

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДОСТУПНОСТИ ДЕРЕВЬЕВ ДРЕВОСТОЯ
ДЛЯ ВАЛКИ ЗАРУБЕЖНЫМИ МАШИНАМИ**

В статье разработана математическая модель доступности деревьев древостоя для валки зарубежными машинами лесозаготовительного производства и сформулированы оптимальные технологические операции, которые необходимо выполнять, чтобы процесс воспроизводства леса после выполнения лесосечных работ производился естественным образом без производства искусственного лесовосстановления.

Ключевые слова: зарубежная лесозаготовительная техника, технологические операции, лесозаготовка

Согласно Правилам рубок главного пользования для лесов Восточной Сибири в лесах 1 группы необходимо проводить выборочные и постепенные рубки, а для перестойных древостоев разрешаются сплошные. Согласно выполненным исследованиям [2] деревья в лесу в естественных условиях произрастания образуют пуассоновское поле. Построим статистическую картину доступности деревьев в древостоях для перечисленных видов рубок.

Введем условные обозначения для данного раздела: L_c – длина стрелы манипулятора, м; b_c – ширина стрелы манипулятора в общем случае с учетом среднего диаметра срезаемых деревьев и поперечного размера захватно-срезающего устройства (ЗСУ), м; N – количество деревьев на квадратном метре лесной площади, ед.; n – число деревьев подроста на квадратном метре, ед.; h – ширина волока, м; α_m – максимальный угол вращения манипулятора, °; A – расстояние между осями волоков, м.

Для A имеет место формула:

$$A = L_c \cdot \cos \alpha_0, \tag{1}$$

где

$$\alpha_0 = \frac{(\pi - \alpha_m)}{2} \tag{2}$$

Рассмотрим вероятностную картину процесса валки деревьев для машинной технологии лесозаготовки хлыстами на базе валочно-пакетирующей машины (процессора) в комплекте с трелёвочной машиной (скидером):

Процессор последовательно выходит на дерево, спиливает его и укладывает на волок.

Доступность деревьев для их спиливания у рассматриваемых машин описывается одинаковой статистической картиной, отличаются они способами транспортировки спиленного дерева на волок, которые и определяют характер повреждения подроста и тонкомера.

Вероятностный закон распределения Пуассона имеет вид [1]

$$P_k(x) = (\lambda \cdot x)^k \cdot (k!)^{-1} \cdot e^{-\lambda \cdot x}, \tag{3}$$

где k – целое число ($k = 0, 1, 2, \dots$, k – множество положительных целых чисел); x – расстояние до дерева от оси вращения манипулятора; k – число деревьев (целое число), которые встречает манипулятор при своем вылете; для заданных условий

$$\lambda = b_c \cdot N, \tag{3,a}$$

При $k = 0$ формула (3) имеет вид

$$P_0(x) = e^{-\lambda \cdot x} \tag{4}$$

и описывает вероятность того, что при вылете стрелы манипулятора на расстояние X не встретится ни одного дерева, т.е. это опорный экспоненциальный закон вероятностей для выборочных рубок, когда намечается дерево для спиливания.

При сплошных рубках последовательно спиливается одно дерево древостоя за другим, поэтому в этом случае $k = 1$. В этом случае формула (3) принимает вид

$$P_1(x) = \lambda \cdot x \cdot e^{-\lambda \cdot x}, \tag{5}$$

описывая вероятность встречи стрелы манипулятора с одним деревом на расстоянии x , после чего оно спиливается ЗСУ.

Вероятность того, что на расстоянии x встретятся два растущих дерева ($k = 2$), подлежащих спиливанию, равна

$$P_2(x) = \frac{1}{2} (\lambda \cdot x)^2 \cdot e^{-\lambda \cdot x}, \tag{5a}$$

и т.д.

Для определения наиболее вероятного расстояния между деревьями древостоя и числа деревьев на полном вылете стрелы манипулятора воспользуемся общей формулой (3). На расстоянии полного вылета стрелы манипулятора (3) переходит в формулу

$$P(L_c) = (\lambda \cdot L_c)^k \cdot (k!)^{-1} \cdot e^{-\lambda \cdot L_c} \tag{5b}$$

где $k = 0, 1, 2, 3, \dots$

При определении наиболее вероятного числа деревьев, которые встретятся на расстоянии L_c , необходимо определить максимальную вероятность в пуассоновском законе распределения (3). Поэтому выполним дифференцирование $P(x)$ по x и полученный результат приравняем к нулю

$$\frac{dP}{d(x)} = k\lambda(\lambda \cdot x)^{k-1} \cdot (k!)^{-1} \cdot e^{-\lambda \cdot x} - \tag{6}$$

$$-(\lambda \cdot x)^k \cdot (k!)^{-1} \cdot e^{-\lambda \cdot x} = 0$$

откуда следует значение параметра

$$k = \lambda \cdot x = \text{INT}(\lambda x), \tag{6a}$$

* - автор, с которым следует вести переписку.

и его максимальное значение определяется выражением

$$k = \lambda \cdot L_c. \quad (6b)$$

Таким образом, максимальная вероятность имеет место, когда

$$k = \text{INT}(\lambda L_c) = k_0. \quad (6c)$$

здесь INT – операция округления значения (λL_c) до целого числа, т.е. $\text{INT}(\lambda L_c)$ – это целое число деревьев, которые будут на площади стрелы манипулятора $(b_c N L_c)$ при её полном вылете.

В рассматриваемых условиях пуассоновский закон распределения, описывающий встречу стрелы манипулятора с деревьями, принимает вид

$$P(x) = (\lambda \cdot x)^{k_0} \cdot (k_0!)^{-1} \cdot e^{-\lambda \cdot x} \quad (6d)$$

Ввиду того, что длина манипулятора много больше ширины $(L_c \gg b_c)$, среднее расстояние между деревьями древостоя можно оценить выражением

$$L = \text{INT}(\lambda L_c)^{-1} \cdot L_c = k_0^{-1} \cdot L_c. \quad (7)$$

Отметим, что параметр $k_0 = \text{INT}(\lambda L_c)$ определяет наиболее вероятное число перемещений стрелы манипулятора при укладке спиленных деревьев на волок.

Определим среднее радиальное расстояние вылета стрелы манипулятора при спиливании деревьев. Это расстояние не зависит от числа деревьев на площади лесосеки, а определяется характером их расположения по отношению к выбираемой технологии лесозаготовки и параметрам стрелы манипулятора. Рассмотрим три характерные технологические операции наведения ЗСУ на дерево и его спиливание: узкопрямоугольная лента, когда машина движется по волоку, круговая и прямоугольная с одной стоянки.

Для первой операции имеет место распределение плотности вероятности

$$P(x) = \frac{1}{L_c}. \quad (8)$$

И линейного характера самой вероятности

$$F(x) = \frac{x}{L_c}, \quad (8a)$$

Здесь среднее расстояние до дерева принимает следующее выражение:

$$L = \int x \cdot p(x) dx = \frac{1}{2} L_c. \quad (9)$$

Вероятность проведения рубок определяется выражением

$$P = \int p(x) \cdot (\lambda \cdot x)^{k_0} \cdot (k_0!)^{-1} \cdot e^{-\lambda \cdot x} dx. \quad (10)$$

Для данной технологической операции получаем выражение

$$P_1 = \frac{1}{L_c (k_0!)^2} \int (\lambda \cdot x)^{k_0} \cdot e^{-\lambda \cdot x} dx = \frac{1}{L_c (k_0!) \cdot \lambda} \left[k_0 \int (\lambda \cdot x)^{k_0-1} \cdot e^{-\lambda \cdot x} dx - (\lambda^{k_0} \cdot e^{-\lambda \cdot L_c}) \right] \quad (11)$$

При $k = 0$ получаем

$$P_{10} = (\lambda \cdot L_c)^{-1} \cdot (1 - e^{-\lambda \cdot L_c}), \quad (12)$$

и т.д.

Для второй технологической операции имеет место линейное распределение плотности вероятности

$$P_2 = \frac{2x}{L_c^2}. \quad (13)$$

И квадратичное для вероятности

$$P(x) = \frac{2}{L_c^2} \int x dx = \left(\frac{x}{L_c} \right)^2. \quad (13a)$$

Здесь среднее расстояние до дерева равно

$$L_2 = \frac{2}{L_c^2} \int x^2 dx = \frac{2}{3} L_c \quad (13b)$$

Вероятность проведения данной технологической операции равна

$$P_2 = \frac{2}{L_c^2 (k_0!)^2} \int x (\lambda x)^{k_0} e^{-\lambda \cdot x} dx \quad (14)$$

При $k_0 = 0$ вероятность равна

$$P_{20} = \frac{2}{L_c^2 (k_0!)^2} \cdot \frac{L_c + \lambda^{-1}}{e^{-\lambda \cdot x} \cdot \lambda} \quad (15)$$

И т.д.

Для третьей технологии имеет место произведение плотностей вероятностей по прямоугольным координатам x, y

$$P_3(x, y) = \frac{1}{L_c^2}, \quad (16)$$

И распределение вероятности принимает вид

$$F(x, y) = \frac{1}{L_c^2} \int dx \int dy = \frac{x \cdot y}{L_c^2} \quad (16a)$$

Здесь среднее расстояние до дерева по координате x равно

$$L_{3x} = \frac{1}{L_c^2} \int dy \int x dx = \frac{L_c^2}{2^2} = 0.36 L_c, \quad (17)$$

а среднее расстояние по координате y

$$L_{3y} = \frac{1}{L_c^2} \int dx \int y dy = 0.36 L_c, \quad (18)$$

Поэтому среднее расстояние до дерева равно

$$L_3 = \frac{1}{2} L_c. \quad (19)$$

Вероятность проведения данной технологической операции по координатам x и y равна

$$P_3 = \frac{1}{2 \cdot L_c^4 \cdot (k_0!)^2} \int \frac{(\lambda \cdot x)^{k_0}}{e^{\lambda \cdot x}} dx \int \frac{(\lambda \cdot y)^{k_0}}{e^{\lambda \cdot y}} dy =$$

$$= \frac{2}{(\lambda \cdot L_c)^2} \left(1 - \frac{1}{e^{2\lambda \cdot L_c}} \right)^2 \quad (20)$$

При моделировании процессов заготовки лесоматериалов с применением процессоров можно определить основные показатели эффективности, что позволяет определить оптимальный технологический процесс.

В лесах можно проводить суперпозицию различных видов рубок (сплошных и не сплошных), необходимым условием их проведения является организация таких технологических процессов, при которых становится возможным естественное лесовосстановление без выполнения искусственного. Для этого сохранение подроста должно быть не менее 60% [3].

Технология лесозаготовки с укладкой спиленных деревьев на волок приводит к сохранению подроста от 60 до 80%.

Запишем вероятность контакта хлыста с полем подроста, распределение которого описывается пуассоновским законом

$$P(L) = \frac{(dLn)^{k_0}}{(k_0!) \cdot e^{dLn}}, \quad (21)$$

Здесь

$$k_0 = \text{INT}(dLn). \quad (22)$$

Виден экспоненциальный характер зависимости контакта подроста от длины трелюемого хлыста, поэтому трелевка продуктов раскряжевки хлыстов после их валки с позиции сохранения подроста является более предпочтительной по сравнению с трелевкой целых хлыстов.

В результате выполненной работы можно сделать вывод, что проработана математическая модель доступности деревьев древостоя для валки механизмами и машинами лесозаготовительного производства и сформулированы оптимальные технологические операции, которые необходимо выполнять, чтобы процесс воспроизводства леса после выполнения лесосечных работ производился естественным образом без производства искусственного лесовосстановления.

Литература

1. Вялых, Н. И. Способы рубок в лесах первой группы / Н. И. Вялых, Г. А. Чибисов // Лесная промышленность. – 1991. - № 8. – С. 8 – 9.
2. Меньшиков, А. М. Технологический анализ и моделирование процессов лесозаготовок методами статистической динамики : дис. ... канд. техн. наук : 05.21.01 / А. М. Меньшиков ; АГТУ. – Архангельск, 2007. – 180 с.
3. Иванов, В. А. Обоснование технологии и оборудования для освоения и переработки древесины прибрежной зоны и ложа водохранилищ : дис. ... д-ра техн. наук : 05.21.01 / В. А. Иванов ; ЛТА. – СПб., 2008. – 277с.