_{sk}$ - приращения напряжений в бетонных и арматурных элементарных площадках на данном шаге нагружения; ε_{bn} , ε_{sk} - приращения деформаций в бетонных и арматурных элементарных площадках.

Исходную систему уравнений (1) удобно переписать следующим образом:

$$\begin{cases} M_y = \varepsilon_z \cdot (-\sum_n E'_{bn} \cdot A_{bn} \cdot y_n - \sum_k E'_{sk} \cdot A_{sk} \cdot y_k) + k_y \cdot (\sum_n E'_{bn} \cdot A_{bn} \cdot y_n^2 + \sum_k E'_{sk} \cdot A_{sk} \cdot y_k^2) \\ N_z = \varepsilon_z \cdot (\sum_n E'_{bn} \cdot A_{bn} + \sum_k E'_{sk} \cdot A_{sk}) + k_y \cdot \times (-\sum_n E'_{bn} \cdot A_{bn} \cdot y_n - \sum_k E'_{sk} \cdot A_{sk} \cdot y_k) \\ Q_y = \gamma_{xy} \cdot \sum_n E'_{bn} \cdot A_{bn} / [2 \cdot (1+\mu)] \end{cases} \quad (5)$$

Тогда деформации определяются:

$$\begin{cases} k_y = \frac{M_y - k_y \cdot (\sum_n E'_{bn} \cdot A_{bn} \cdot y_n^2 + \sum_k E'_{sk} \cdot A_{sk} \cdot y_k^2)}{(-\sum_n E'_{bn} \cdot A_{bn} \cdot y_n - \sum_k E'_{sk} \cdot A_{sk} \cdot y_k)} \\ \varepsilon_z = \frac{N_z + k_y \cdot (\sum_n E'_{bn} \cdot A_{bn} \cdot y_n + \sum_k E'_{sk} \cdot A_{sk} \cdot y_k)}{(\sum_n E'_{bn} \cdot A_{bn} + \sum_k E'_{sk} \cdot A_{sk})} \\ \gamma_{xy} = \frac{Q_y}{\sum_n E'_{bn} \cdot A_{bn} / [2 \cdot (1+\mu)]} \end{cases} \quad (6)$$

Правые части уравнений системы вычисляются относительно предыдущих приближений деформаций ($i-1$ шаг итерации), левые – новые значения (i -ый шаг).

При расчете конструкций с учетом физической нелинейности процесс нагружения разбивают на отдельные этапы. В качестве способа организации нелинейного вычислительного процесса в пределах этапа принят метод «секущих» модулей упругости. Характер итерационного процесса представлен на рис. 2. Количество этапов нагружения определяется следующим образом.

1. Сначала осуществляется итерационный расчет с заданным шагом приращения нагрузки.

2. Если на каком-то этапе итерационный процесс не сходится, шаг нагружения уменьшается вдвое, и осуществляется новый итерационный расчет до тех пор, пока не выполнится требуемое условие точности по деформациям (менее 0,1 %) на двух смежных итерациях.

Если прочность по нормальному сечению обеспечена, то заданным внешним силам $\{M_y, N_z, Q_y\}$ и принятым размерам сечения отвечает вполне определенный вектор деформаций $\{k_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}\}$. Если прочность по нормальному сечению не обеспечена, то заданные внешние силы вызы-

вают неограниченный рост деформаций, т.е. разрушение. Установить сходимость и оценить быстроту сходимости итерационного процесса не представляется возможным из-за немоноктонности итерационного расчета. Скорость сходимости итераций зависит от уровня нагружения. На начальных этапах итерационный процесс в пределах шага нагружения сходится в среднем за 10-15 итераций, по мере приближения к предельному состоянию скорость сходимости замедляется. На точность результата большое влияние оказывает формулировка условия прекращения итерационного процесса указанием величины минимального изменения итерационно уточняемых переменных и предельного числа итераций. Как показал анализ разработанной деформационной модели, для среднеквадратического приращения элементов вектора деформаций на двух смежных итерациях $\Delta \leq 0,001$ [1] достигается хорошая стабилизация напряженного состояния за 10-30 итераций.

Изгибная жесткость сечения определяется суммированием по элементарным площадкам:

$$\varpi = \int_x \left[\int_y E(x, y) dy \right] dx = \int_x \left[\int_y \frac{\sigma(x, y)}{\varepsilon(x, y)} dy \right] dx; \quad (7)$$

$$EJ_y = \sum_i E_i A_i \Delta y_i^2. \quad (8)$$

Данный подход был реализован в рамках программы *CombiFix* [2], предназначенной для анализа напряженно-деформированного состояния балок покрытия со смешанным армированием на основе нелинейно-деформационной модели с учетом реальных диаграмм деформирования бетона и арматуры. В настоящей работе приведены результаты исследования зависимости жесткости балки марки 2БСП12-5АтVI от действующего в нормальном сечении изгибающего момента. Исследуемая балка двутаврового сечения (рис. 1) высотой 89 см, ширина верхней и нижней полок 28 см, приведенная высота верхней полки 20 см, нижней – 25 см, ширина стенки 8 см.

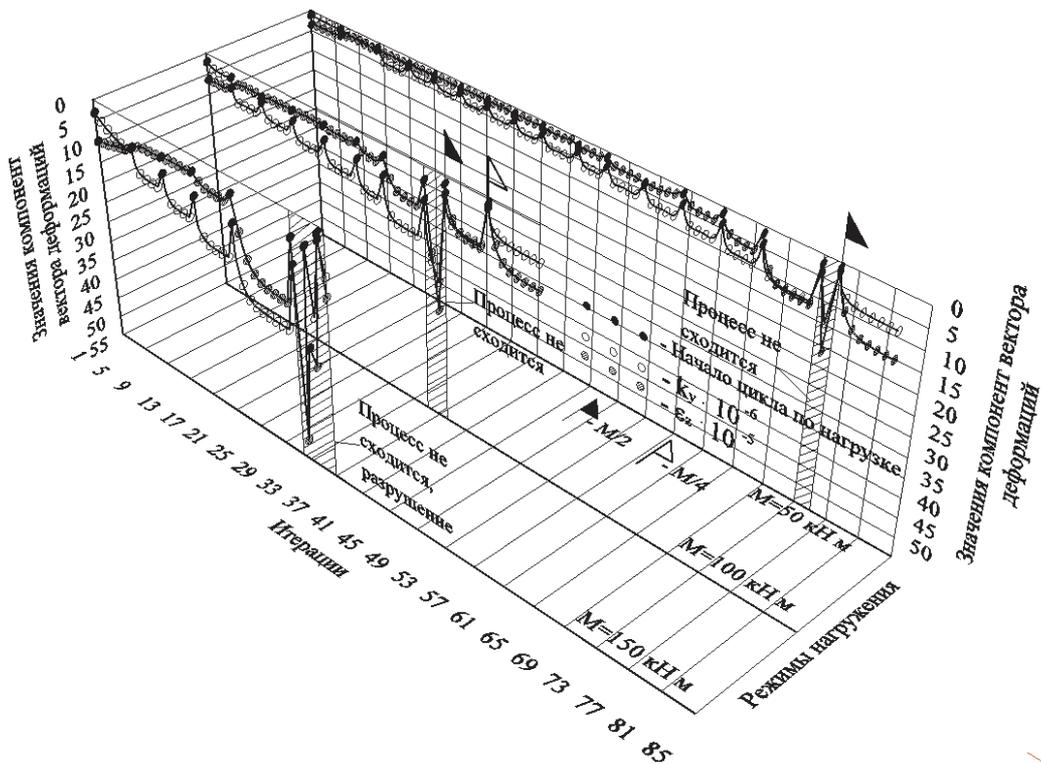


Рис. 2. Сходимость итерационного процесса по компонентам вектора деформаций

Балка армирована напрягаемой арматурой $6\varnothing 18 A_{t1000}$ и ненапрягаемой арматурой $4\varnothing 18 A_{400}$. На рис. 3 представлен результат проведенного численного эксперимента.

Незначительное уменьшение жесткости в зоне упругих деформаций (рис. 3) на начальном этапе нагружения связано с уменьшением выгиба от действия усилия предварительного обжатия. Снижение жесткости в зоне пластических деформаций характеризуется как проявлением физической нелинейности железобетона,

так и исключением из работы дискретных участков бетона растянутой зоны после образования и раскрытия трещин.

Адекватность предложенной нелинейно-деформационной модели и возможность ее использования для определения напряженно-деформированного состояния железобетонных конструкций со смешанным армированием подтверждена сопоставлением результатов натуральных и численных экспериментов [1, 2, 3].

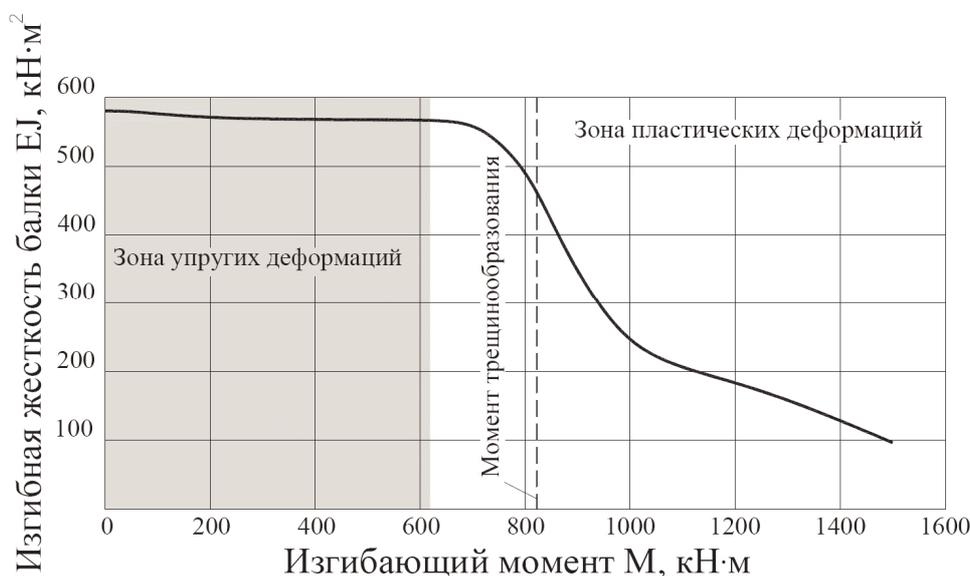


Рис. 3. Изменение жесткости балки марки 2БСП12-5АтVI от действия изгибающего момента

Литература

1. Дудина И.В., Меньщикова Н.С. Основные положения нелинейно-деформационной модели напряженно-деформированного состояния железобетонных балок со смешанным армированием / Научный периодический журнал «Системы. Методы. Технологии». – Братск: ГОУ ВПО «БрГУ». – №1. – 2009. – С. 90-94.

2. Коваленко Г.В., Меньщикова Н.С., Калаш О.А. Нелинейная модель напряженно-деформированного состояния применительно к оценке надежности

железобетонных конструкций заводского изготовления /Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – 2007. – №4 (16). – С.52-56.

3. Коваленко Г.В., Меньщикова Н.С. Анализ результатов компьютерного моделирования напряженно-деформированного состояния железобетонных балок со смешанным армированием и оценка их надежности на основе нелинейно-деформационной модели / Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – 2009. – №4 (24). – С. 93-97.