

Вывод

Предложен метод комплексной оценки работы гидротранспортных систем с использованием технических показателей надежности и учета конкретных производственных условий выполнения работ, позволяющий прогнозировать основные показатели работы конкретного земснаряда. Предложенный метод является универсальным, и его можно использовать для оценки ОТН любых типов систем, комплектов и отдельных машин.

Литература

1. Кузнецов С.М., Кузнецова К.С. Обработка результатов натурных испытаний при техническом и тарифном нормировании // Экономика. 2010. № 7. С. 88 – 99.

2. Кузнецов С.М., Пермяков В.Б., Хабарова П.А. Оценка значимости факторов организационно-технологической надежности работы земснарядов // Экономика. 2009. № 7. С. 56 - 61.

3. Анферов В.Н., Кузнецов С.М., Васильев С.И. Имитационная модель оценки организационно-технологической надежности работы стреловых кранов // Изв. вузов. Строительство. 2013. № 1. С. 70 – 78.

References

1. Kuznetsov S.M., Kuznetsova K.S. The processing of full-scale tests results at results at a rate and tariff setting // Ekonomika. 2010. № 7. S. 88 – 99.

2. Kuznetsov S.M., Permyakov V.B., Khabarova P.A. The importance assessment of the organizational and technological reliability factors in dredges performance // Ekonomika. 2009. № 7. S. 56 - 61.

3. Anferov V.N., Kuznetsov S.M., Vasil'yev S.I. The simulation model to assess the organizational and technological reliability of the boom-type cranes performance // Izv. vuzov. Stroitel'stvo. 2013. № 1. S. 70 - 78.

УДК 621.06

Обеспечение минимального значения амплитуд собственных колебаний упругих систем при воздействии мгновенного импульса

Нгуен Фу Туан^a, В.И. Соболев^b

Национальный исследовательский Иркутский государственный технический университет, ул. Лермонтова 83, Иркутск, Россия

^abennaydaiduong@yahoo.com, ^bvldsobol@yandex.ru

Статья поступила 21.05.2013, принята 20.08.2013

Конечномерные динамические модели, построенные на различных принципах дискретных аппроксимаций, являются в настоящее время наиболее популярными в исследованиях и конструировании систем различного назначения. Решение задач, связанных с определением и формированием параметров собственных колебаний таких динамических систем, связано с решением проблемы собственных значений, позволяющим в ряде случаев осуществить разделение дифференциальных уравнений динамики исходной многосвязной модели. Возможность такого разделения исходной многосвязной системы уравнений на отдельные дифференциальные уравнения использована в настоящей работе для формирования динамических систем с заданными свойствами при воздействии мгновенного импульса. Представление исходной динамической системы в пространстве собственных векторов, определенных решением проблемы собственных значений, позволяет использовать результаты, полученные при воздействии импульса на одномерную колебательную систему. Преобразование аналитических выражений, описывающих колебания одномерной системы при импульсивных воздействиях (обратные преобразования из пространства собственных векторов в исходное пространство), позволяет определить условия формирования систем с заданными свойствами. В данной работе приведено решение задачи формирования системы 2-го порядка, имеющей минимальные значения амплитуд собственных колебаний по заданному направлению, не совпадающему с направлением импульсивного воздействия.

Ключевые слова: колебания упруго-динамических систем, мгновенный импульс, матрицы собственных векторов, собственные частот, собственные значения, амплитуды.

Providing minimum amplitude of natural oscillations of elastic systems under prompt pulse action

Nguyen Phu Tuan^a, V.I. Sobolev^b

National Research Irkutsk State Technical University, 83 Lermontov st., Irkutsk, Russia

^abennaydaiduong@yahoo.com, ^bvldsobol@yandex.ru

Received 21.05.2013, accepted 20.08.2013

The finite-dimensional dynamic models based on different principles of discrete approximations are currently the most popular in the research and design of the systems for various applications. The solving of the problems related to the definition and formation of

the natural oscillations parameters of such dynamical systems is associated with the eigensolution problem, which allows implementing the separation of differential equations of the original multiply model dynamics in some cases. The possibility of such a multiply model separation of the equations original system into individual differential equations has been used in this paper to form the dynamic systems with desired properties under prompt pulse action. The presentation of the original dynamical system in the space of eigenvectors determined by the eigensolution problem allows using the results obtained under the pulse influence on the one-dimensional oscillating system. Conversion of analytical expressions describing one-dimensional system oscillations under the pulse inputs (inverse transformation from the eigenvectors space into the original one) allows determining the conditions to form the systems with specified properties. In this paper, we produce the solution of the problem of the second order system formation having the minimum amplitude of natural oscillations in a given direction and mismatching the pulse action direction.

Keywords: elastic-dynamic systems oscillations, prompt pulse, eigenvectors matrices, natural frequency, eigenvalues, amplitudes.

В работах [1, 2] было показано, что при воздействии мгновенного импульса на конечномерную линейную динамическую модель размерности n , имеющую перекрестные упругие связи, проявляются собственные колебания по всем возможным степеням свободы. При этом возникает задача формирования системы с минимальными амплитудами собственных колебаний. Такая проблема актуальна в задачах обеспечения сейсмостойкости сооружений, виброизоляции систем различного назначения, конструирования упругих систем, подверженных импульсным воздействиям, и т. д. [3, 4].

Рассмотрим условия определения собственных параметров динамических систем $|D - \lambda \cdot I| = 0$ [1], где $\lambda_i = \omega_i^2, i = 1..n$, I – единичная матрица, $D = RM^{-1}$, M – матрица инерционных параметров, R – матрица жесткостей динамической модели, ω_i – частоты собственных колебаний.

Для системы 2-го порядка эти условия имеют вид:

$$\lambda^2 - \lambda \left(\frac{r_{11}}{m_1} + \frac{r_{22}}{m_2} \right) + \frac{r_{11} r_{22}}{m_1 m_2} - \frac{r_{12}^2}{m_1 m_2} = 0. \quad (1)$$

Поскольку уравнение (1) должно иметь два положительных решения, то по закону Виета [5] справедливо:

$$\begin{cases} \lambda_1 + \lambda_2 = \frac{r_{11}}{m_1} + \frac{r_{22}}{m_2} > 0 \\ \lambda_1 \lambda_2 = \frac{r_{11} r_{22}}{m_1 m_2} - \frac{r_{12}^2}{m_1 m_2} > 0 \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} \frac{r_{11}}{m_1} + \frac{r_{22}}{m_2} > 0 \\ r_{11} r_{22} - r_{12}^2 > 0 \end{cases}. \quad (2)$$

где λ_1, λ_2 – два решения уравнения (1) ($\lambda_1 < \lambda_2$), и

$$\lambda_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{r_{11}}{m_1} + \frac{r_{22}}{m_2} - \sqrt{\left(\frac{r_{11}}{m_1} - \frac{r_{22}}{m_2} \right)^2 + 4 \cdot \frac{r_{12}^2}{m_1 m_2}} \right);$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{r_{11}}{m_1} + \frac{r_{22}}{m_2} + \sqrt{\left(\frac{r_{11}}{m_1} - \frac{r_{22}}{m_2} \right)^2 + 4 \cdot \frac{r_{12}^2}{m_1 m_2}} \right).$$

Для системы 2-го порядка собственный вектор A_1 можно определить из решения системы уравнений [6]:

$$\begin{bmatrix} \frac{r_{11}}{m_1} - \lambda_1 & \frac{r_{12}}{m_1} \\ \frac{r_{21}}{m_2} & \frac{r_{22}}{m_2} - \lambda_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \end{bmatrix} = 0.$$

Принимая $a_{11} = 1$, имеем:

$$a_{21} = \frac{-\left(\frac{r_{11}}{m_1} - \lambda_1 \right)}{\frac{r_{12}}{m_1}} = \frac{\lambda_1 \cdot m_1 - r_{11}}{r_{12}}.$$

Для определения собственного вектора A_2 имеем:

$$a_{22} = 1 \text{ то } a_{12} = \frac{-\frac{r_{12}}{m_1}}{\left(\frac{r_{11}}{m_1} - \lambda_2 \right)} = \frac{r_{12}}{\lambda_2 \cdot m_1 - r_{11}}.$$

Таким образом, матрица собственных векторов Φ имеет вид:

$$\Phi = [A_1, A_2] = \begin{bmatrix} 1 & \frac{r_{12}}{\lambda_2 \cdot m_1 - r_{11}} \\ \frac{\lambda_1 \cdot m_1 - r_{11}}{r_{12}} & 1 \end{bmatrix}.$$

Выполнив операцию обращения, получаем:

$$\Phi^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{r_{11} - \lambda_2 m_1}{(\lambda_1 - \lambda_2) m_1} & \\ \frac{r_{11}^2 - m_1 r_{11} (\lambda_1 + \lambda_2) + \lambda_1 \lambda_2 m_1^2}{r_{12} m_1 (\lambda_1 - \lambda_2)} & \\ \frac{r_{12}}{(\lambda_1 - \lambda_2) m_1} & \\ \frac{r_{12} (r_{11}^2 - m_1 r_{11} (\lambda_1 + \lambda_2) + \lambda_1 \lambda_2 m_1^2)}{r_{12} m_1 (\lambda_1 - \lambda_2) (r_{11} - \lambda_1 m_1)} & \end{bmatrix}.$$

или

$$\Phi^{-1} = \frac{1}{(\lambda_1 - \lambda_2) m_1} \cdot \begin{bmatrix} r_{11} - \lambda_2 m_1 & \\ \frac{r_{11}^2 - m_1 r_{11} (\lambda_1 + \lambda_2) + \lambda_1 \lambda_2 m_1^2}{r_{12}} & \\ \frac{r_{12}}{r_{11} - \lambda_1 m_1} & \\ \frac{r_{12} (r_{11}^2 - m_1 r_{11} (\lambda_1 + \lambda_2) + \lambda_1 \lambda_2 m_1^2)}{(r_{11} - \lambda_1 m_1)} & \end{bmatrix}.$$

Если мгновенный импульс действует по направлению с номером 1, то по результатам работы [1] перемещения x_j по заданным направлениям с номером j можно записать в виде:

$$x_j(t) = \sum_{i=1}^n a_{ij} b_{ji} \frac{\sin(\omega_i t)}{\omega_i};$$

где a_{ij} – элементы матрицы Φ ; b_{ji} – элементы матрицы Φ^{-1} .

Для системы 2-го порядка рассмотрим перемещения x_2 по второму направлению:

$$x_2(t) = \frac{1}{(\lambda_1 - \lambda_2) m_1} \left(\frac{\lambda_1 \cdot m_1 - r_{11}}{r_{12}} \cdot \frac{r_{11} - \lambda_2 m_1}{\sqrt{\lambda_1}} \sin(\omega_1 t) + 1 \cdot \frac{r_{11}^2 - m_1 r_{11} (\lambda_1 + \lambda_2) + \lambda_1 \lambda_2 m_1^2}{r_{12} \sqrt{\lambda_2}} \sin(\omega_2 t) \right)$$

Величина $x_2(t)$ достигает максимального значения по параметру времени при $\sin(\omega_1 t) = \sin(\omega_2 t) = 1$. При $\omega_1 = \omega_2$ система не имеет перекрестных упругих связей [2].

Рассмотрим случай $\sin(\omega_1 t) = \sin(\omega_2 t) = 1$.

$$\begin{cases} \omega_1 t = \frac{\pi}{2} + 2p\pi, & p = 0, 1, 2, \dots \\ \omega_2 t = \frac{\pi}{2} + 2k\pi & k = 0, 1, 2, \dots \end{cases}$$

или

$$\frac{\pi}{2\omega_2} + \frac{2k\pi}{\omega_2} = \frac{\pi}{2\omega_1} + \frac{2p\pi}{\omega_1}, \quad p, n = 0, 1, 2, \dots$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\frac{1}{2} + 2p}{\frac{1}{2} + 2k}, \quad p, n = 0, 1, 2, \dots \quad (3)$$

Допустим, что $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \varepsilon$, тогда выражение (3) можно

записать в виде:

$$\varepsilon - \frac{\frac{1}{2} + 2p}{\frac{1}{2} + 2k} = 0, \quad p, k = 0, 1, 2, \dots \quad (4)$$

Решение уравнения (4) на графике отображается линией пересечения поверхностей функций

$$f_t(p, k) = \varepsilon - \frac{\frac{1}{2} + 2p}{\frac{1}{2} + 2k} = 0, \text{ и поверхности } XOY,$$

где

$$p, k = 0, 1, 2, \dots$$

Справедливо следующее утверждение: момент времени, $t = T$, при котором собственные перемещения достигают максимального значения, осуществляется при $\sin(\omega_1 t) = \sin(\omega_2 t) = 1$ [7, 8].

При этом максимум функции перемещения некоторого узла модели по направлению с номером 2 при воздействии мгновенного импульса выражается в виде:

$$\max_t (x_2(t)) = \left| \frac{-1}{(\lambda_1 - \lambda_2) m_1} \cdot \frac{(r_{11} - \lambda_1 \cdot m_1)}{r_{12}} \cdot \frac{r_{11} - \lambda_2 m_1}{\sqrt{\lambda_1}} \right| + \left| \frac{1}{(\lambda_1 - \lambda_2) m_1} \cdot \frac{r_{11}^2 - m_1 r_{11} (\lambda_1 + \lambda_2) + \lambda_1 \lambda_2 m_1^2}{r_{12} \sqrt{\lambda_2}} \right|$$

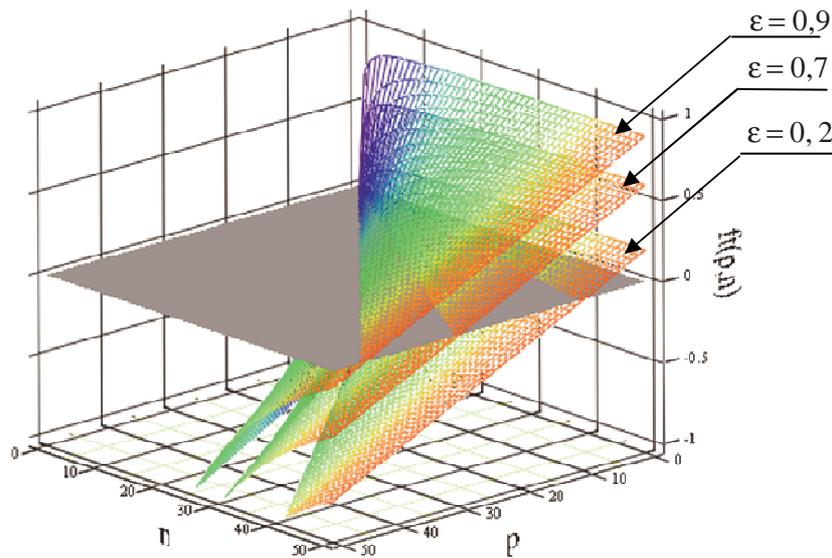


Рис. 1. График функции $f_t(p, n)$ при $\varepsilon = 0,2; 0,7; 0,9$

Подставив значения λ_1, λ_2 в $\max_t(x_2(t))$, получаем

$$\max_t(x_2(t)) = \frac{-r_{12}^2}{m_2 \sqrt{\left(\frac{r_{11}}{m_1} - \frac{r_{22}}{m_2}\right)^2 + 4 \cdot \frac{r_{12}^2}{m_1 m_2}}}$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{r_{11}}{m_1} + \frac{r_{22}}{m_2} - \sqrt{\left(\frac{r_{11}}{m_1} - \frac{r_{22}}{m_2}\right)^2 + 4 \cdot \frac{r_{12}^2}{m_1 m_2}} \right)}} + \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{r_{11}}{m_1} + \frac{r_{22}}{m_2} + \sqrt{\left(\frac{r_{11}}{m_1} - \frac{r_{22}}{m_2}\right)^2 + 4 \cdot \frac{r_{12}^2}{m_1 m_2}} \right)}} \right)$$

На основе выражения (5) и условия (2) построим график $\max_t(x_2(t))$ от m_1 и m_2 . При этом фиксируем значения параметров жесткостей.

Анализируя график зависимости $\max_t(x_2(t))$ от масс, можно сделать вывод, что при увеличении масс максимум перемещений собственных колебаний увеличивается. В точках ($m_1 = 0$) функция $\max_t(x_2(t))$ от m_1 и m_2 достигает минимального значения.

При увеличении массы, в точке приложения импульса максимум перемещений собственных колебаний по направлению 2 увеличивается быстро, а при увеличении массы максимум перемещений собственных колебаний по этому направлению уменьшается медленно.

Таким образом, более эффективно изменение величины максимума посредством изменения массы m_1 .

На основе выражения (5) и условия (2) построим график зависимости $\max_t(x_2(t))$ от m_1 и m_2 . При этом фиксируем значения r_{12} и масс.

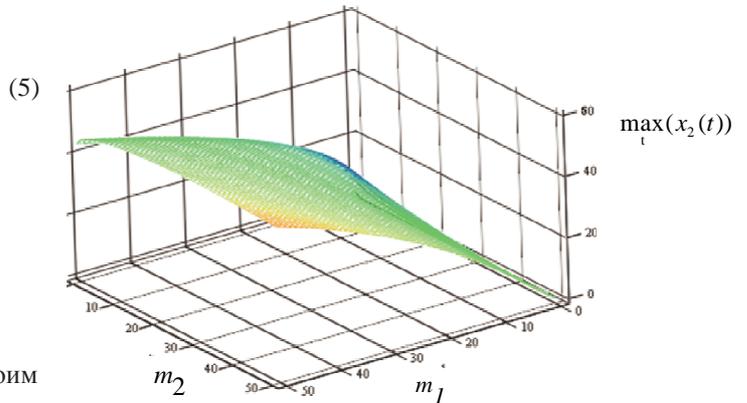


Рис. 2. График зависимости $\max_t(x_2(t))$ от m_1 и m_2

График зависимости $\max_t(x_2(t))$ от r_{11} и r_{22} показывает, что при фиксированных значениях массовых параметров величина функции $\max_t(x_2(t))$ по направлению стремится к нулю при бесконечных больших значениях (r_{11}, r_{22}).

А величина максимума перемещения получает максимальное значение при бесконечных малых значениях (r_{11}, r_{22}) и при $\frac{r_{11}}{m_1} = \frac{r_{22}}{m_2}$. Таким образом, для минимизации максимума перемещения по жесткостным параметрам r_{11}, r_{22} должны увеличиваться значения r_{11}, r_{22} , при которых значения $\frac{r_{11}}{m_1}$ удалены от значения $\frac{r_{22}}{m_2}$.

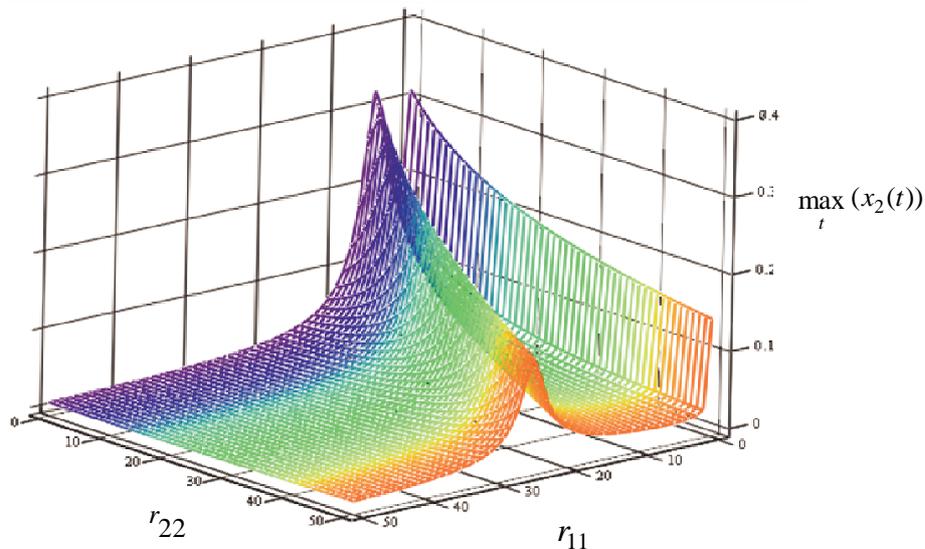


Рис. 3. График зависимости $\max_t(x_2(t))$ от r_{11} и r_{22}

Условия (2) для переменной r_{12} можно записать в виде:

$$\begin{cases} \frac{r_{11} + r_{22}}{m_1 m_2} > 0 \\ \sqrt{r_{11} r_{22}} > r_{12} > -\sqrt{r_{11} r_{22}} \end{cases}. \quad (6)$$

На основе выражения (5) и условия (6) построим график зависимости $\max_t (x_2(t))$ от r_{12} . При этом фиксируем значения масс r_{11}, r_{22} .

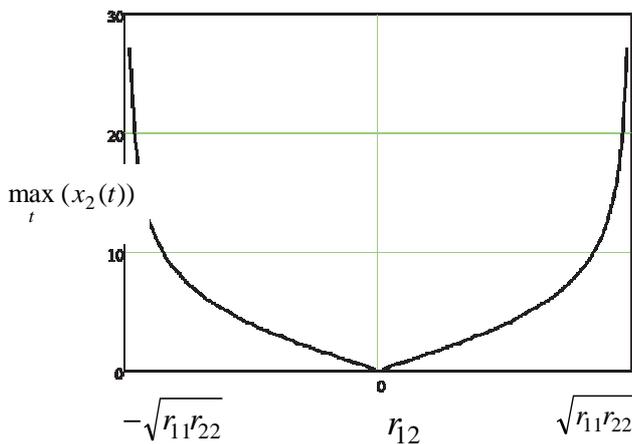


Рис. 4. График зависимости $\max_t (x_2(t))$ от r_{12}

Из графика видно, что величина максимума перемещения по направлению 2 неограниченно возрастает при $|r_{12}|$ и стремится к $\sqrt{r_{11} r_{22}}$. В точке $r_{12} = 0$ величина максимума перемещения равна нулю.

Итак, из изложенных зависимостей максимального значения перемещения по заданному направлению можно сделать следующий вывод: минимизировать значения амплитуд собственных колебаний по некоторому направлению j , не совпадающему с направлением воздействия i , можно с помощью следующих способов:

- уменьшать массу элемента, на которую направлены действия мгновенного импульса;
- уменьшать r_{ij} при $i \neq j$;

– увеличивать r_{ij} ($i = j$) при которых значения $\frac{r_{11}}{m_1}$

удалены от значения $\frac{r_{22}}{m_2}$.

Литература

1. Соболев В.И., Нгуен Фу Туан. Конечномерные аппроксимации в моделировании собственных колебаний упругих систем при воздействии мгновенного импульса // Вестн. ИрГТУ. 2012. Т.9. С. 51-54.
2. Соболев В.И., Нгуен Фу Туан. Проявление кратности частот в собственных колебаниях конечномерных систем // Там же. 2013. Т. 3. С. 32-34.
3. Рабинович И.М. Расчет сооружений на импульсное воздействие. М.: Стройиздат, 1970. С. 303.
4. Вибрации в технике: справочник. В 6 т. / гл. ред. В.Н. Челомей. М.: Машиностроение, 1981. Т. 6. Защита от вибрации и ударов. 456 с.
5. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс. 7-е изд. М.: Айрис-пресс, 2008. 608 с.
6. Гайдзуров П.П. Методы, алгоритмы и программы расчета стержневых систем на устойчивость и колебаний: моногр. Новочеркасск: Юж. Рос. гос. техн. ун-т, 2010. 230 с.
7. Брэйи Н.Г. де. Асимптотические методы в анализе: моногр. М.: Иностранная литература, 1961. 248 с.
8. Зорич В.А. Математический анализ. Ч. 2. М.: Наука, 1984. 640 с.

References

1. Sobolev V.I., Nguyen Phu Tuan. The finite-dimensional approximation in simulating natural oscillations of elastic systems under the prompt pulse action// Vestn. IrGTU. 2012. T. 9. S. 51-54.
2. Sobolev V.I., Nguyen Phu Tuan. The frequency multiplicity phenomenon in natural oscillations of the finite-dimensional systems // Tam zhe. 2013. T. 3. S. 32-34.
3. Rabinovich I.M. The structural analysis of pulse action. M.: Stroyizdat, 1970. S. 303.
4. Vibrations in engineering: a reference-book. V 6 t. M.: Mashinostroeniye, 1981. T. 6. Protection from vibration and impacts. 456 s.
5. Pis'menny D.T. Lectures on Higher Mathematics: full-time course. M.: Airis-press, 2008. 608 s.
6. Gaydzurov P.P. The methods, algorithms and software systems to calculate the core stability and vibration: monogr. Novocherkassk: YuRGTU, 2010. 230 s.
7. De Bruijn N.G. Asymptotic methods in analysis: monogr. M.: Inostrannaya literatura, 1961. 248 s.
8. Zorich V.A. Mathematical analysis. P II. M: Nauka, 1984. 640 s.