УДК 656.072, 519.853.3

М.Е.Корягин, Е.Б.Зварыч*

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РЫНКА ГОРОДСКИХ ПАССАЖИРСКИХ ПЕРЕВОЗОК С УЧАСТИЕМ МУНИЦИПАЛЬНОГО И КОММЕРЧЕСКИХ ОПЕРАТОРОВ

Рассматривается модель рынка пассажирских перевозок. Участниками рынка являются коммерческие операторы и муниципальные органы власти. Стратегиями участников рынка является корректировка расписания движения по контролируемым маршрутам. Цель каждого коммерческого оператора – максимизировать прибыль. Цель муниципальных органов власти – минимизировать суммарные потери времени населения и транспортные расходы. Моделью является бескоалиционная игра многих лиц, решением которой является равновесие Нэша.

Ключевые слова: теория игр, марковские процессы, городской пассажирский транспорт

В российских городах в последние десятилетия произошли серьезные изменения на рынке пассажирских перевозок. Появились коммерческие операторы, некоторые из них являются неформальными. В советский период общественный транспорт был жестко регулируемым. В последующие годы государство утратило тотальный контроль за пассажирскими перевозками, что привело к сокращению роли муниципального транспорта. Отсутствие контроля привело к формированию рынка пассажирских перевозок, однако на данные момент при росте доходов бюджетов городов и населения, а также повышении уровня автомобилизации необходимо усилить управление рынком пассажирских перевозок.

Возникновение конкуренции между операторами городского пассажирского транспорта обусловлено возможностью пассажира выбрать один из нескольких маршрутов для передвижения. Этому способствует увеличение количества маршрутов и их дублирования (рост значения маршрутного коэффициента). Изменение расписания движения на одном маршруте приводит к перераспределению пассажиропотоков между маршрутами, поэтому конкуренция между транспортными операторами осуществляется за пассажиропотоки.

Во многих городах коммерческие операторы представлены маршрутными такси, которые не предоставляют социальных льгот при проезде. Муниципальный оператор, как правило, состоит из троллейбусных, трамвайных и некоторых автобусных маршрутов. Муниципальный транспорт выполняет важную миссию в обеспечении способности перемещаться по городу социально не защищенным слоям населения, которые вынуждены использовать муниципальный транспорт для перемещения. С другой стороны, интенсивное движение городского пассажирского транспорта сказывается на износе дорожного полотна, приводит к загрязнению воздуха, поэтому необходимо ограничить количество транспортных средств (в первую очередь автобусов) работающих на городских маршрутах.

Рынок пассажирских перевозок является сложной системой с разными целями участников. Цель коммерческих операторов состоит в увеличении прибыли, а целью муниципального оператора является социально-экономический баланс между интересами пассажиров и транспортными расходами. Изменения в работе каждого оператора приводит к перераспределению пассажиропотоков, что сказывается на интересах других участников рынка. Поэтому основной задачей является поиск равновесной политики муниципальных органов власти в области пассажирских перевозок.

Для упрощения модели в качестве потока маршрутизированного транспорта используем пуассоновский поток. Это объясняется тем, что при возрастании количества пересекающихся маршрутов и увеличении количества конфликтных ситуаций на городских дорогах поток транспорта близок к простейшему [1]. Конкуренция транспортных операторов недостаточно исследована [2]. В [3] рассматривается модель учитывающая интересы населения и конкуренцию транспортных операторов однако модель построена так, что нельзя доказать существование равновесия Нэша. Рассмотрена в данной работе модель является объединением модели конкуренции транспортных операторов [4] и модели централизованного управления городским пассажирским транспортом [5].

Опишем основные параметры модели: N – количество остановочных пунктов, по которым движутся транспортные средства и перемещаются пассажиры; K – количество коммерческих операторов; 0 – индекс муниципального оператора; k – индекс коммерческого оператора ($k=\overline{1,K}$); L_k - количество маршрутов контролируемых k-м оператором ($k=\overline{0,K}$); $\mu_{k,l}$ – интенсивность потока городского пассажирского транспорта k-го оператора движущегося по l-му маршруту в единицу времени ($l=\overline{1,L_k}$, $k=\overline{0,K}$); $\alpha_{k,l}$ – себестоимость одного рейса городского пассажирского транспорта k -го оператора движущегося по l-му маршруту k -го оператора; $\delta_{k,l}$ – экономический и экологический ущерб наносимый городу одним рейсом k -го оператора по l-му маршруту; $\lambda^{(0)}_{i,j}$ – интенсивность потока льготных категорий пассажиров, поступающих в единицу времени на i-й остановочный пункт с желанием переехать на маршрутном транспортном средстве на остановочный j-й пункт ($i,j=\overline{1,N}$); $\lambda_{i,j}$ – интенсивность потока не имеющих льгот категорий пассажиров, поступающих в единицу времени на i-й остановочный пункт с желанием переехать на

* - автор, с которым следует вести переписку.

маршрутном транспортном средстве на остановочный j-й пункт ($i, j = \overline{1, N}$); $A_{i,j}^{k,l}$ – принимает значение 1, если по l-му маршруту k-го оператора можно переехать с i-го остановочного пункта на j-й, иначе принимает значение 0 ($i, j = \overline{1, N}$, $k = \overline{0, K}$), где 0 – индекс муниципального оператора; γ_0 – средняя стоимость часа пассажиров, имеющих льготы при проезде на муниципальном транспорте; γ – средняя стоимость часа пассажиров, не имеющих льгот при проезде на транспорте; β_0 – стоимость проезда на муниципальном транспорте; β – стоимость проезда у коммерческих операторов; B – максимальный размер субсидий выделяемых общественному транспорту.

Одним из важных элементов модели является выбор человеком способа перемещения. В данном случае поведение пассажиров будет зависеть от того, к какой категории они относятся. Категория граждан, имеющих невысокие доходы и к тому же льготы на проезд, будет использовать для перемещений только муниципальный транспорт. Другие же категории не стеснены в выборе способа перемещения и выбирают то транспортное средство, которое приедет раньше (муниципальный или коммерческий).

Суммарный поток муниципального транспорта между остановочными пунктами составит

$$\sum_{l=1}^{L_0} A_{i,j}^{0,l} \mu_{0,l} ,$$

Суммарный поток коммерческого транспорта

$$\sum_{k=1}^{K} \sum_{l=1}^{L_k} A_{i,j}^{k,l} \mu_{k,l} ,$$

Учитывая, что поток транспорта считаем пуассоновским среднее время ожидания транспорта льготными категориями населения:

$$\frac{1}{\sum_{l=1}^{L_0} A_{i,j}^{0,l} \mu_{0,l}} . \tag{1}$$

Среднее время ожидания транспорта категориями населения, не имеющими льгот:

$$\frac{1}{\sum_{k=1}^{K} \sum_{l=1}^{L_k} A_{i,j}^{k,l} \mu_{k,l}} . \tag{2}$$

Пассажиропоток перевозимый на l-м маршруте k-го оператора между остановочными пунктами i и j:

$$\frac{\lambda_{i,j} A_{i,j}^{k,l} \mu_{k,l}}{\sum_{m=0}^{K} \sum_{r=1}^{L_m} A_{i,j}^{m,r} \mu_{m,r}} . \tag{3}$$

Поток пассажиров перевозимых муниципальным транспортом состоит из двух категорий населения:

$$\frac{\lambda_{i,j}^{(0)} A_{i,j}^{0,l} \mu_{0,l}}{\sum_{r=1}^{L_m} A_{i,j}^{0,r} \mu_{0,r}} + \frac{\lambda_{i,j} A_{i,j}^{0,l} \mu_{0,l}}{\sum_{m=0}^{K} \sum_{r=1}^{L_m} A_{i,j}^{m,r} \mu_{m,r}} . \tag{4}$$

Полученные выражения показывают, что при возрастании потока транспорта на маршруте количество пассажиров, которое он перевозит, возрастает. Для доказательства достаточно взять частные производные от (3) и (4) по интенсивностям движения. Время ожидания сокращается, так как соответствующие производные от (1) и (2) отрицательны.Опишем основные движущие силы и ограничения действующие на рынке пассажирских перевозок. В первую очередь это стремление коммерческих операторов повысить свою прибыль. Прибыль состоит в разности доходов, полученных от продажи билетов и расходов на транспортировку.

$$H_k \left(\{\mu_{k,r}\}_{\substack{r=\overline{1,L_k} \\ k=\overline{0,K}}} \right) = \sum_{l=1}^{L_k} \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} \frac{\beta \lambda_{i,j} A_{i,j}^{k,l} \mu_{k,l}}{\sum_{m=0}^{K} \sum_{r=1}^{L_m} A_{i,j}^{m,r} \mu_{m,r}} \quad \sum_{l=1}^{L_k} \alpha_{k,l} \mu_{k,l} \to \max . \tag{5}$$

Исходя из (4) прибыль муниципального транспорта:

$$H_0 \left(\{\mu_{k,r}\}_{\substack{r=\overline{1,L_k} \\ k=\overline{0,K}}} \right) = \sum_{l=1}^{L_0} \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} \frac{\beta_0 \lambda_{i,j} A_{i,j}^{0,l} \mu_{0,l}}{\sum_{m=0}^{K} \sum_{r=1}^{L_m} A_{i,j}^{m,r} \mu_{m,r}} \quad \sum_{l=1}^{L_0} \alpha_{0,l} \mu_{0,l} .$$

Для муниципальных властей важно сократить суммарные потери времени пассажиров имеющих льготы, пассажиров не имеющих льгот, а также ущерб городской среде от работы общественного транспорта.

$$F \left(\{\mu_{k,r}\}_{\substack{r=\overline{1,L_k} \\ k=\overline{0,K}}} \right) = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} \frac{\gamma_0 \lambda_{i,j}^{(0)}}{\sum_{r=1}^{L_0} A_{i,j}^{0,r} \mu_{0,r}} + \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} \frac{\gamma \lambda_{i,j}}{\sum_{m=0}^{K} \sum_{r=1}^{L_m} A_{i,j}^{m,r} \mu_{m,r}} + \sum_{k=0}^{K} \sum_{l=1}^{L_k} \delta_{k,l} \mu_{k,l} \to \min \tag{6}$$

Введем ограничения накладываемые на переменные. В первую очередь это не отрицательность интенсивности движения ГПТ.

$$\mu_{k,l} \geq 0 , \ l = \overline{1, L_k} , \ k = \overline{0, K} . \tag{7}$$

Вторым ограничением является ограничение на объем бюджетного субсидирования

$$H_0 \geq B . \tag{8}$$

В данном случае имеется несколько участников рынка, каждый из которых обладает своими целью и стратегиями. Таким образом, мы имеем игру $K + 1$ -лиц (муниципалитет и коммерческие операторы) со стратегиями $\{\mu_{k,r}\}_{\substack{r=\overline{1,L_k} \\ k=\overline{0,K}}}$ и целевыми функциями F и $\{H_k\}_{k=\overline{1,K}}$, при ограничениях (7-8).

В компактной форме игра записывается как

$$\Gamma \left\langle K+1, \{\mu_{0,r}\}_{r=\overline{1,L_0}}, \{\mu_{k,r}\}_{\substack{r=\overline{1,L_k} \\ k=\overline{1,K}}}, \ F, \{H_k\}_{k=\overline{1,K}} \right\rangle .$$

Отметим, что целью муниципального транспорта является минимизация потерь, поэтому выигрышем является $-F$ (данную функцию требуется максимизировать). Решением игровой модели (5-8) является ситуация равновесия. Докажем существование равновесия Нэша для игры.

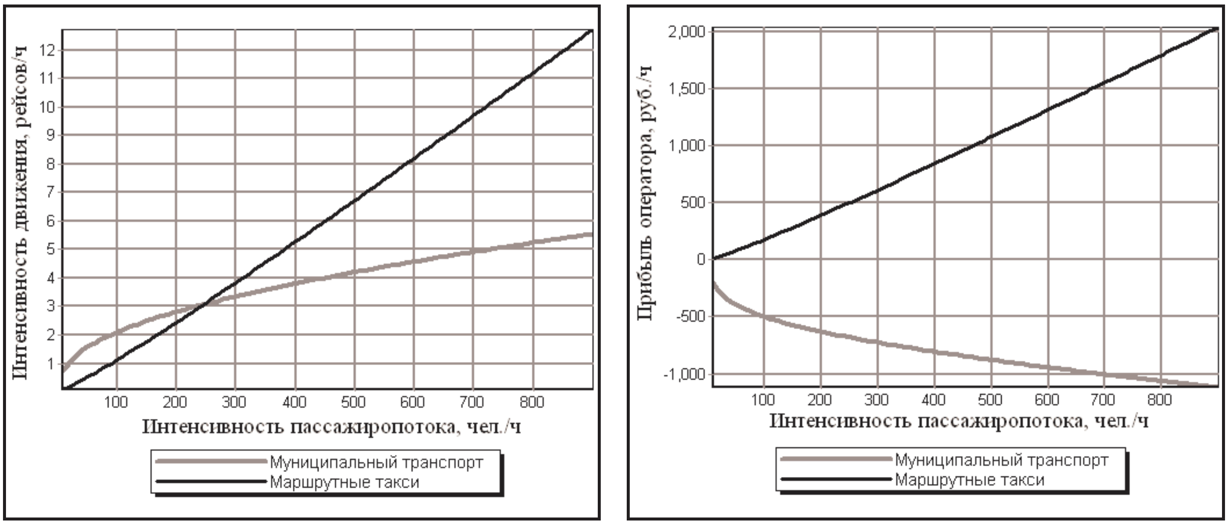

Рис. 1. Интенсивность движения транспорта в зависимости от интенсивности пассажиропотока

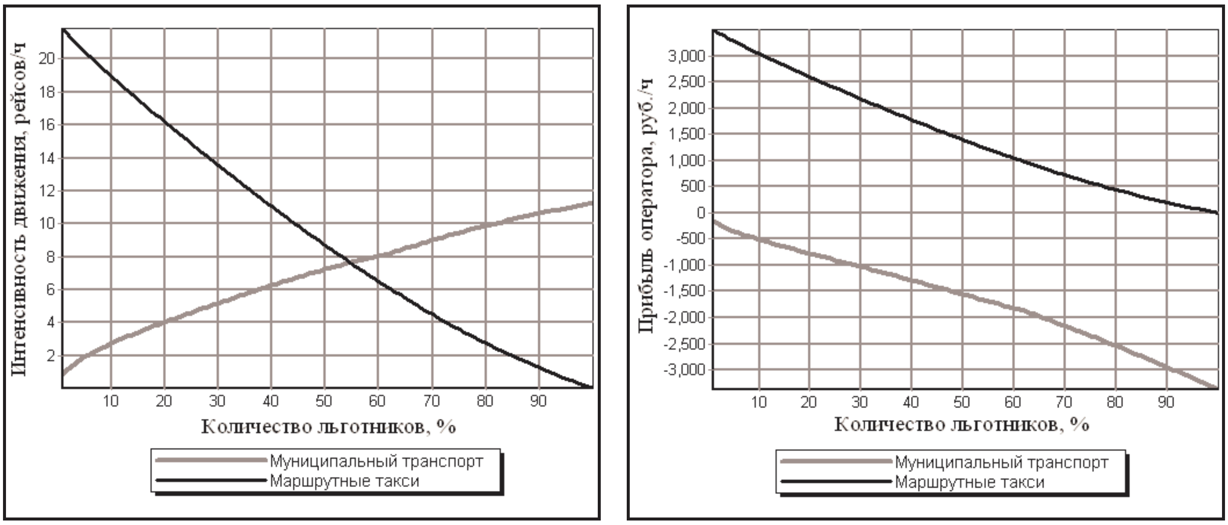

Рис. 2. Интенсивность движения транспорта в зависимости от доли льготников в пассажиропотоке

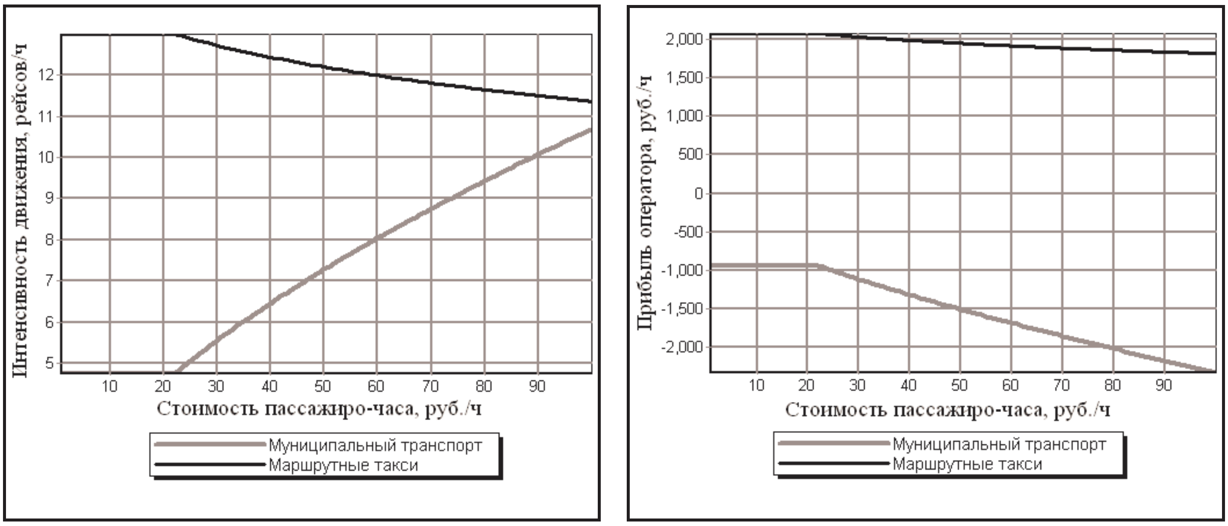

Рис. 3. Интенсивность движения транспорта в зависимости от стоимости пассажиро-часа

Условием теоремы Нэша [6] является компактность множества стратегий. В действительности интенсивность движения транспорта на каждом маршруте неотрицательна. С другой стороны интенсивность движения не может быть бесконечна. Пассажиропоток ограничен, соответственно ограничены и доходы предприятий. Из этого следует, что расходы коммерческих операторов ограничены прибыльностью маршрутов, а муниципального максимальным размером бюджетного субсидирования. Таким образом, можно рассчитать максимально возможный доход на каждом маршруте и получить максимально возможную интенсивность движения.

Другим условием теоремы является выпуклость вверх функций выигрыша каждого игрока по собственным стратегиям. На самом деле каждая из частей функций (5) и (6) является выпуклой (F выпукла вниз, а $-F$ – вверх). Для проверки этого необходимо взять вторые производные по собственным стратегиям игроков. Каждая из этих производных окажется отрицательной, поэтому квадратичные формы из них составленные имеют только отрицательные собственные значения. Исходя из выше сказанного, по теореме Нэша данная игровая модель имеет ситуацию равновесия Нэша.

Предложенная модель имеет два частных случая. Во-первых, при $K = 0$ не существует коммерческих операторов (или составление всех расписаний находится под контролем муниципальных органов власти). В этом случае мы имеем дело с оптимизацией одной функции многих переменных [5]. Если $L_0 = 0$ рынок не имеет муниципального транспорта [2, 3] и муниципальные органы власти не могут влиять на составление расписаний.

Рассмотрим пример. Пусть существуют два оператора – муниципальный и коммерческий. Каждый оператор имеет собственный пассажиропоток по 300 человек в час и общий пассажиропоток такого же размера. Стоимость рейса муниципального транспорта 300 руб./рейс, а коммерческого 200 руб./рейс, средняя стоимость времени пассажиров $\gamma_0 = 20$ руб./час, $\gamma_1 = 40$ руб./час, стоимость проезда $\beta_0 = 6$ руб., $\beta_1 = 10$ руб.

Рассмотрим изменение интенсивности движения транспорта и прибыли предприятий при изменении доли льготников, пассажиропотока и стоимости времени населения.

При возрастании пассажиропотока маршрутные такси будут работать более интенсивно, чем муниципальный транспорт (рис.1). При этом прибыль маршрутных такси будет возрастать, также как убытки муниципального транспорта. Политикой муниципальных органов власти при сокращении пассажиропотока является увеличение доли муниципального транспорта.

При снижении доли льготников эффективней использовать маршрутные такси для перевозок населения, чем муниципальный транспорт (рис. 2). Однако при возрастании доли льготных категорий населения прибыль предприятий снижается с одинаковой скоростью. При снижении доли льготных категорий населения необходимо снижать роль муниципального транспорта на рынке городских пассажирских перевозок.

При возрастании стоимости пассажиро-часа муниципальный транспорт должен работать более интенсивно, т.е. затраты бюджета и контроль муниципальных органов власти должен возрасти. При этом прибыль маршрутных такси будет снижаться. Т.е. при возрастании уровня доходов населения муниципальным органам власти необходимо «выдавливать» коммерческих операторов с рынка городских пассажирских перевозок.

Выводы

В данной работе построена математическая модель рынка городских пассажирских перевозок основными участниками которого являются коммерческие операторы и муниципальные органы власти, для которой доказано существование равновесия Нэша. Данная модель позволяет анализировать работу общественного транспорта и принимать правильные решения при организации пассажирских перевозок в российских городах с учетом уровня жизни населения, интересов коммерческих операторов, возможностей муниципального бюджета и подвижности населения.

Литература

1. Лопатин, А. П. Моделирование перевозочного процесса на городском пассажирском транспорте / А. П. Лопатин. – М.: Транспорт, 1985.
2. Hollander, Y. The Applicability of Non-Cooperative Game Theory in Transport Analysis / Y. Hollander, J. N. Prashker // Transportation. – 2006. – Vol. 33, № 5. – P. 481 - 496.
3. Корягин, М. Е. Конкуренция потоков общественного транспорта / М. Е. Корягин // Автоматика и телемеханика. - 2008. – № 8. – С. 120 - 130.
4. Корягин, М. Е. Конкуренция транспортных потоков / М. Е. Корягин // Автоматика и телемеханика. - 2006. – № 3. – С. 143 -152.
5. Корягин, М. Е. Оптимизация потоков общественного транспорта в городской среде / М. Е. Корягин, О. С. Семенова // Вопросы современной науки и практики: Университет им. В.И. Вернадского. – 2008. - Т. 1(11). – С.70-79.
6. Moulin, H. Theorie des jeux pour l’economie et la politique / H. Moulin. – Paris : Hermann, 1981. – 248 p.