

УДК: 62.52

С.В. Елисейев*, Ю.В. Ермошенко

ВОЗМОЖНЫЕ ПОДХОДЫ В ИЗМЕНЕНИИ ПЕРЕКРЕСТНЫХ СВЯЗЕЙ В СИСТЕМАХ С ДВУМЯ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ

Рассматриваются возможности динамического гашения с использованием Г-образных рычагов. Определены эффекты, проявляющиеся в возможности создания режимов, при которых угловая координата системы балочного типа становится равной нулю.

Ключевые слова: динамическое гашение колебаний, структурные схемы виброзащитных систем, перекрестные связи.

В транспортных подвесках расчетная схема часто выбирается в виде твердого тела на двух упругих опорах. В частности, такой подход был реализован в работах [1, 2, 3, 5]. В зависимости от выбора системы обобщенных координат, структурная схема эквивалентной в динамическом отношении системы автоматического управления включает в свой состав те или иные парциальные подсистемы и перекрестные связи. Если считать, что силы сопротивления в виброзащитной системе (ВЗС) малы, то перекрестные связи реализуются, как цепи с упругими элементами, или элементами двойного дифференцирования. При этом реализовать в перекрестной связи режим «запирания» на некоторых частотах, а стало быть и режим развязки парциальных систем, не представляется возможным. Выход из ситуации заключается в формировании новой структуры связей в исходной рас-

четной схеме, что достигается использованием оригинальных конструкторских решений.

На рассматриваемой схеме (рис. 1) твердое тело в виде балки массой M и моментом инерции J относительно центра тяжести C . В точках A и B закреплены Г-образные рычаги с моментами инерции J_1 и J_2 . Для обеспечения равновесия системы используются упругие элементы с жесткостями k_1, k_{10}, k_2, k_{20} и k_3 . Для описания движения могут использоваться системы координат y_C, φ, Φ_1 и Φ_2 ; y_1, y_2, y_{10} и y_{20} и др.; между системами обобщенных координат существуют определенные соотношения. Внешние воздействия представлены колебаниями основания z_1 и z_2 .

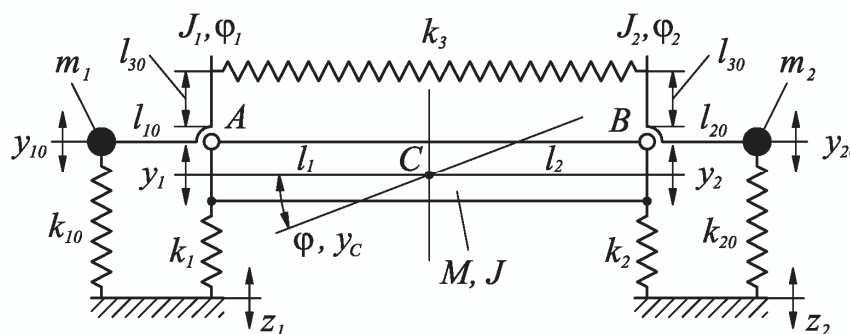


Рис. 1. Расчетная схема подвески балочного типа с Г-образными рычагами

Запишем выражение для кинетической и потенциальной энергии

$$T = \frac{1}{2} M \dot{y}_C^2 + \frac{1}{2} J \dot{\phi}^2 + \frac{1}{2} m_1 \dot{y}_{10}^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{y}_{20}^2 + \frac{1}{2} J_1 \dot{\phi}_1^2 + \frac{1}{2} J_2 \dot{\phi}_2^2, \quad (1)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} k_1 (y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2} k_2 (y_2 - z_2)^2 + \frac{1}{2} k_{10} (y_{10} - z_1)^2 + \quad (2)$$

$$+ \frac{1}{2} k_{20} (y_{20} - z_2)^2 + \frac{1}{2} k_{30} l_{30}^2 (\phi_1 - \phi_2)^2.$$

Введем ряд соотношений:

$$l_{10} = l_{20}, \quad y_C = \frac{y_1 l_2 + y_2 l_1}{l_1 + l_2} = a y_1 + b y_2,$$

$$a = \frac{l_2}{l_1 + l_2}, \quad b = \frac{l_1}{l_1 + l_2},$$

$$\phi = \frac{y_1 - y_2}{l_1 + l_2} = c (y_1 - y_2), \quad c = \frac{1}{l_1 + l_2},$$

$$y_1 = y_C - l_1 \phi, \quad y_2 = y_C + l_2 \phi,$$

$$y_{10} = y_1 + l_{10} \phi_1, \quad y_{20} = y_2 - l_{20} \phi_2,$$

$$y_{10} - y_{20} = y_1 - y_2 + l_{10} \phi_1 + l_{20} \phi_2.$$

Для вывода дифференциальных уравнений движения воспользуемся уравнением Лагранжа 2 рода. Выражения для кинетической и потенциальной энергии (1), (2) в первом приближении можно записать

$$T = \frac{1}{2} M (a \dot{y}_1 + b \dot{y}_2)^2 + \frac{1}{2} J c^2 (\dot{y}_1 - \dot{y}_2)^2 + \frac{1}{2} m_1 (\dot{y}_1 + l_{10} \dot{\phi}_1) + \quad (3)$$

$$+ \frac{1}{2} m_2 (\dot{y}_2 - l_{20} \dot{\phi}_2)^2 + \frac{1}{2} J_1 \dot{\phi}_1^2 + \frac{1}{2} J_2 \dot{\phi}_2^2,$$

$$\Pi = \frac{1}{2} k_1 (y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2} k_2 (y_2 - z_2)^2 + \frac{1}{2} k_{10} (y_1 + l_{10} \phi_1 - z_1)^2 + \quad (4)$$

$$+ \frac{1}{2} k_2 (y_2 - l_{20} \phi_2 - z_2)^2 +$$

$$+ \frac{1}{2} k_{30} l_{30}^2 (\phi_1 - \phi_2)^2.$$

Сделаем ряд необходимых выкладок:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{y}_1} = M a^2 \dot{y}_1 + M a b \dot{y}_2 + J c^2 \dot{y}_1 - J c^2 \dot{y}_2 + m_1 \dot{y}_1 + m_1 l_{10} \dot{\phi}_1,$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{y}_2} = M b^2 \dot{y}_2 + M a b \dot{y}_1 + \quad (5)$$

$$+ J c^2 \dot{y}_2 - J c^2 \dot{y}_1 + m_2 \dot{y}_2 - m_2 l_{20} \dot{\phi}_2,$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}_1} = J_1 \dot{\phi}_1 + m_1 l_{10}^2 \dot{\phi}_1 + m_1 l_{10} \dot{y}_1,$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}_2} = J_2 \dot{\phi}_2 + m_2 l_{20}^2 \dot{\phi}_2 - m_2 l_{20} \dot{y}_2.$$

Для определения производных по Π запишем вспомогательные соотношения

$$(y_1 + l_{10} \phi_1 - z_1)^2 = y_1^2 + 2 l_{10} y_1 \phi_1 + \quad (6)$$

$$+ l_{10}^2 \phi_1^2 - 2 z_1 (y_1 + l_{10} \phi_1) + z_1^2,$$

$$(y_2 + l_{20} \phi_2 - z_2)^2 = y_2^2 + 2 l_{20} y_2 \phi_2 + \quad (7)$$

$$+ l_{20}^2 \phi_2^2 - 2 z_2 (y_2 + l_{20} \phi_2) + z_2^2.$$

$$[(y_1 - y_2) + (l_{10} \phi_1 + l_{20} \phi_2)]^2 =$$

$$= y_1^2 - 2 y_1 y_2 + y_2^2 + \quad (7)$$

$$+ 2 (y_1 - y_2) (l_{10} \phi_1 + l_{20} \phi_2) +$$

$$+ l_{10}^2 \phi_1^2 + 2 l_{10} l_{20} \phi_1 \phi_2 + l_{20}^2 \phi_2^2,$$

тогда

$$\frac{\partial \Pi}{\partial y_1} = k_1 y_1 - k_1 z_1 + k_{10} y_1 + k_{10} l_{10} \phi_1 - k_{10} z_1,$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial y_2} = k_2 y_2 - k_2 z_2 + k_{20} y_2 - k_{20} l_{20} \phi_2 - k_{20} z_2,$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \phi_1} = k_{10} l_{10}^2 \phi_1 + k_{10} l_{10} y_1 - \quad (8)$$

$$- k_{10} l_{10} z_1 + k_{30} l_{30}^2 \phi_1 - k_{30} l_{30}^2 \phi_2,$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \phi_2} = k_{20} l_{20}^2 \phi_2 - k_{20} l_{20} y_2 +$$

$$+ k_{20} l_{20} z_2 + k_{30} l_{30}^2 \phi_2 - k_{30} l_{30}^2 \phi_1.$$

С учетом (3)÷(8) система дифференциальных уравнений запишется в виде

$$M a^2 \ddot{y}_1 + M a b \ddot{y}_2 + J c^2 \ddot{y}_1 - \quad (9)$$

$$- J c^2 \ddot{y}_2 + m_1 \ddot{y}_1 + m_1 l_{10} \ddot{\phi}_1 +$$

$$+ y_1 (k_1 + k_{10}) + \phi_1 k_{10} l_{10} = k_{10} z_1 + k_1 z_1,$$

$$Mb^2\ddot{y}_2 + Mab\ddot{y}_1 + Jc^2\ddot{y}_2 - Jc^2\ddot{y}_1 + m_2\ddot{y}_2 - m_2l_{20}\ddot{\phi}_2 + y_2(k_2 + k_{20}) - \varphi_2k_{20}l_{20} = k_{20}z_2 + k_2z_2, \quad (10)$$

$$J_1\ddot{\phi}_1 + m_1l_{10}^2\ddot{\phi}_1 + m_1l_{10}\ddot{y}_1 + \varphi_1(k_{10}l_{10}^2 + k_{30}l_{30}^2) + \quad (11)$$

$$+ y_1k_{10}l_{10} - \varphi_2k_{30}l_{30}^2 = k_{10}l_{10}z_1, J_2\ddot{\phi}_2 + m_2l_{20}^2\ddot{\phi}_2 - m_2l_{20}\ddot{y}_2 + \varphi_2(k_{20}l_{20}^2 + k_{30}l_{30}^2) - \varphi_1k_{30}l_{30}^2 + \quad (12)$$

$$+ y_2k_{20}l_{20} = k_2z_2 - k_{20}l_{20}z_2$$

или в унифицированной форме [4] уравнения (9) ÷ (12) примут вид

$$y_1 \left[(Ma^2 + Jc^2 + m_1) p^2 + k_1 + k_{10} \right] + y_2 (Mab - Jc^2) p^2 + \quad (13)$$

$$+ \varphi_1 (m_1l_{10}p^2 + k_{10}l_{10}) = k_{10}z_1 + k_1z_1,$$

$$y_1 (Mab - Jc^2) p^2 + y_2 \left[(Mb^2 + Jc^2 + m_2) p^2 + k_2 + k_{20} \right] - \quad (14)$$

$$- \varphi_2 (m_2l_{20}p^2 + k_{20}l_{20}) = k_{20}z_2 + k_2z_2,$$

$$y_1 (m_1l_{10}p^2 + k_{10}l_{10}) +$$

$$+ \varphi_1 \left[(J_1 + m_1l_{10}^2) p^2 + k_{10}l_{10}^2 + k_{30}l_{30}^2 \right] - \quad (15)$$

$$- \varphi_2k_{30}l_{30}^2 = k_{10}l_{10}z_1,$$

$$- y_2 (m_2l_{20}p^2 + k_{20}l_{20}) -$$

$$- \varphi_1k_{30}l_{30}^2 + \varphi_2 \times \quad (16)$$

$$\times \left[(J_2 + m_2l_{20}^2) p^2 + k_2l_{20}^2 + k_{30}l_{30}^2 \right] =$$

$$= -k_{20}l_{20}z_2.$$

Построим матрицу коэффициентов уравнений (13) ÷ (16), которая представлена в табл. 1.

Таблица 1

Коэффициенты дифференциальных уравнений (13) ÷ (16)

a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}
$(Ma^2 + Jc^2 + m_1) p^2 + k_1 + k_{10}$	$(Mab - Jc^2) p^2$	$k_{10}l_{10} + m_1l_{10}p^2$	0
a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{24}
$(Mab - Jc^2) p^2$	$(Mb^2 + Jc^2 + m_2) p^2 + k_2 + k_{20} + k_{30}$	0	$-k_{20}l_{20} - m_2l_{20}p^2$
a_{31}	a_{32}	a_{33}	a_{34}
$m_1l_{10}p^2 + k_{10}l_{10}$	0	$(J_1 + m_1l_{10}^2) p^2 + k_{10}l_{10}^2 + k_{30}l_{30}^2$	$-k_{30}l_{30}^2$
a_{41}	a_{42}	a_{43}	a_{44}
0	$-m_2l_{20}p^2 - k_{20}l_{20}$	$-k_{30}l_{30}^2$	$(J_2 + m_2l_{20}^2) p^2 + k_2l_{20}^2 + k_{30}l_{30}^2$

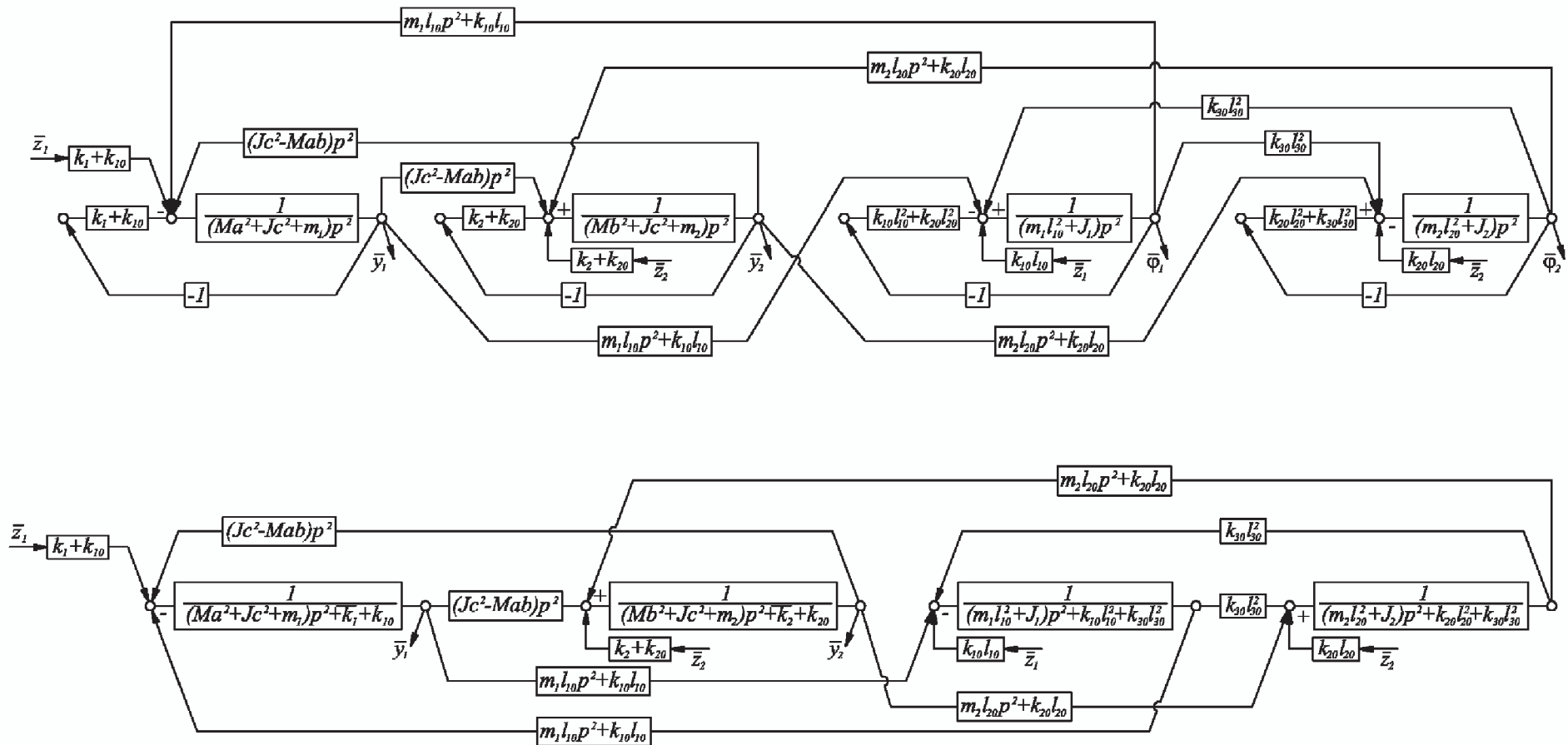


Рис. 2. Структурные схемы, эквивалентные в динамическом отношении системе автоматического управления для расчетной схемы, приведенной на рис. 1

На рис. 2 а, б приведены структурные схемы подвески с использованием координат движения φ_1 и φ_2 . Для дальнейших расчетов примем, что $m_1 = 0$, $m_2 = 0$, $J_1 = 0$, $J_2 = 0$, то есть будем полагать, что масса рычажных механизмов достаточно мала. Тем самым выражение для кинетической энергии (3) приобретает более точное значение, поскольку в расширенной форме, носящей предварительный характер, имеются некоторые отступления от теоремы Кениге [4]. Такой подход дает возможность выразить φ_1 и φ_2 через y_1 и y_2 .

Запишем (13) ÷ (16) в унифицированном виде

$$y_1 a_{11} + y_2 a_{12} + \varphi_1 a_{13} = z_1 (k_1 + k_{10}) = b_1, (17)$$

$$y_1 a_{21} + y_2 a_{22} + \varphi_2 a_{24} = z_2 (k_2 + k_{20}) = b_2, (18)$$

$$y_1 a_{31} + \varphi_1 a_{33} + \varphi_2 a_{34} = k_{10} l_{10} z_1 = b_3, (19)$$

$$y_2 a_{42} + \varphi_1 a_{43} + \varphi_2 a_{44} = -k_{20} l_{20} z_2 = b_4. (20)$$

Из (19), (20) найдем, что

$$\varphi_2 = \frac{z_1 a_{43} k_{10} l_{10} z_1 + a_{33} k_{20} l_{20} z_2 - y_1 a_{43} a_{31} + y_2 a_{33} a_{42}}{a_{43} a_{24} - a_{33} a_{44}}. (21)$$

Если принять $A = a_{43} a_{24} - a_{33} a_{44}$,

$z_1 = z_2$, $C = a_{43} k_{10} l_{10} + a_{33} k_{20} l_{20}$, то (21)

преобразуется к виду

$$\varphi_2 = \frac{z_1 C - y_1 a_{43} a_{31} + y_2 a_{33} a_{42}}{A}. (22)$$

Соответственно

$$\varphi_1 = \frac{z_1 C_1 - y_1 a_{44} a_{31} + y_2 a_{34} a_{42}}{A_1}, (23)$$

где $z_1 = z_2$, $A_1 = a_{44} a_{33} - a_{34} a_{43}$,

$C_1 = a_{44} k_{10} l_{10} + a_{34} k_{20} l_{20}$.

С учетом полученных соотношений (21) ÷ (23) уравнения (13) ÷ (16) примут вид:

$$y_1 a_{11} + y_2 a_{12} + a_{13} \frac{z_1 C_1 - y_1 a_{44} a_{31} + y_2 a_{34} a_{42}}{A_1} = z_1 (k_1 + k_{10}), (24)$$

$$y_1 a_{21} + y_2 a_{22} + a_{24} \frac{z_1 C - y_1 a_{43} a_{31} + y_2 a_{33} a_{42}}{A} = z_2 (k_2 + k_{20}). (25)$$

Введем ряд обозначений

$$d_1 = a_{11} A_1 - a_{13} a_{44} a_{31};$$

$$d_2 = a_{12} A_1 + a_{13} a_{34} a_{42};$$

$$d_3 = A_1 (k_1 + k_{10}) - a_{13} C_1;$$

$$d_4 = A a_{21} - a_{24} a_{43} a_{31}; (26)$$

$$d_5 = a_{22} A + a_{24} a_{33} a_{42};$$

$$d_6 = A (k_2 + k_{20}) - a_{24} C.$$

Тогда с учетом (26) система уравнений (24) ÷ (25)

$$y_1 d_1 + y_2 d_2 = z_1 d_3, (27)$$

$$y_1 d_4 + y_2 d_5 = z_1 d_6. (28)$$

Для вышеприведенных соотношений

$$a_{11} = (Ma^2 + Jc^2) p^2 + k_1 + k_{10},$$

$$a_{12} = a_{21} = (Mab - Jc^2) p^2, a_{14} = a_{41} = 0,$$

$$a_{23} = a_{32} = 0,$$

$$a_{24} = a_{42} = -k_{20} l_{20}, (29)$$

$$a_{33} = k_{10} l_{10}^2 + k_{30} l_{30}^2,$$

$$a_{44} = k_{20} l_{20}^2 + k_{30} l_{30}^2,$$

$$a_{34} = -k_{30} l_{30}^2,$$

$$a_{13} = a_{31} = k_{10} l_{10}.$$

Из (27), (28) можно найти передаточные функции

$$W_1 = \frac{\bar{y}}{\bar{z}_1} = \frac{d_3 d_4 - d_1 d_6}{d_2 d_4 - d_1 d_5}, (30)$$

$$W_2 = \frac{\bar{y}_1}{\bar{z}_1} = \frac{d_3 d_5 - d_2 d_6}{d_1 d_5 - d_2 d_4}. (31)$$

Структурная схема, соответствующая системе дифференциальных уравнений (27), (28), приведена на рис. 3.

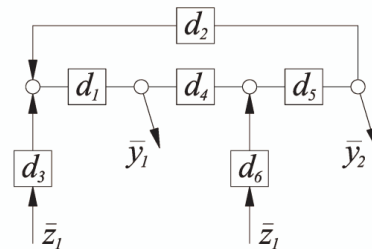


Рис. 3. Структурная схема САУ к системе уравнений (27), (28)

Из (17) ÷ (20) найдем, что

$$\varphi_2 = \frac{b_3 a_{43} - b_4 a_{33} - y_1 a_{31} a_{43} + y_2 a_{42} a_{33}}{a_{43} a_{34} - a_{44} a_{33}}, \quad (32)$$

$$\varphi_1 = \frac{b_3 a_{44} - b_4 a_{34} - a_{31} a_{44} y_1 + a_{42} a_{34} y_2}{a_{44} a_{33} - a_{34} a_{43}}. \quad (33)$$

Введем ряд обозначений

$$A = b_3 a_{44} - b_4 a_{34}, \quad B = -a_{31} a_{44},$$

$$B_1 = a_{42} a_{34},$$

$$A_1 = a_{44} a_{33} - a_{34} a_{43}, \quad A_2 = b_3 a_{43} - b_4 a_{33}, \quad (34)$$

$$B_2 = -a_{31} a_{43}, \quad B_3 = a_{42} a_{33},$$

$$A_3 = a_{43} a_{34} - a_{44} a_{33}.$$

Выражения (32), (33) можно записать в виде

$$\varphi_1 = \frac{A + B y_1 + B_1 y_2}{A_1} = R_1 + R_2 y_1 + R_3 y_2, \quad (35)$$

$$\text{где } R_1 = \frac{A}{A_1}, \quad R_2 = \frac{B}{A_1}, \quad R_3 = \frac{B_1}{A_1};$$

соответственно

$$\varphi_2 = \frac{A_2 + B_2 y_1 + B_3 y_2}{A_3} = \quad (36)$$

$$= R_4 + R_5 y_1 + R_6 y_2,$$

$$\text{где } R_4 = \frac{A_2}{A_3}, \quad R_5 = \frac{B_2}{A_3}, \quad R_6 = \frac{B_3}{A_3}.$$

Система дифференциальных уравнений (17) ÷ (20) преобразуется к виду

$$y_1 (a_{11} + a_{13} R_2) + y_2 (a_{12} + a_{13} R_3) = \quad (37)$$

$$= b_1 - a_{13} R_1,$$

$$y_1 (a_{21} + a_{24} R_5) + y_2 (a_{22} + a_{24} R_6) = \quad (38)$$

$$= b_2 - a_{24} R_4$$

или

$$y_1 \left[(M a^2 + J c^2) p^2 + k_{10} + k_1 + k_{10} l_{10} R_2 \right] + \quad (39)$$

$$+ y_2 \left[(M a b - J c^2) p^2 + k_{10} l_{10} R_3 \right] =$$

$$= b_1 - k_{10} l_{10} R_1 = b'_1,$$

$$y_1 \left[(M a b - J c^2) p^2 - k_{20} l_{20} R_5 \right] + \quad (40)$$

$$+ y_2 \left[(M b^2 + J c^2) p^2 + k_2 + k_{20} - k_{20} l_{20} R_6 \right] =$$

$$= b_2 + k_{20} l_{20} R_4 = b'_2,$$

где

$$R_1 = \frac{b_3 a_{44} - b_4 a_{34}}{a_{44} a_{33} - a_{34}^2} =$$

$$= \frac{z_1 k_{10} l_{10} (k_{20} l_{20}^2 + k_{30} l_{30}^2) - z_2 k_{20} l_{20} k_{30} l_{30}^2}{(k_{20} l_{20}^2 + k_{30} l_{30}^2) (k_{10} l_{10}^2 + k_{30} l_{30}^2) - (k_{30} l_{30}^2)^2},$$

$$R_2 = \frac{-a_{31} a_{44}}{a_{44} a_{33} - a_{34}^2} =$$

$$= \frac{-k_{10} l_{10} (k_{30} l_{30}^2 + k_{20} l_{20}^2) - z_2 k_{20} l_{20} k_{30} l_{30}^2}{(k_{30} l_{30}^2 + k_{20} l_{20}^2) (k_{10} l_{10}^2 + k_{30} l_{30}^2) - (k_{30} l_{30}^2)^2} =$$

$$= -\frac{k_{30} l_{30}^2 + k_{10} l_{10}^2}{2 k_{30} l_{30}^2 l_{10} + k_{10} l_{10}^3},$$

$$R_3 = \frac{a_{42} a_{34}}{a_{44} a_{33} - a_{34} a_{43}} =$$

$$= \frac{(-k_{20} l_{20}) (-k_{30} l_{30}^2)}{(k_{30} l_{30}^2 + k_{20} l_{20}^2) (k_{10} l_{10}^2 + k_{30} l_{30}^2) - (k_{30} l_{30}^2)^2}$$

$$R_4 = \frac{b_3 a_{43} - b_4 a_{33}}{a_{34}^2 - a_{44} a_{33}} =$$

$$= \frac{-z_1 k_{10} l_{10} k_{30} l_{30}^2 + z_2 k_{20} l_{20} (k_{10} l_{10}^2 + k_{30} l_{30}^2)}{(k_{30} l_{30}^2)^2 - (k_{20} l_{20}^2 + k_{30} l_{30}^2) (k_{10} l_{10}^2 + k_{30} l_{30}^2)}$$

$$R_5 = \frac{-a_{31} a_{43}}{a_{43} a_{34} - a_{44} a_{33}} =$$

$$= \frac{(-k_{10} l_{10}) (-k_{30} l_{30}^2)}{(k_{30} l_{30}^2)^2 - (k_{30} l_{30}^2 + k_{20} l_{20}^2) (k_{10} l_{10}^2 + k_{30} l_{30}^2)}$$

$$R_6 = \frac{B_3}{A_3} = \frac{a_{42} a_{33}}{a_{34}^2 - a_{44} a_{33}} =$$

$$= \frac{-k_{20} l_{20} (k_{10} l_{10}^2 + k_{30} l_{30}^2)}{(k_{30} l_{30}^2)^2 - (k_{10} l_{10}^2 + k_{30} l_{30}^2) (k_{20} l_{20}^2 + k_{30} l_{30}^2)}$$

$$b_1 = z_1 (k_1 + k_{10}), \quad b_2 = z_2 (k_2 + k_{20}),$$

$$b_3 = k_{10} l_{10} z_1, \quad b_4 = -k_{20} l_{20} z_2.$$

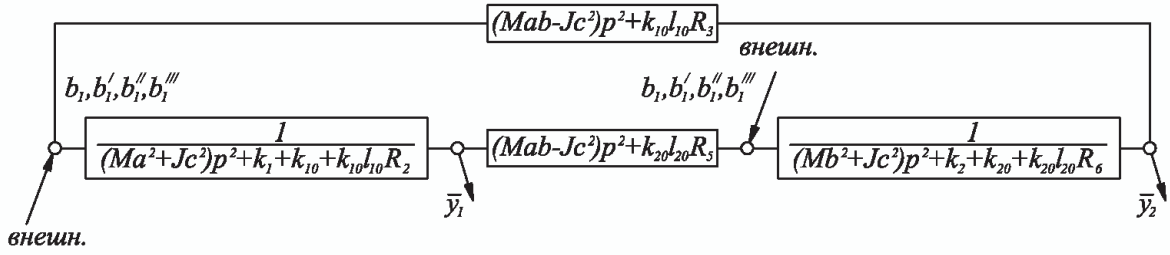


Рис. 4. Структурная схема системы соответствующая уравнениям (39), (40)

Рассмотрим внешние воздействия. Пусть $z_2 = 0$, тогда в уравнении (39)

$$b_1' = z_1 (k_1 + k_{10}) - k_{10}l_{10} \frac{[k_{10}l_{10} (k_{30}l_{30}^2 + k_{20}l_{20}^2) z_1]}{a_{44}a_{33} - a_{34}^2}, \quad (41)$$

а в уравнении (40) –

$$b_2' = k_{20}l_{20} \frac{[k_{10}l_{10} (-k_{30}l_{30}^2) z_1]}{a_{34}^2 - a_{44}a_{33}}, \quad (42)$$

Пусть $z_1 = 0$, тогда

$$b_1'' = -k_{10}l_{10} \frac{[(-k_{20}l_{20}) k_{30}l_{30}^2 z_2]}{a_{44}a_{33} - a_{34}^2}, \quad (43)$$

$$b_2'' = z_2 (k_2 + k_{20}) + k_{20}l_{20} \frac{[z_2 k_{20}l_{20} (k_{10}l_{10}^2 + k_{30}l_{30}^2)]}{a_{34}^2 - a_{44}a_{33}}. \quad (44)$$

Если принять, что $z_1 = z_2$, то внешние возмущения примут вид

$$b_1''' = z_1 (k_1 + k_{10}) - k_{10}l_{10} z_1 \frac{[k_{10}l_{10} (k_{30}l_{30}^2 + k_{20}l_{20}^2) - k_{20}l_{20} k_{30}l_{30}^2]}{a_{44}a_{33} - a_{34}^2}, \quad (45)$$

$$b_2''' = z_1 (k_2 + k_{20}) + k_{20}l_{20} z_1 \times \frac{[k_{20}l_{20} (k_{10}l_{10}^2 + k_{30}l_{30}^2) - k_{10}l_{10} k_{30}l_{30}^2]}{a_{34}^2 - a_{44}a_{33}}. \quad (46)$$

Упрощения возможны если

$$k_{10}l_{10} = k_{20}l_{20}.$$

Так при $z_1 = z_2$ и $k_{10}l_{10} = k_{20}l_{20}$

$$b_1''' = z_1 (k_1 + k_{10}) - z_1 k_{10}l_{10} \frac{[k_{10}l_{10} (k_{10}l_{10}^2 + k_{30}l_{30}^2) - k_{10}l_{10} k_{30}l_{30}^2]}{a_{44}a_{33} - a_{34}^2} = z_1 (k_1 + k_{10}) - z_1 k_{10}l_{10} \frac{[k_{10}l_{10} (k_{10}l_{10}^2 + k_{30}l_{30}^2) - k_{10}l_{10} k_{30}l_{30}^2]}{(k_{10}l_{10}^2 + k_{30}l_{30}^2)(k_{10}l_{10}^2 + k_{30}l_{30}^2) - (k_{30}l_{30}^2)^2} = z_1 (k_1 + k_{10}) - z_1 k_{10}l_{10} \frac{k_{10}^2 l_{10}^3}{k_{10}^2 l_{10}^4 + 2k_{30}k_{10}l_{10}^2 l_{30}^2}.$$

При $k_{30} = k_{10}$ имеем последовательное соединение пружин.

Рассмотрим случай, когда перекрестные связи будут равны нулю. В силу не симметрии матрицы коэффициентов $k_{10}l_{10} \neq k_{20}l_{20}$ получим, что

$$\omega_1^2 = \frac{k_{10}l_{10}R_3}{Mab - Jc^2}, \quad (47)$$

$$\omega_2^2 = \frac{k_{20}l_{20}R_5}{Mab - Jc^2}.$$

$$R_3 = \frac{B_1}{A_1} = \frac{a_{42}a_{34}}{a_{44}a_{33} - a_{34}^2} = \frac{(-k_{20}l_{20})(-k_{30}l_{30}^2)}{a_{44}a_{33} - a_{34}^2};$$

$$\omega_1^2 = \frac{k_{10}l_{10}k_{20}l_{20}k_{30}l_{30}^2}{(Mab - Jc^2)(a_{44}a_{33} - a_{34}^2)}.$$

$$R_5 = \frac{B_2}{A_3} = \frac{-a_{31}a_{43}}{a_{34}^2 - a_{44}a_{33}} = \frac{-(k_{10}l_{10})(k_{30}l_{30}^2)}{a_{34}^2 - a_{44}a_{33}};$$

$$\omega_2^2 = \frac{k_{10}l_{10}k_{20}l_{20}k_{30}l_{30}^2}{(Mab - Jc^2)(a_{44}a_{33} - a_{34}^2)}.$$

Частоты совпадают

$$\begin{aligned} \omega^2 &= \frac{k_{10}l_{10}k_{20}l_{20}k_{30}l_{30}^2}{(Mab - Jc^2) \left((k_{10}l_{10}^2 + k_{30}l_{30}^2)(k_{20}l_{20}^2 + k_{30}l_{30}^2) - (k_{30}l_{30}^2)^2 \right)} = \\ &= \frac{k_{10}l_{10}k_{20}l_{20}k_{30}l_{30}^2}{(Mab - Jc^2) (k_{10}l_{10}^2 k_{20}l_{20}^2 + k_{10}l_{10}^2 k_{20}l_{20}^2 + k_{30}l_{30}^2 k_{20}l_{20}^2)}. \end{aligned}$$

$$\frac{\bar{y}_1}{\bar{z}_1} = \frac{b'_1 \left[(Ma^2 + Jc^2) p^2 + k_1 + k_{10} + k_{10}l_{10}R_2 \right]}{D} + \frac{b'_2 \left[(Mab - Jc^2) p^2 + k_{10}l_{10}R_3 \right]}{D}, \quad (49)$$

Используя структурную схему на рис. 5, найдем передаточные функции. Они будут зависеть от вида внешнего воздействия.

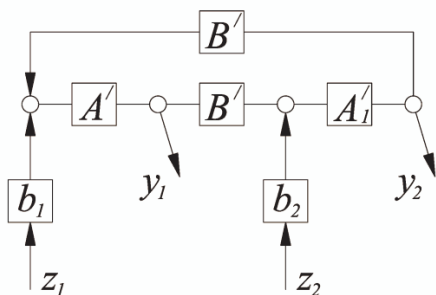


Рис. 5. Структурная схема для определения передаточной функции для системы на рис. 1 при $z_2 \neq 0$

Если $z_1 \neq 0$ и $z_2 = 0$, то введем обозначения

$$\begin{aligned} A' &= \frac{1}{(Ma^2 + Jc^2) p^2 + k_1 + k_{10} + k_{10}l_{10}R_2}, \\ B' &= (Mab - Jc^2) p^2 + k_{10}l_{10}R_3 = \\ &= (Mab - Jc^2) p^2 + k_{20}l_{20}R_5, \\ A'_1 &= \frac{1}{(Mb^2 + Jc^2) p^2 + k_2 + k_{20} - k_{20}l_{20}R_6} \end{aligned}$$

Запишем выражения для передаточных функций системы

$$\begin{aligned} \frac{\bar{y}_2}{\bar{z}_1} &= \\ &= \frac{\left[(Mab - Jc^2) p^2 + k_{10}l_{10}R_3 \right] b'_1}{D} + \\ &+ \frac{b'_2 \left[(Mb^2 - Jc^2) p^2 + k_2 + k_{20} - k_{20}l_{20}R_6 \right]}{D}, \end{aligned} \quad (48)$$

где

$$\begin{aligned} D &= \\ &= \left[(Ma^2 + Jc^2) p^2 + k_1 + k_{10} + k_{10}l_{10}R_2 \right] \times \\ &\times \left[(Mb^2 + Jc^2) p^2 + k_2 + k_{20} - k_{20}l_{20}R_6 \right] - \\ &- \left[(Mab - Jc^2) p^2 + k_{10}l_{10}R_3 \right]^2 = 0 \end{aligned} \quad (50)$$

является характеристическим уравнением системы.

Выражения для передаточных функций (48) ÷ (50) справедливы для всех случаев внешнего возмущения, предоставленных выражениями (41) ÷ (46).

Из выражения (48) следует, что по координате y_2 возможно динамическое гашение при условии

$$\begin{aligned} p^2 \left[(Mab - Jc^2) b'_1 + (Mb^2 + Jc^2) b'_2 \right] + \\ + k_{10}l_{10}R_3 b'_1 + \\ + b'_2 (k_2 + k_{20} - R_6 k_{20}l_{20}) = 0; \end{aligned}$$

при этом

$$\omega_{\text{дин.1}}^2 = \frac{b'_2 (k_2 + k_{20} - k_{20}l_{20}R_6) + b'_1 (k_{10}l_{10}R_3)}{(Mab - Jc^2) b'_1 + (Mb^2 + Jc^2) b'_2}.$$

По координате y_1 также возможен режим динамического гашения

$$\omega_{\text{дин.2}}^2 = \frac{b'_1 (k_1 + k_{10} + k_{10}l_{10}R_2) + b'_2 (k_{10}l_{10}R_3)}{b' (Ma^2 + Jc^2) + b'_2 (Mab - Jc^2)}.$$

Режимы динамического гашения наблюдаются при всех рассмотренных выше видах внешнего кинематического воздействия.

При $\omega_{\text{дин.1}} = \omega_{\text{дин.2}}$ возможен режим, когда подвеска не формирует угловых движений.

На частоте

$$\omega^2 = \frac{k_0 I_0 R_3}{Mab - Jc^2}$$

возможно зануление перекрестных связей, то есть, энергообмен между парциальными системами не происходит. Таким образом, введение упругой связи между движениями по координатам y_1 и y_2 , достигаемой путем введения рычажных механизмов для преобразования относительных движений подвески, дает возможность к поиску и разработке рациональных конструктивных решений.

Литература

1. Ермошенко, Ю.В. Управление вибрационным состоянием в задачах виброзащиты и виброизоляции // Дис. канд. техн. наук. – Иркутск: ИрГУПС, 2003. – 196 с.
2. Банина, Н. В. Структурные методы динамического синтеза колебательных механических систем с учетом особенностей физической реализации обратных связей // Дисс. канд. техн. наук. – Иркутск: ИрГУПС, 2006. – 192 с.
3. Елисеев, С.В., Резник, Ю.Н., Хоменко, А.П., Засядко, А.А. Динамический синтез в обобщенных задачах виброзащиты и виброизоляции технических объектов. – Читин. гос. ун-т, Иркут. гос. ун-т путей сообщ. – Иркутск : Изд-во Иркут. гос. ун-та, 2008. – 523 с. – ISBN 978-5-9624-0291-8.
4. Упырь, Р.Ю. Динамика механических колебательных систем с учетом пространственных форм соединения элементарных звеньев. // Дисс. канд. техн. наук. – Иркутск: ИрГУПС, 2009. – 189 с.
5. Грачева Л.О. Взаимодействие вагонов и железнодорожного пути. – М.: Транспорт, 1968. – 207 с.

УДК 621.833

А.М. Долотов, В.И. Молчанов*

МЕТОДИКА РАСЧЕТА НА ПРОЧНОСТЬ ЧЕРВЯЧНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПЕРЕДАЧ С КОЛЕСАМИ ИЗ КАПРОЛОНА

В статье рассматриваются вопросы создания, исследования и применения червячных передач с колесами из капролона. Приводятся сведения о физико-механических свойствах капролона, работоспособности металлополимерных червячных передач и новых типах исходных червяков. Излагается методика расчета капролоновых червячных колес на изломную прочность, обобщен опыт их использования в различных отраслях техники.

Ключевые слова: капролон, червячные передачи, прочность.