УДК 531.43;621.891

П.М. Огар, А.А. Дейнеко, Д.Д. Щур*

КОНТАКТ ЖЕСТКОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ НЕРОВНОСТИ С УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИМ ПОЛУПРОСТРАНСТВОМ

Рассмотрено внедрение жесткой сферической неровности в упругопластическое полупространство. На основе подобия деформационных характеристик получены выражения для площади контакта и средних напряжений в зависимости от степени нагруженности.

Ключевые слова: упругопластический контакт, внедрение сферы, пластическая твердость.

Для решения контактных задач в трибологии широко используется дискретная модель шероховатости. Микронеровности (в дальнейшем – неровности) представляются в виде простых геометрических тел, для которых имеются решения контактных задач. Затем решение для единичной неровности распространяют на все контактирующие неровности при условии, что общая приложенная нагрузка равна сумме нагрузок, приложенных к каждой неровности. В зависимости от условий контактирования возможен различный характер деформирования неровностей: упругий, упругопластический, жесткопластический.

Для определения характера деформирования необходимо обладать достоверным критерием пластичности. Этот вопрос подробно рассмотрен в работе [1], когда взаимным влиянием неровностей можно пренебречь, а также в работах [2, 3], где учтено взаимное влияние неровностей. Рассмотрим внедрение сферической неровности в упругопластическое полупространство без учета влияния остальных неровностей. Согласно данным [1], эквивалентные напряжения на площадке контакта, определенные по разным теориям прочности, имеют разные значения, тогда как эквивалентные напряжения на оси z, определенные по разным теориям прочности, совпадают. Согласно критериям максимального касательного напряжения Треска, пластическая деформация на оси z соответствует эквивалентному напряжению

$$\sigma_{экв} = \left|\sigma_3 - \sigma_1\right| = 2\tau_{1\max} = 0,62 q_0 = \sigma_Y$$

и при $\mu = 0{,}3$ находится на расстоянии $z = 0{,}481\,a$

Здесь σ_1, σ_3 – главные напряжения; $\tau_{1\max}$ – максимальное касательное напряжение; q_0 – максимальное напряжение на площадке контакта; σ_Y – предел текучести; μ – коэффициент Пуансона. При этом максимальное контактное давление

$$q_0 = 1{,}613\sigma_Y .$$

В общем случае максимальное контактное давление, при котором начинается пластическая деформация, можно представить формулой

$$q_{0P} = K_Y \sigma_Y, \qquad (1)$$

где K_Y – константа.

По данным [4], K_Y имеет значение от 0,5 до 2,1. В работах Н.Б. Демкина, посвященных контактированию шероховатых поверхностей, значение K_Y близко к 3.

Очевидно, что в контактных задачах трибологии интерес представляет начало пластической деформации на поверхности контакта, чем можно объяснить, что $K_Y > 1{,}613$, т. е. больше, чем для начала пластической деформации в приповерхностном слое.

Согласно [1], наибольшее значение эквивалентного напряжения $\sigma_{экв}(\rho)$ имеет место на краю площадки контакта ($\rho = 1$), где оно незначительно превышает значение в центре площадки контакта ($\rho = 0$). Эквивалентное напряжение на краю площадки представлено в виде

$$\sigma_{экв}(1) = K_\sigma \sigma_{экв}(0) .$$

По энергетической теории сдвиговой деформации K_σ = 1,16, по теории максимальных касательных напряжений $K_\sigma = 1{,}33$, по теории максимального приведенного напряжения $K_\sigma = 1$.

Максимальное контактное давление на площадке, при котором имеет место пластическая деформация,

$$q_{0P} = \frac{2}{K_\sigma (1 - 2\mu)} \sigma_Y . \qquad (2)$$

Т. е., в этом случае

$$K_Y = \frac{2}{K_\sigma (1 - 2\mu)} .$$

Для значений μ = 0,27 ...0,33 и K_σ = 1,16 имеем K_Y = 3,75 ... 5,07.

Развитый пластический отпечаток (образование лунки) получаем, когда эквивалентное напряжение в центре площадки контакта достигнет предела текучести. В этом случае K_σ = 1, и для значений μ = 0,27 ... 0,33 получим K_Y = 4,35 ... 5,88, для μ = 0,3 - K_Y = 5,0.

Таким образом, можно утверждать, что развитый пластический отпечаток на площадке контакта образуется, когда максимальное контактное

* - автор, с которым следует вести переписку.

напряжение в центре площадки контакта достигает пластической твердости HD, так как, по данным [5], для углеродистых сталей $HD = 5\sigma_Y$.

При упругом контакте сферической неровности радиусом r связь величины усилия N_{ei} и деформации h_i определяется по Герцу:

$$N_{ei} = \frac{4}{3}\frac{h_i^{\frac{3}{2}} r^{\frac{1}{2}}}{\Theta}, \tag{3}$$

где $\Theta = (1-\mu^2)/E$; E – модуль упругости.

Приведенное выражение справедливо при $h_i < h_Y$, где h_Y – величина деформации, соответствующая появлению первого пластического отпечатка. По теории Герца, величина h_Y и соответствующее ей усилие N_Y определяются выражениями

$$h_Y = \frac{\pi^2}{4} r\theta^2 HD^2; \tag{4}$$

$$N_Y = \frac{\pi^3}{6} r^2\theta^2 HD^3. \tag{5}$$

При величине деформации $h_i > h_Y$ происходит упругопластический контакт, который характеризуется наличием необратимых деформаций. В этой области упругая составляющая h_e с увеличением усилия постепенно уменьшается, а величина пластической деформации h_p увеличивается. Общая деформация упругопластической области [5].

$$h_i = h_e + h_p; \tag{6}$$

$$h_e = \frac{h_0}{\sqrt[3]{1+2h_p/h_e}}; \tag{7}$$

$$h_p = \frac{N_i - N_Y}{2\pi rHD}, \tag{8}$$

где h_0 – величина деформаций, определяемая по теории Герца

$$h_0 = \left(\frac{9N_i^2\Theta^2}{16r}\right)^{\frac{1}{3}}. \tag{9}$$

Заменим абсолютную нагрузку ее относительной величиной $k = N_i/N_Y$. Используя подобие деформационных характеристик, предложенных в работе [6], выражение (8) и (9) представим в виде

$$h_p = h_Y(k-1)/3, \tag{10}$$

$$h_0 = h_Y k^{\frac{2}{3}}. \tag{11}$$

С учетом выражений (10), (11) из (7) получим

$$\left(\frac{h_Y}{h_e}\right)^3 - \frac{2(k-1)}{3k^2}\left(\frac{h_Y}{h_e}\right) - \frac{1}{k^2} = 0, \quad k \ge 1. \tag{12}$$

Выражения (10)...(12) отличаются тем, что величины деформаций определяются только степенью нагружения k и величиной h_Y.

Решение уравнения (12) представим в виде

$$\frac{h_e}{h_Y} = \left(\sqrt[3]{-q+\sqrt{D}} + \sqrt[3]{-q-\sqrt{D}}\right)^{-1}, \tag{13}$$

где $q = -\frac{1}{2k^2}$; $p = -\frac{2(k-1)}{9k^2}$; $D = q^2 + p^3$.

С достаточной для инженерных расчетов точностью выражение (13) можно аппроксимировать зависимостью

$$\frac{h_e}{h_Y} = k^{0.528}. \tag{14}$$

При этом для $1 \le k \le 1000$ относительная погрешность не превышает 4 %, а ее среднее значение менее 1 %.

Зависимости общей относительной деформации и ее составляющих (10) и (13) от относительной нагрузки представлены на рис. 1.

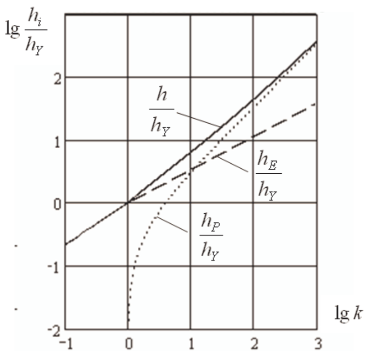

Рис. 1. Зависимость относительной деформации от относительного коэффициента б нагрузки

Фактическая площадь контакта при деформации единичной неровности на величину h_i

$$A_{ri} = \alpha_i 2\pi r h_i, \tag{15}$$

где α_i – коэффициент, характеризующий напряженное и критическое состояние материала в зоне контакта. Для упругопластического контакта, т. е. при $k \ge 1$ $\alpha_i = 0.5...1$.

Согласно данным [5], площадь контакта единичной сферической неровности при упругопластическом контакте

$$A_{ri} = 2\pi r\left(h_p + 0.5h_e\right). \tag{16}$$

Приравнивая выражения (15) и (16), с учетом выражений (6), (10) и (14) получим

$$\alpha_i = \frac{h_p + 0.5h_e}{h_p + h_e} = \frac{k-1+1.5k^{0.528}}{k-1+3k^{0.528}}, k \ge 1. \tag{17}$$

Средние контактные напряжения на площадке контакта

$$q_{mi} = \frac{N_i}{A_{ri}} = \frac{N_Y k}{\alpha_i 2\pi r h_i}, \ k \ge 1$$

С учетом выражений (4), (5), (6), (10), (14) и (17) имеем

$$\frac{q_{mi}}{HD} = \frac{k}{k-1+1.5k^{0.528}}, \quad k \geq 1 \qquad (18)$$

При упругом контакте, т. е. при $k \geq 1$

$$\frac{q_{mi}}{HD} = \frac{2}{3}k^{\frac{1}{3}}.$$

Полученные зависимости (17) и (18) представлены на рис. 2.

При анализе графических зависимостей следует иметь в виду, что переход от упругого контакта к упругопластическому происходит плавно, ибо пластическая деформация в микрообъемах материала возникает до того, как расчетные зависимости достигают пластической твердости в центре площадки контакта. Отсюда изображенный на графике $\alpha(k)$ излом при переходе от упругой к упругопластической деформации следует рассматривать, как схематизацию процесса на границе, которая сама по себе является условной. Следовательно, пик на зависимости $\frac{q_m}{HD}(k)$ также уменьшится.

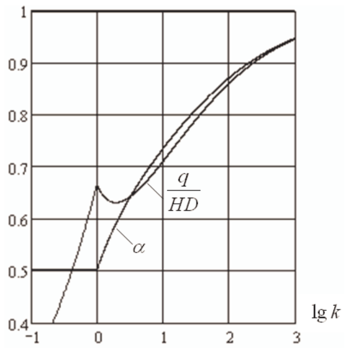

Рис. 2. Изменение относительного контактного давления q/HD и коэффициента α с ростом относительной нагрузки

Следует указать, что аналогичный вид имеет диаграмма вдавливания шара, построенная в координатах нагружение – степень деформации [7, с. 22].

Таким образом, используя выражения (6), (10), (14), (15), (17) и (18), при известной относительной нагрузке k можно определить контактные характеристики в случае внедрения сферы в упругопластическое полупространство. Однако при контактировании шероховатой поверхности с упругопластическим полупространством удобней определять нагрузку на отдельных поверхностях для известной величины деформации с целью последующего их суммирования и приравнивания к общей нагрузке. В этом случае следует использовать следующую зависимость:

$$k = \frac{N_i}{N_Y} = 3\left(\frac{h_i}{h_Y}\right) - 3.4\left(\frac{h_i}{h_Y}\right)^{0.6} + 1.4 . \qquad (19)$$

Тогда с учетом выражений (1О), (19) и того, что из (15) и (16)

$$\alpha_i = \frac{h_p + 0.5h_e}{h_i} = 0.5\left(1 + \frac{h_p}{h_i}\right),$$

получим

$$\alpha_i = 1 - \frac{17}{30}\left(\frac{h_Y}{h_i}\right)^{0.4} + \frac{1}{15}\left(\frac{h_Y}{h_i}\right); \qquad (20)$$

$$A_{ri} = 2\pi r\left(h_i - \frac{17}{30}h_i^{0.6}h_Y^{0.4} + \frac{1}{15}h_Y\right). \qquad (21)$$

Последнее выражение, описывающее площадь контакта отдельной неровности при упругопластическом контакте, следует использовать для определения площади контакта шероховатой поверхности с полупространством.

При учете взаимного влияния поверхности необходимо учитывать изменения условий начала пластической деформации согласно работам [2, 3].

Литература

1. Огар, П. М. Критерий пластичности при контактировании шероховатых поверхностей / П. М. Огар, А. А. Дайнеко, С. С. Клюс // Механики XXI веку. – Братск: БрГУ, 2007. – С. 309-319.

2. Огар, П. М. Определение начала пластической деформации при моделировании контакта шероховатых поверхностей / П. М. Огар, А. А. Дайнеко, С. С. Клюс // Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ: межвуз. темат. сб. тр. – СПб.: СПбГАСУ, 2007. Вып.3. – С. 182-192.

3. Огар, П. М. Контактирование шероховатых поверхностей: фрактальный подход / П. М. Огар, Д. Б. Горохов. – Братск: Изд-во БрГУ, 2007. – 171 с.

4. Majumdar A, Bhushan B. Role of Fractal Geometry in Roughness Characterization and Contact Mechanics of Surfaces // ASME Journal of Tribology. – 1990. – Vol. 112. – P. 205-216.

5. Дрозд, М. С. Инженерные расчеты упругопластической контактной деформации / М. С. Дрозд, М. М. Матлин, Ю. И. Сидякин. – М.: Машиностроение, 1986. – 234 с.

6. Ланков, А. А. Деформирование металлов сферой и подобие деформационных характеристик в упругопластической области / А. А. Ланков // Фрикционный контакт деталей машин. – Калинин: КГУ, 1984. – С. 40-46.

7. Марковец, М. П. Определение механических свойств металлов по твердости / М. П. Марковец. – М.: Машиностроение, 1979. – 191 с.