

5. Нгуен М.Д. Разработка трехмерной модели самонастраивающегося гидравлического демфирующего устройства // Вопросы образования и наука: теоретический и методический аспекты: материалы междунар. заоч. науч. – практ. конф., 30 апр. 2012. Тамбов: ТРОО «Бизнес - Наука - Общество», 2012. Ч. 1. С. 128 - 130.

References

1. Kuznetsov N.K. Dynamics of the controlled machines with additional constraints: monograph. Irkutsk: Izd-vo IRGTU, 2009. 288 s.

2. Kuznetsov N.K., Nguyen Manh Duc. The double action hydraulic damping device: pat. 2467224 Ros.Federatsiya. № 2011123571/11; zayavl. 09.06.2011, opubl. 20.11.2012, Byul. 6.

3. Kuznetsov N.K., Nguyen Manh Duc. Modeling of a self-adjusting hydraulic damping device // Vestnik ISTU. 2011. № 9. S. 35 - 40.

4. Kuznetsov N.K., Nguyen Manh Duc. The determination of the hydraulic damping device design parameters // Vestnik ESSTU. 2012. № 1. S. 17–22.

5. Nguyen Manh Duc. The development of a three-dimensional model of a self-adjusting hydraulic damping device // Voprosy obrazovaniya i nauka: teoretichesky i metodichesky aspekty: materialy mezhdunar. zaoch. nauch.-prakt. konf., Tambov, 2012, Ch. 1. S. 128 - 130.

УДК 621.891

Влияние распределения радиусов неровностей шероховатой поверхности на контактные характеристики

П.М. Огар^a, Д.Б. Горохов^b

Братский государственный университет, ул. Макаренко 40, Братск, Россия

^aogar@brstu.ru, ^bdenis_gorohov@mail.ru

Статья поступила 4.05.2013, принята 14.08.2013

Рассмотрены подходы при разработке дискретной модели шероховатой поверхности с описанием опорной кривой профиля параболы и отношением неполной бета-функции. Шероховатая поверхность представлена в виде набора сферических сегментов с постоянными или переменными радиусами. Расположение отдельной неровности определяется уровнем вершины u и уровнем впадины v . Распределение вершин и впадин неровностей описывается двухмерной функцией $\varphi_n(u,v)$. Функции и плотности распределения неровностей по высоте определены из уравнения опорной кривой профиля. Проведен их сравнительный анализ. Приведены системы уравнений для определения относительной площади при упругом контакте шероховатых поверхностей. Для оценки нагруженности контакта использован безразмерный силовой упруго-геометрический параметр $F_q = q_c \Theta / R_{\max}$, где q_c – контурное контактное давление; $\Theta = (1-\mu^2)/E$ – упругая постоянная; a_c, R_{\max} – параметры микрогеометрии. Указано на необходимость учета взаимного влияния неровностей для $F_q > 0,1$ при использовании низко модульных материалов. Показано влияние распределения радиусов неровностей на результаты расчетов относительной площади контакта. Для точных расчетов контактных характеристик рекомендуется использовать дискретную модель шероховатой поверхности, учитывающую распределение высот неровностей, что имеет место с реальными шероховатыми поверхностями.

Ключевые слова: шероховатая поверхность, параметры шероховатости, опорная кривая профиля, параметры опорной кривой, бета-функция, распределение вершин неровностей, распределение высот неровностей, контактные характеристики, относительная площадь контакта.

The radius distribution influence of the rough surfaces asperities on contact characteristics

P.M. Ogar^a, D.B. Gorokhov^b

Bratsk State University, 40 Makarenko st., Bratsk, Russia

^aogar@brstu.ru, ^bdenis_gorohov@mail.ru

Received 4.05.2013, accepted 14.08.2013

The approaches in developing a rough surface discrete model describing the bearing profile curve by a parabola or by the ratio of incomplete beta function are considered. The rough surface is represented as a set of spherical segments with constant or variable radii. The location of a separate asperity is determined by the apexes level u and the bays level v . The distribution of asperities apexes and bays is described by a two-dimensional function $\varphi_n(u,v)$. The functions and density distribution of the asperities with height are determined from the equation for the bearing profile curve. The comparative analysis of these functions has been carried out. A system of equations to determine the relative area under the elastic contact with rough surfaces are given. To estimate the contact loading, a force non-dimensional elastic-geometric parameter $F_q = q_c \Theta / R_{\max}$ has been used, where q_c is a contour contact pressure, $\Theta = (1-\mu^2)/E$ is an elastic constant, a_c, R_{\max} are the microgeometry parameters. The necessity to take into consideration the mutual influence of asperities for $F_q > 0,1$ in case of using low-modulus materials has been stated. The influence of the radius asperities distribution on the calcula

tions results of the relative contact area has been shown. To obtain the exact calculations of the contact characteristics, it is recommended to use the rough surface discrete model, which takes into account the asperities height distribution.

Keywords: rough surface, asperity parameters, bearing profile curve, bearing curve parameters, beta function, distribution of asperities apexes, distribution of asperities bays, contact characteristics, relative contact area.

Введение. Многие эксплуатационные свойства соединений деталей машин и аппаратов – износостойкость, контактная жесткость, герметичность, электро- и термоконтактное сопротивление и другие – зависят от топографических параметров микрогеометрии, свойств материалов и приложенной нагрузки. Обеспечение надежности соединений закладывается еще на стадии проектирования. Исследования показывают, что в подавляющем большинстве случаев выход из строя машин и механизмов обусловлен процессами, происходящими в зоне их контакта. Основными контактными характеристиками, обеспечивающими эксплуатационные свойства соединений деталей машин, являются сближение шероховатых поверхностей, относительная площадь контакта и объем зазоров в стыке. Они находятся в определенной взаимозависимости и определяются параметрами микрогеометрии и величиной сжимающих напряжений.

Для прогнозирования эксплуатационных свойств соединений деталей машин на стадии проектирования широко используется метод математического моделирования. При этом применяется дискретная модель шероховатости в виде набора тел правильной геометрической формы, для которых имеются решения контактных задач, а распределение неровностей по высоте соответствует опорной поверхности шероховатой поверхности.

Поэтому значительный интерес представляет анализ использования различных дискретных моделей шероховатой поверхности для решения прикладных задач.

Описание опорных кривых профиля параболой и отношением бета-функции. Дискретная модель контактирования шероховатых поверхностей, разработанная И.В. Крагельским и М.Б. Демкиным, базируется на описании начальной части опорной кривой профиля шероховатой поверхности параболой:

$$t_p(\varepsilon) = b\varepsilon^v, \quad (1)$$

где v и b – константы; $\varepsilon = y/R_{\max}$ – относительное расстояние от линии выступов; y – расстояние от линии выступов до рассматриваемого уровня; R_{\max} – максимальная высота неровностей.

Так как параллельные профили шероховатой поверхности обладают свойством эргодичности, то опорная площадь шероховатой поверхности $\eta(\varepsilon)$ совпадает с опорной кривой профиля $t_p(\varepsilon)$. Поэтому для определения функции распределения неровностей используется выражение (1).

Впоследствии Н.Б. Демкиным [1] было предложено для описания опорной кривой всего профиля, а не только его начальной части, использовать отношение неполной бета-функции:

$$t_p(\varepsilon) = I_\varepsilon(\alpha, \beta) = \frac{B_\varepsilon(\alpha, \beta)}{B(\alpha, \beta)}, \quad (2)$$

где:

$$\alpha = \left(\frac{R_p}{R_q}\right)^2 \left(\frac{R_{\max} - R_p}{R_{\max}}\right) - \frac{R_p}{R_{\max}}, \quad \beta = \alpha \left(\frac{R_{\max}}{R_p} - 1\right).$$

$B_\varepsilon(\alpha, \beta)$ и $B(\alpha, \beta)$ – неполная и полная бета-функции; R_p – глубина сглаживания профиля; R_q – среднеквадратическое отклонение профиля.

Для анализа результатов, полученных с использованием разных опорных кривых, важно знать соотношения между параметрами α и β при описании опорной кривой профиля отношением бета-функции, и параметрами v и b – при описании опорной кривой параболой, которые определяется следующими выражениями [2]:

$$v = \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_p B_{\varepsilon_p}(\alpha, \beta) - B_{\varepsilon_p}(\alpha + 1, \beta)} - 1, \quad (3)$$

$$b = \frac{B_{\varepsilon_p}(\alpha, \beta)}{B_{\varepsilon_p}(\alpha + 1, \beta)} B^v(\alpha, \beta), \quad (4)$$

где
$$\varepsilon_p = \frac{R_p}{R_{\max}} = \frac{B(\alpha + 1, \beta)}{B(\alpha, \beta)}.$$

Моделирование шероховатой поверхности. Для описания всей шероховатой поверхности необходимо знать одну из двух функций:

$$\eta_u(\varepsilon) = \frac{A_u}{A_c} \quad \text{или} \quad \varphi_n(u) = \frac{n_u}{n_c},$$

где A_u – площадь сечения материала на относительном уровне $\varepsilon = h/R_{\max}$; A_c – контурная площадь; n_u – число неровностей, вершины которых расположены выше уровня u ; n_c – общее число неровностей.

Допустим, что функция $\eta_u(\varepsilon)$ монотонная и дважды дифференцируемая. Шероховатая поверхность представляет собой набор неровностей в виде сферических сегментов радиусом r . Необходимо найти такую функцию $\varphi_n(u)$, чтобы распределение материала в шероховатом слое соответствовало кривой опорной поверхности.

Сечение i -й неровности на уровне ε :

$$A_{ri} = 2\pi r R_{\max}(\varepsilon - u),$$

где u – относительное расстояние от уровня вершин до вершины i -й неровности.

Число вершин, находящихся в слое du и на расстоянии u , равно:

$$dn_r = n_c \varphi'_n(u) du.$$

Тогда:

$$A_u = A_r(\varepsilon) = 2\pi r R_{\max} n_c \int_0^\varepsilon \varphi'_n(u) (\varepsilon - u) du;$$

$$\eta_u(\varepsilon) = \frac{A_r(\varepsilon)}{A_c} = C \int_0^\varepsilon (\varepsilon - u) \varphi'_n(u) du,$$

$$C = \frac{2\pi r R_{\max} n_c}{A_c}.$$

Далее имеем:

$$\eta(\varepsilon) = C \left(\varepsilon \int_0^\varepsilon \varphi'_n(u) du - \int_0^\varepsilon u \varphi'_n(u) du \right),$$

$$\eta(\varepsilon) = C \int_0^\varepsilon \varphi_n(u) du.$$

Дважды дифференцируя левую и правую часть по ε , получим:

$$\eta'(\varepsilon) = C \varphi_n(\varepsilon), \quad \eta''(\varepsilon) = C \varphi'_n(\varepsilon);$$

$$\varphi_n(\varepsilon) = \frac{\eta'(\varepsilon)}{C}, \quad \varphi'_n(\varepsilon) = \frac{\eta''(\varepsilon)}{C}.$$

Если опорную кривую профиля описывают уравнением (1), то

$$\eta'(u) = b v u^{v-1}, \quad \varphi_n(u) = \frac{A_c b v u^{v-1}}{2\pi r R_{\max} n_c}.$$

Пусть ε_s – относительное сближение, при котором $\varphi_n(\varepsilon_s) = 1$, т. е. $n_u = n_c$. Тогда:

$$n_c = \frac{A_c b v \varepsilon_s^{v-1}}{2\pi r R_{\max}}; \quad C = b v \varepsilon_s^{v-1};$$

$$\varphi_{nd}(u) = \left(\frac{u}{\varepsilon_s} \right)^{v-1}; \quad \varphi'_{nd}(u) = \frac{(v-1) u^{v-2}}{\varepsilon_s^{v-1}}. \quad (5)$$

Таким образом, функция распределения неровностей является степенной только в том случае, если опорную кривую профиля описывают выражением (1). Для других случаев функция распределения неровностей принимает другой вид.

Более общая модель шероховатой поверхности предложена авторами [3, 4], в которой шероховатость представлена совокупностью структурно неорганизованных поверхностей отдельных неровностей самоподобной формы и случайных размеров, распределение вершин и впадин которых описывается функцией $\varphi_n(u, v)$. Расположение отдельной неровности в шероховатом слое определяется уровнями u и v (рис. 1), а распределение материала отдельной неровности (индекс u) и приходящегося на нее свободного пространства (индекс v) описываются функциями:

$$\eta_{ui}(\varepsilon_i) = \frac{A_{ui}(h_i)}{A_i}, \quad \eta_{vi}(\xi_i) = \frac{A_{vi}(h_i)}{A_i} = 1 - \eta_{ui}(1 - \xi_i),$$

где $\varepsilon_i = \frac{h_{ui}}{H_i}, \quad \xi_i = \frac{h_{vi}}{H_i},$

$$A_i = A_{ci} = A_{ui} + A_{vi} = \psi_c(\omega) A_{c \max}, \quad \psi(\omega) \in [0, 1],$$

$$\omega = 1 - u - v,$$

A_{ci} – площадь, приходящаяся на одну неровность; $A_{c \max}$ – максимальная площадь, приходящаяся на одну неровность; ω – относительная высота i -той неровности; $\psi(\omega)$ – функция, описывающая форму неровности.

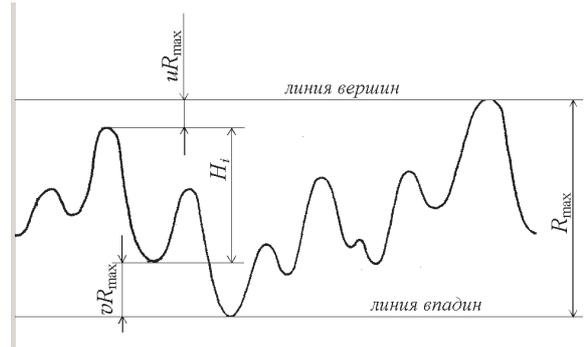


Рис. 1. Схема шероховатой поверхности

Для описания шероховатой поверхности необходимо знать одну из двух функций:

$$\eta_u(\varepsilon) = \left(\frac{A_u}{A_c} \right) = 1 - \eta_v(\xi) \quad \text{или} \quad \varphi(u, v) = \frac{n(u, v)}{n_c},$$

где $\eta_v(\xi) = A_v / A_c$; $\varepsilon + \xi = 1$; A_u, A_v – площадь сечения материала и свободного полупространства на относительных уровнях ε и ξ ; $n(u, v)$ – число неровностей, вершины которых расположены выше уровня u , а впадины – ниже уровня v ; n_c – общее число неровностей. Так как в основу модели положена опорная кривая поверхности (профиля), то необходимо определить $\varphi_n(u, v)$. Решение данной задачи приведено в работах [3 – 5], при этом были рассмотрены два случая:

1) функции распределения вершин и впадин взаимонезависимы; площадь, приходящаяся на отдельную неровность, пропорциональна ее высоте, при этом радиус кривизны неровностей $r(\omega) = \text{const}$. Тогда:

$$\varphi_n^*(u, v) = \frac{\eta''_u(u)}{\eta'_u(\varepsilon_s)} \cdot \frac{\eta''_v(v)}{\eta'_v(\xi_s)}, \quad \varphi_n(u, v) = \frac{\eta'_u(u)}{\eta'_u(\varepsilon_s)} \cdot \frac{\eta'_v(v)}{\eta'_v(\xi_s)};$$

2) функции распределения вершин и впадин взаимозависимы; площадь, приходящаяся на отдельную неровность, является постоянной, при этом $r(\omega) \sim \omega^{-1}$. Тогда:

$$\varphi_n^*(u, v) = \frac{\eta''_u(u)}{\eta'_u(\varepsilon_s)} \cdot \eta''_v(v) \cdot (1 - u - v),$$

$$\varphi_n(u, v) = \frac{\eta'_u(u)}{\eta'_u(\varepsilon_s)} \cdot \eta'_v(v) \left[1 - v - u + \frac{\eta_u(u)}{\eta'_u(u)} + \frac{\eta_v(v)}{\eta'_v(v)} \right].$$

С учетом выражения (2) получим для случая 1):

$$\varphi_{n1}''(u, v) = \frac{B_u''(\alpha, \beta)}{B_{\varepsilon_s}'(\alpha, \beta)} \cdot \frac{B_v''(\beta, \alpha)}{B_{\xi_s}'(\beta, \alpha)}; \quad (6)$$

для случая 2:

$$\varphi_{n2}''(u, v) = \frac{B_u''(\alpha, \beta)}{B_{\varepsilon_s}'(\alpha, \beta)} \cdot \frac{B_v''(\beta, \alpha)}{B(\beta, \alpha)} \cdot (1-u-v), \quad (7)$$

где $\varepsilon_s = \frac{\alpha-1}{\alpha+\beta-2}, \xi_s = \frac{\beta-1}{\alpha+\beta-2}$.

Для случая 1 из выражения (6) с учетом (2) получим:

$$\varphi_{n1}(u) = \varphi_n(u, \xi_s) = \frac{\eta_u'(u)}{\eta_u'(\varepsilon_s)} = \frac{u^{\alpha-1}(1-u)^{\beta-1}}{\varepsilon_s^{\alpha-1}(1-\varepsilon_s)^{\beta-1}},$$

$$\varphi_{n1}'(u) = \frac{u^{\alpha-2}(1-u)^{\alpha-2}[(\alpha-1)(1-u) - (\beta-1)u]}{\varepsilon_s^{\alpha-1}(1-\varepsilon_s)^{\beta-1}}. \quad (8)$$

Аналогично для случая 2 из выражения (7) имеем:

$$\varphi_{n2}(u) = \varphi_n(u, \xi_s) = \frac{1}{B(\alpha, \beta)} [(\varepsilon_s - u)B_u'(\alpha, \beta) + B_u(\alpha, \beta) + \frac{B_u'(\alpha, \beta)B_{\xi_s}(\beta, \alpha)}{B_{\varepsilon_s}'(\alpha, \beta)}],$$

$$\varphi_{n2}'(u) = \frac{1}{B(\alpha, \beta)} \left\{ u^{\alpha-2}(1-u)^{\beta-2}[(\alpha-1)(1-u) - (\beta-1)u] \right\} \times \left(\varepsilon_s - u + \frac{B_{\xi_s}(\beta, \alpha)}{\varepsilon_s^{\alpha-1}(1-\xi_s^{\beta-1})} \right). \quad (9)$$

Дискретную модель шероховатости можно существенно упростить, если допустить, что высота отдельной неровности ω является постоянной величиной и $\omega \leq 0,5$. Тогда распределение выступов неровностей шероховатой поверхности определяется выражениями для фрактально-дискретной модели шероховатости [7]:

$$\varphi_{n3}(u) = \omega \sum_{k=0}^n \eta'(u - k\omega), \quad (10)$$

$$\varphi_{n3}'(u) = \frac{\omega}{B(\alpha, \beta)} \sum_{k=0}^n (\alpha-1)(u - k\omega)^{\alpha-2} (\beta-1)(1-u + k\omega)^{\beta-1} - (\beta-1)(u - k\omega)^{\alpha-1} (\alpha-1)(1-u + k\omega)^{\beta-2}, \quad (11)$$

где $n = \text{int}\left(\frac{u}{\omega}\right), \omega = \left[\frac{B(\alpha, \beta)}{\sum_{k=1}^m (1-k\omega)^{\alpha-1} k^{\beta-1}} \right]^{\frac{1}{\beta}}.$ (12)

Решение уравнения (12) дает несколько значений ω ; из них выбираем то, при котором распределение вершин неровностей максимально соответствует реальной поверхности.

Вид функций плотности распределения высот неровностей, описываемых выражениями (5), (8), (9) и (11) для разных значений параметров α и β , показан на рис. 2а – 2г соответственно.

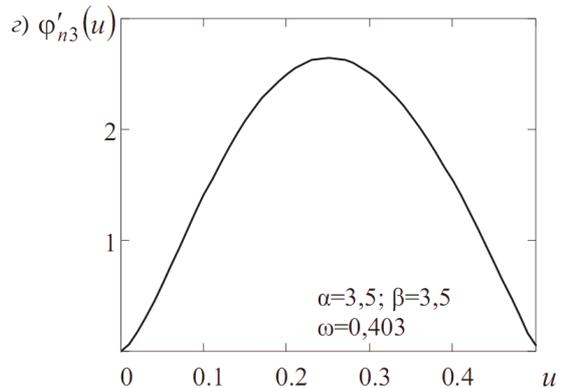
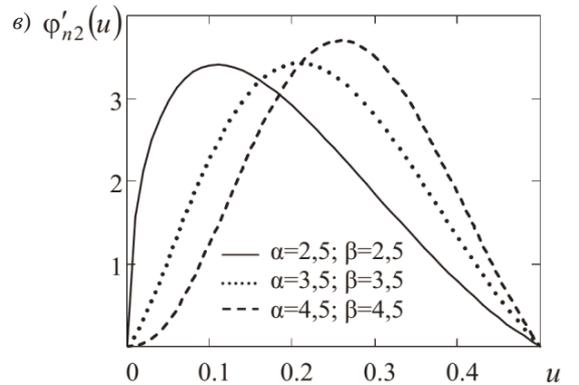
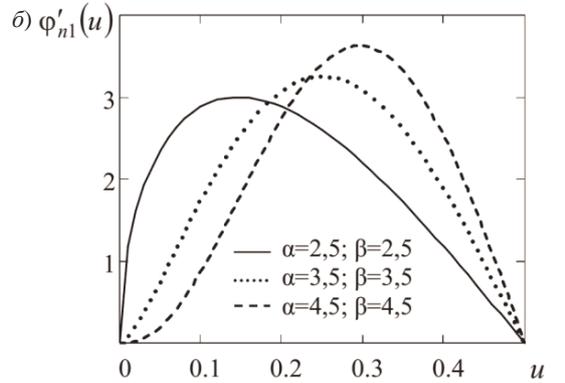
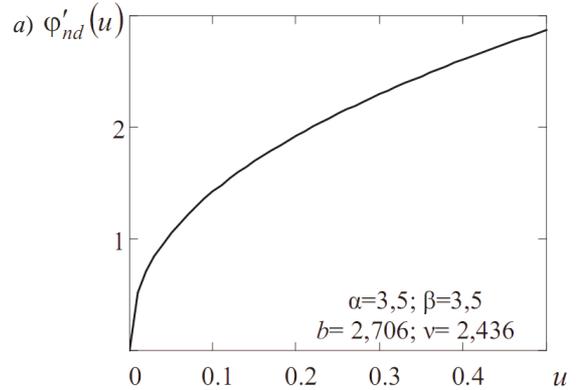


Рис. 2. Функция плотности распределения выступов неровностей $\phi'_{n3}(u)$

Моделирование контактного взаимодействия шероховатых поверхностей. Для описания контактного взаимодействия тяжело нагруженных шероховатых поверхностей в работах [5 – 8] использовалось выражение (2). Степень нагружения характеризуется безразмерным силовым упруго-геометрическим параметром F_q :

$$F_q = q_c \Theta a_c / R_{\max}, \quad (13)$$

где q_c – контурное контактное давление; $\Theta = (1-\mu^2)/E$ – упругая постоянная; $a_c = \sqrt{A_c/\pi}$ – параметр микрогеометрии;

$$q_c = \frac{N}{A_c} = \frac{1}{A_c} \sum_{i=1}^{n_r} q_{ci} A_{ci}, \quad \eta = \frac{A_r}{A_c} = \frac{1}{A_c} \sum_{i=1}^{n_r} A_{ci} \eta_i.$$

Для случая $r(\omega) = \text{const}$ без учета взаимного влияния неровностей относительную площадь контакта определяем следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} F_q(\varepsilon) = \frac{8\omega}{3\pi} \int_0^{\min(\varepsilon, \varepsilon_s)} \eta_i^{1.5} \phi'_n(u) du, \\ \eta_i = \frac{\varepsilon - u}{2\omega}, \\ \eta(\varepsilon) = \int_0^{\min(\varepsilon, \varepsilon_s)} \eta_i \phi'_n(u) du, \end{cases} \quad (14)$$

с учетом взаимного влияния:

$$\begin{cases} F_q(\varepsilon) = \frac{8\omega}{3\pi} \frac{\int_0^{\min(\varepsilon, \varepsilon_s)} \eta_i^{1.5} \phi'_n(u) du}{1 - \int_0^{\min(\varepsilon, \varepsilon_s)} \Psi_\eta(\eta_i) \phi'_n(u) du}, \\ \Psi_\eta(\eta_i) = \frac{2}{\pi} \left[\arcsin \eta_i^{0.5} - \sqrt{\eta_i(1-\eta_i)} \right], \\ \eta_i = \frac{\varepsilon - u}{2\omega} - \omega F_q \left[\left(1 + \frac{1}{2} \omega F_q \right) \left(1 - \sqrt{1 - \frac{\varepsilon - u}{2\omega(1 + 0.5\omega F_q)^2}} \right) \right], \\ \eta(\varepsilon) = \int_0^{\min(\varepsilon, \varepsilon_s)} \eta_i \phi'_n(u) du. \end{cases} \quad (15)$$

Результаты решений систем уравнений (14) и (15) представлены на рис. 3.

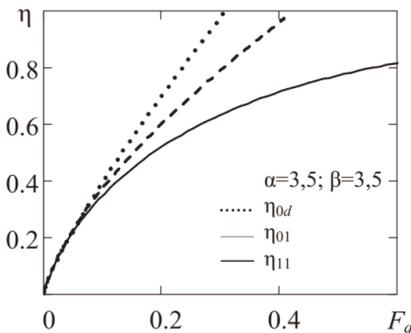


Рис. 3. Зависимость $\eta(F_q)$ для разных функций плотности распределения выступов неровностей: описываемых выражением (5) – η_{0d} и выражением (8) – η_{01} без учета взаимного влияния неровностей; выражением (8) – η_{11} с учетом взаимного влияния неровностей

Для случая $r(\omega) \sim \omega^{-1}$ без учета взаимного влияния неровностей относительную площадь контакта определяем следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} F_q(\varepsilon_E) = \int_0^{v_s} dv \int_0^{\min(\varepsilon_E, \varepsilon_s)} (\eta_i(\omega))^{1.5} \omega \phi''_{n2}(u, v) du; \\ \omega = 1 - u - v; \quad \varepsilon_E = 1 - \omega - v; \\ \eta_i(\omega) = \begin{cases} 0, & \varepsilon_E < u; \\ \frac{\varepsilon_E - u}{2\omega}, & \varepsilon_E \geq u; \end{cases} \\ \eta(\varepsilon_E) = \int_0^{v_s} dv \int_0^{\min(\varepsilon_E, u_s)} \eta_i(\omega) \phi''_{n2}(u, v) du; \end{cases} \quad (16)$$

с учетом взаимного влияния:

$$\begin{cases} F_q(\varepsilon_E) = \frac{\int_0^{v_s} dv \int_0^{\min(\varepsilon_E, \varepsilon_s)} (\eta_i(\omega))^{1.5} \omega \phi''_{n2}(u, v) du}{1 - \int_0^{v_s} dv \int_0^{\min(\varepsilon_E, u_s)} \Psi_\eta(\eta_i(\omega)) \phi''_{n2}(u, v) du}; \\ \omega = 1 - u - v; \quad \varepsilon_E = 1 - \omega - v; \\ \Psi_\eta(\eta_i) = \frac{2}{\pi} \left[\arcsin(\eta_i(\omega))^{0.5} - \sqrt{\eta_i(\omega)(1-\eta_i(\omega))} \right]; \\ \eta_i(\omega) = \begin{cases} 0, & \varepsilon_E < u; \\ \frac{\varepsilon_E - u}{2\omega} - F_q \left[\left(1 + \frac{1}{2} F_q \right) \left(1 - \sqrt{1 - \frac{\varepsilon_E - u}{2\omega(1 + 0.5F_q)^2}} \right) \right], & \varepsilon_E \geq u; \end{cases} \\ \eta(\varepsilon_E) = \int_0^{v_s} dv \int_0^{\min(\varepsilon_E, u_s)} \eta_i(\omega) \phi''_{n2}(u, v) du. \end{cases} \quad (17)$$

Зависимости $\eta(F_q)$ для $r(\omega) = \text{const}$ при описании опорной кривой параболой и бета-функцией показаны соответственно на рис. 4а и 4б. Для сравнения полученных результатов параметры v и b рассчитывались по выражениям (3) и (4). Как следует из рис. 4, при описании опорной кривой бета-функцией кривые для разных значений α и β практически сливаются в одну линию, чего не наблюдается при описании опорной кривой параболой для соответствующих значений α и β .

Зависимости $\eta(F_q)$ для $r(\omega) \sim \omega^{-1}$ представлены на рис. 5. В отличие от аналогичных зависимостей $\eta_{01}(F_q)$ при $r(\omega) = \text{const}$, при разных значениях α и β

они отличаются. Это можно объяснить разным распределением высот неровностей при разных значениях α и β , а значит, и разным распределением радиусов неровностей.

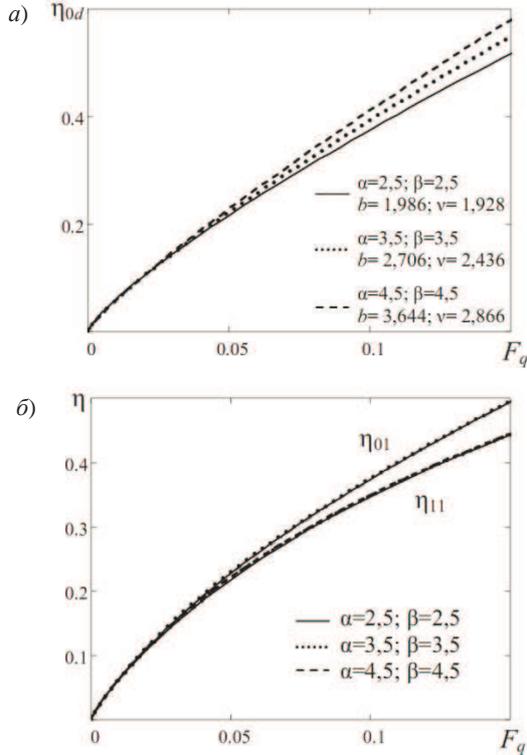


Рис. 4. Зависимость $\eta(F_q)$ для разных функций плотности распределения выступов неровностей: а) описываемых выражением (5); б) выражением (8) без учета (η_{01}) и с учетом (η_{11}) взаимного влияния неровностей

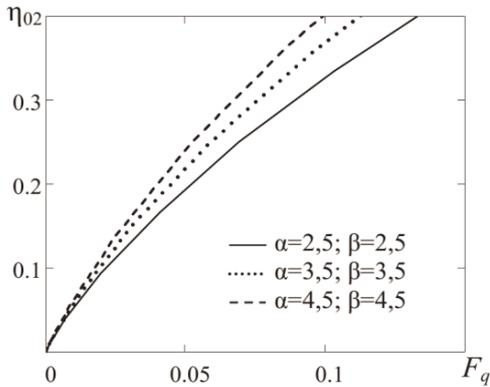


Рис. 5. Вид $\eta_{02}(F_q)$ в зависимости от значений параметров α и β

Плотности распределения высот неровностей рассчитывались по следующим выражениям [7]:

$$\phi'(\omega) = \begin{cases} \int_{\omega}^{u_s} \phi'_{nv}(1-\omega-u) \cdot \phi'_{nu}(u) du, & 0 \leq \omega \leq u_s; \\ u_s - \omega & \\ 1 - \omega & \\ \int_{\omega}^{u_s} \phi'_{nv}(1-\omega-u) \cdot \phi'_{nu}(u) du, & u_s \leq \omega \leq 1; \\ 0 & \end{cases} \quad (18)$$

$$\phi'_{nu}(u) = \frac{(u/u_s)^{\alpha_1-1} (1-u/u_s)^{\beta_1-1}}{u_s B(\alpha_1, \beta_1)},$$

$$\phi'_{nv}(v) = \frac{(v/v_s)^{\alpha_2-1} (1-v/v_s)^{\beta_2-1}}{v_s B(\alpha_2, \beta_2)},$$

где u_s, v_s – соответственно уровни насыщения вершин и впадин; $B(\alpha_i, \beta_i)$ – бета-функция; α_i, β_i – некоторые константы

Зависимости $\phi'(\omega)$ показаны на рис. 6.

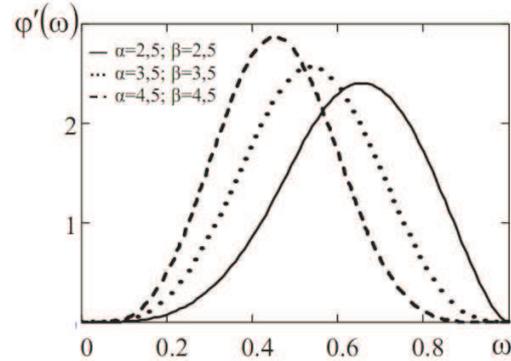


Рис. 6. Функции плотности распределения высот неровностей

На рис. 7 пунктирной линией представлены зависимости $\eta(F_q)$ для упрощенной модели шероховатости с $r(\omega) = \text{const}$ в сравнении с моделью с переменными радиусами. Здесь существенное значение имеет высота неровностей. При одинаковом значении параметра A_c с уменьшением ω радиус неровностей увеличивается и, соответственно, увеличивается значение η при одинаковом значении параметра F_q .

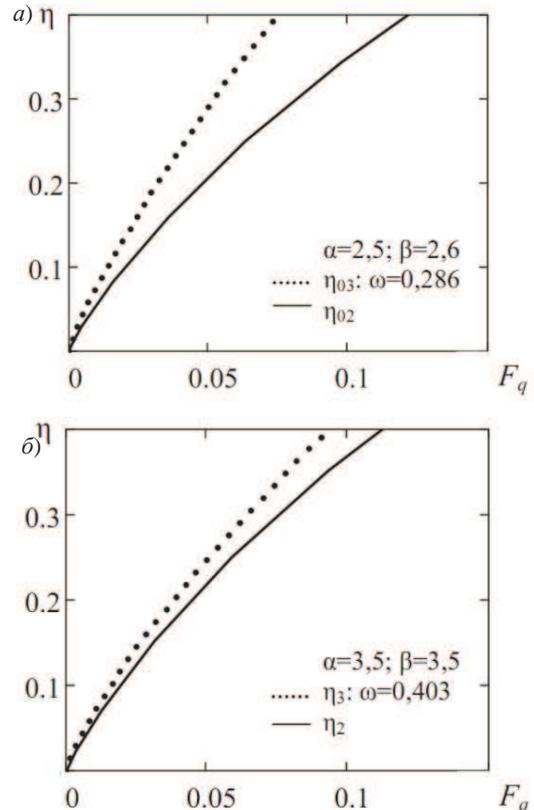


Рис. 7. Зависимости $\eta(F_q)$ для упрощенной модели шероховатости и модели с переменными радиусами

Заключение

1. Рассмотрены разные подходы для разработки дискретной модели шероховатости, при которых функции распределения вершин неровностей определены из выражений для опорных кривых профиля. При описании опорной кривой бета-функцией плотности распределения вершин неровностей имеют характерный максимум, чего не наблюдается при описании опорной кривой параболой, когда функция плотности распределения вершин неровностей является монотонно возрастающей.

2. Вышеуказанное приводит к расхождениям при определении относительной площади контакта. Заметные расхождения имеют место при $F_q > 0,1$.

3. Взаимное влияние неровностей имеет место также при $F_q > 0,1$. Этот фактор необходимо обязательно учитывать при использовании в соединениях низкомолекулярных материалов.

4. При описании опорной кривой бета-функцией для $r(\omega) = \text{const}$ зависимости $\eta_{01}(F_q)$ при разных значениях α и β практически совпадают, чего не наблюдается при описании опорной кривой с параметрами v и b , рассчитанными для соответствующих значений α и β .

5. В отличие от зависимостей $\eta_{01}(F_q)$, для $r(\omega) = \text{const}$ аналогичные зависимости $\eta_{02}(F_q)$ при разных значениях α и β отличаются. Это объясняется разным распределением высот неровностей, а значит и разным распределением радиусов неровностей.

6. При использовании упрощенной модели шероховатой поверхности с $r(\omega) = \text{const}$ зависимости $\eta_{03}(F_q)$ определяются значениями ω . Поэтому при определении ω требуется максимальное соответствие моделируемой поверхности реальной.

7. Для точных расчетов контактных характеристик рекомендуется использовать дискретную модель шероховатой поверхности, учитывающую распределения

высот неровностей, что имеет место с реальными шероховатыми поверхностями.

Литература

1. Демкин Н.Б. Выражение опорной кривой с помощью бета-функции // Контактное взаимодействие твердых тел: сб. ст. Калинин: КГУ, 1982. С. 3-9.
2. Огар П.М., Горохов Д.Б. Соотношение между параметрами опорных кривых профиля при описании их параболой и отношением бета-функции // Труды Братского государственного университета. Сер. Естественные и инженерные науки. 2013. Т. 1. С. 161-164.
3. Огар П.М., Корсак И.И. Влияние характеристик тяжелонагруженного стыка шероховатых поверхностей на герметичность. Братск: БРИИ, 1989. 110 с. Деп. в ВИНТИ, № 6109-В90.
4. Огар П.М. Контактные характеристики и герметичность неподвижных стыков пневмогидроуплотнительных систем двигателей летательных аппаратов: дис. ... д-ра техн. наук. Братск, 1997. 345 с.
5. Долотов А.М., Огар П.М., Чегодаев Д.Е. Основы теории и проектирование уплотнений пневмогидроарматуры летательных аппаратов. М.: Изд-во МАИ, 2000. 296 с.
6. Огар П.М., Шеремета Р.Н., Лхангаг Д. Герметичность металлополимерных стыков шероховатых поверхностей. Братск: БрГУ, 2006. 159 с.
7. Огар П.М., Горохов Д.Б. Контактное взаимодействие шероховатых поверхностей: фрактальный подход. Братск: БрГУ, 2007. 171 с.
8. Огар П.М., Тарасов В.А., Корсак И.И. Оптимальное проектирование затворов трубопроводной арматуры. Братск: БрГУ, 2012. 145 с.

References

1. Demkin N.B. Expression of the reference curve with the beta function // Contact interaction of solids. Kalinin: KGU, 1982. P. 3-9.
2. Ogar P.M., Gorokhov D.B. The relationship between the parameters of the reference profile curves in the description of the parabola and the ratio of the beta function // Trudi BrGU. Seria: Estesvennie i inzhenerne nauki. 2013. T. 1. S.161-164.
3. Ogar P.M., Korsak I.I., The influence of the heavy-laden interface of rough surfaces characteristics on leaktightness. – Bratsk: BrGI, 1989. 110 p. Dep. in VINITI, № 6109-В90.
4. Ogar P.M. Contact characteristics and the tightness of fixed joints of pneumohydraulic and fuel systems of engines flying machines: dis. ... d-ra tekhn. nauk. Bratsk, 1997. 345 s.
5. Dolotov A.M., Ogar P.M., Chegodaev D.E. Fundamentals of the theory of designing and seals aircraft pneumohydrofittings. Moscow: Moscow Aviation Institute in 2000. 296 pp.
6. Ogar P.M., Sheremet, R.N., D. Lhanag Tightness of rough surfaces metal-polymer joints. Bratsk BrSU 2006. 159 pp.
7. Ogar P.M., Gorokhov D.B. Contacting a rough surfaces: the fractal approach. Bratsk BrSU. 2007. 171pp.
8. Ogar P.M., Tarasov V.A., Korsak I.I. Optimal design of gate valves. Bratsk BrSU, 2012. 145pp.