

УДК 621.01:621.81:621.891

## Критерий пластичности для единичной неровности при контактировании жесткой шероховатой поверхности с полупространством

П.М. Огар<sup>a</sup>, В.А. Тарасов<sup>b</sup>, А.В. Турченко<sup>c</sup>

Братский государственный университет, ул. Макаренко 40, Братск, Россия

<sup>a</sup>ogar@brstu.ru, <sup>b</sup>TV-post@yandex.ru, <sup>c</sup>turchenko1986@yandex.ru

Статья поступила 24.02.2013, принята 22.04.2013

*Определен критерий пластичности при контактировании жесткой шероховатой поверхности с упругопластическим полупространством. Допущено, что взаимное влияние микронеровностей эквивалентно влиянию равномерно распределенной нагрузки  $q_c$ , действующей в кольцевой области  $W_2(\rho = \overline{a_{ci}, a_L})$ , причем  $a_L \gg a_{ci}$ . Приведены выражения, характеризующие упругий контакт отдельной неровности и шероховатой поверхности с полупространством. Показано, что распределение давления на площадке контакта вследствие взаимного влияния неровностей имеет вид  $p(r) = p_0(1 - r^2/a^2)^\beta$ , где  $0 < \beta \leq 0,5$ ,  $p_0$  – максимальное давление на площадке контакта. Приведены выражения для определения эквивалентного напряжения на площадке контакта и на оси  $z$ . Показано, что начало пластической деформации для отдельных неровностей зависит от общего напряженно-деформированного состояния в области контакта.*

**Ключевые слова:** критерий пластичности, сферическая неровность, упругий контакт, взаимное влияние неровностей, шероховатая поверхность, эквивалентное напряжение.

## The criterion plasticity for individual asperity when contacting rigid rough surfaces with the half-space

P.M. Ogar<sup>a</sup>, V.A. Tarasov<sup>b</sup>, A.V. Turchenko<sup>c</sup>

Bratsk State University, 40 Makarenko str., Bratsk, Russia

<sup>a</sup>ogar@brstu.ru, <sup>b</sup>TV-post@yandex.ru, <sup>c</sup>turchenko1986@yandex.ru

Received 24.02.2013, accepted 22.04.2013

*Criterion of plasticity at contact the rigid rough surface with elastic-plastic half-space was defined. Assumed that the mutual influence of the roughness equivalent to the influence of a uniformly distributed load acting in the annular area  $W_2(\rho = \overline{a_{ci}, a_L})$ , where  $a_L \gg a_{ci}$ . Expressions characterizing the elastic contact the individual asperity and rough surface with the half-space are given. It is shown that the pressure distribution in the contact area due to the mutual influence of roughness is of the form  $p(r) = p_0(1 - r^2/a^2)^\beta$ , where  $0 < \beta \leq 0,5$ ,  $p_0$  - the maximum pressure at the site of contact. Expressions are given for the determination of the equivalent stress at the contact area and on the axis  $z$ . It is shown that the onset of plastic deformation for individual roughness depends on the overall stress-strain state in the contact area.*

**Keywords:** the criterion plasticity, spherical asperity, elastic contact, mutual interference of asperities, rough surface, equivalent stress.

**Введение.** Для многих соединений деталей машин характерна большая плотность пятен контакта, при которой на контактные характеристики в значительной мере оказывают взаимное влияние неровности. Поэтому вызывает практический интерес определение начала пластической деформации для единичной неровности при контакте жесткой шероховатой поверхности, представленной в виде набора сферических сегментов, с упругопластическим полупространством.

Без учета взаимного влияния неровностей вопрос был рассмотрен в работе [1], в которой были исследованы критерии энергетической теории сдвиговой деформации Мизеса, максимального касательного на-

пряжения Треска и критерий максимального приведенного напряжения. Различия разных критериев невелики, поэтому целесообразно использовать критерий Треска из-за его алгебраической простоты.

Согласно критерию максимального касательного напряжения Треска пластическая деформация на оси  $Z$  соответствует эквивалентному напряжению:

$$\sigma_{э\kappa\theta} = |\sigma_3 - \sigma_1| = 2\tau_{1\max} = \sigma_Y.$$

При этом контактное давление максимально при:

$$p_0 = 1.613\sigma_Y.$$

В общем случае максимальное контактное давление, при котором начинается пластическая деформация, можно представить выражением:

$$p_{0p} = K_y \sigma_y,$$

где  $K_y$  – константа.

Взаимное влияние неровностей на начало пластической деформации рассматривалось в работе [2], в которой была допущена методологическая ошибка, приведшая к неправильному выводу (о чем будет указано далее). Кроме того, было сделано допущение о «герцевском» распределении давления на площадке контакта.

Целью настоящей работы является уточнение условий начала пластической деформации при взаимном влиянии неровностей.

**Постановка и решение задачи.** Впервые взаимное влияние неровностей на относительную площадь контакта рассматривалось в работах [3, 4, 5]. Контакт жесткой отдельной сферической поверхности радиусом  $R$  и с вершиной, расположенной на расстоянии  $uR_{\max}$  от линии вершин шероховатой поверхности, с упруго-пластическим полупространством рассмотрен в системе цилиндрических координат  $\rho, \varphi, z$  с началом в точке  $O$ , принадлежащей недеформированной поверхности полупространства. Принято допущение, что влияние на характеристики контакта отдельной неровности в пределах круговой области  $W_1(\rho = 0, a_{ri})$  напряжений на остальных пятнах контакта будет эквивалентно влиянию равномерно распределенной нагрузки  $q_c$ , действующей в кольцевой области  $W_2(\rho = a_{ci}, a_L)$ , причем  $a_L \gg a_{ci}$ . Ниже приведем выражения, характеризующие контакт отдельной неровности и шероховатой поверхности с полупространством.

Распределение контактного давления на площадке контакта:

$$p_{ri}(\eta_i, r_i) = \frac{4\eta_i^{0.5} \omega R_{\max}}{\pi \theta a_{ci}} \sqrt{1 - \frac{r_i^2}{a_{ri}^2}} + \frac{q_c}{\pi} \arccos \frac{1 - \eta_i (2 - r_i^2/a_{ri}^2)}{1 - \eta_i r_i^2/a_{ri}^2}; \quad (1)$$

контурное давление для отдельной неровности

$$q_{ci} = \frac{8\eta_i^{1.5} \omega R_{\max}}{3\pi \theta a_{ci}} + q_c \Psi_{\eta}(\eta_i), \quad (2)$$

где  $\Psi_{\eta}(\eta_i) = \frac{2}{\pi} [\arcsin \eta_i^{0.5} - \sqrt{\eta_i(1 - \eta_i)}]$ . (3)

В приведенных выражениях  $\omega, R_{\max}, a_{ci}$  – параметры микрогеометрии;  $\theta = E/(1 - \mu^2)$  – упругая постоянная;  $\eta_i = a_{ri}^2/a_{ci}^2$ .

Среднее  $p_{mi}$  и максимальное давление  $p_{ri}(\eta_i, 0)$  на пятне контакта:

$$p_{mi} = \frac{q_{ci}}{\eta_i} = \frac{8\eta_i^{0.5} \omega R_{\max}}{3\pi \theta a_{ci}} + \frac{q_c}{\eta_i} \Psi_{\eta}(\eta_i), \quad (4)$$

$$p_{ri}(\eta_i, 0) = \frac{4\eta_i^{0.5} \omega R_{\max}}{\pi \theta a_{ci}} + \frac{q_c}{\pi} \arccos(1 - 2\eta_i). \quad (5)$$

Упругий контакт шероховатой поверхности с полупространством описывается выражениями:

$$F_q(\varepsilon) = \frac{8 \int_0^{\min(\varepsilon, \varepsilon_s)} \eta_i^{1.5} \varphi'_n(u) du}{3\pi \int_0^{\min(\varepsilon, \varepsilon_s)} \Psi_{\eta}(\eta_i) \varphi'_n(u) du}; \quad (6)$$

$$q_c(\varepsilon) = \int_0^{\min(\varepsilon, \varepsilon_s)} q_{ci} \varphi'_n(u) du; \quad \eta(\varepsilon) = \int_0^{\min(\varepsilon, \varepsilon_s)} \eta_i \varphi'_n(u) du, \quad (7)$$

где  $F_q = \frac{\theta q_c a_{ci}}{\omega R_{\max}}$ , (8)

$$\eta_i = \frac{\varepsilon - u}{2\omega} - F_q \left[ 1 + \frac{F_q}{2} - \sqrt{\left(1 + \frac{F_q}{2}\right)^2 - \frac{\varepsilon - u}{2\omega}} \right]. \quad (9)$$

Область применения выражений (1) – (9) ограничена критерием пластичности, определяющим начало пластической деформации.

Схема нагружения полупространства при контактировании отдельной неровности представлена на рис. 1.

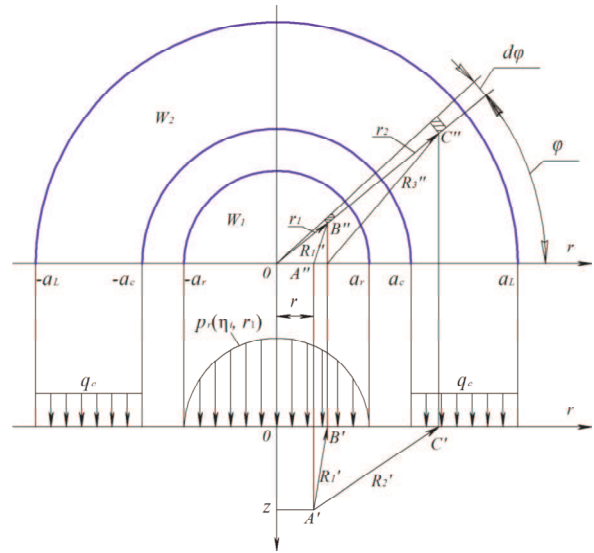


Рис.1. Схема нагружения полупространства

Для определения напряженно-деформированного состояния внутри полупространства используем соотношения закона Гука:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= 2G \left[ \varepsilon_r + \frac{\nu}{1 - 2\nu} \cdot e \right]; \\ \sigma_{\varphi} &= 2G \left[ \varepsilon_{\varphi} + \frac{\nu}{1 - 2\nu} \cdot e \right]; \\ \sigma_z &= 2G \left[ \varepsilon_z + \frac{\nu}{2 - 2\nu} \cdot e \right] \end{aligned} \quad (10a)$$

$$\begin{aligned} \tau_{rz} &= G \cdot \gamma; \\ \varepsilon_r &= \frac{\partial u_r}{\partial r}; \quad \varepsilon_\varphi = \frac{u}{r}; \quad \varepsilon_z = \frac{\partial u_z}{\partial z}; \\ \gamma &= \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\partial u_z}{\partial z}; \quad e = \varepsilon_z + \varepsilon_r + \varepsilon_\varphi; \end{aligned} \quad (10б)$$

где  $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$  – модуль сдвига,  $\sigma_r, \sigma_\varphi, \sigma_z$  – радиальные, окружные и осевые напряжения;  $u_z, u_r$  – осевые и радиальные деформации.

Вначале определим перемещения  $u_z$  и  $u_r$ . Используем принцип суперпозиции перемещений от действия нагрузок  $p_r$  и  $q_c$ :

$$u_z = u_{z1} + u_{z2}.$$

В работе [2] принято, что если распределение  $p_r(r_1)$  незначительно отличается от герцевского, то

$$p_r(r_1) = p_{r0} \sqrt{1 - r_1^2 / a_r^2}, \quad (11)$$

где  $p_{r0} = \frac{3}{2} p_m$ .

Однако с достаточно большой точностью (с погрешностью менее 1 %) выражение (1) можно представить в виде:

$$p_r(\eta_i, r_1) = p_m(\eta_i, 0) \left(1 - \frac{r_1^2}{a_r^2}\right)^\beta, \quad (12)$$

где  $\beta = p_{r0}(\eta_i, 0) - 1$ .

Напряжения и перемещения от нормального давления, распределенного по области  $W_1$  поверхности полупространства, могут быть найдены посредством суперпозиции с использованием результатов для сосредоточенной силы [6]. Для радиальных и осевых перемещений:

$$\bar{u}_r = -\frac{1-2\nu}{4\pi a} \cdot \frac{P}{r}, \quad \bar{u}_z = -\frac{1-\nu}{2\pi a} \cdot \frac{P}{r}. \quad (13)$$

В этом случае согласно данным работы [7] перемещение точек нагруженной области:

$$\begin{aligned} \bar{u}_z(r) &= \theta p_m a_r \frac{(1+\beta)2^{2(\beta+1)}}{\pi} \times \\ &\times \text{B}(\beta+1, \beta+1) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(1 - \frac{r^2}{a^2} \sin^2 \varphi\right)^{\beta+0.5} d\varphi \\ \bar{u}_r(r) &= -\theta p_m a_r \frac{1-2\nu}{(1-\nu)\pi} (1+\beta) \times \\ &\times \left[ 2^{2(\beta+1)} \text{B}(\beta+1, \beta+1) {}_2F_1\left(-\beta, -\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{r^2}{a_r^2}\right) - \right. \\ &\times 2 \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)^{\frac{\beta}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (-b/\varphi + c/\varphi) \times \\ &\times {}_2F_1\left(-\beta, 1; \beta+2; \frac{-b(\varphi)+c(\varphi)}{-b(\varphi)+c(\varphi)}\right) \cos \varphi d\varphi \left. \right] \end{aligned} \quad (15)$$

$$b(\varphi) = \frac{r}{a} \cos \varphi, \quad c(\varphi) = \left(1 - \frac{r^2}{a^2} \sin^2 \varphi\right)^{\frac{1}{2}};$$

где  $\text{B}(a, b)$  – бета-функция;  ${}_2F_1(a, b; c; x)$  – гипергеометрическая функция Гаусса.

Компоненты деформаций на поверхности  $\bar{\varepsilon}_r = \partial \bar{u}_r / \partial r$  и  $\bar{\varepsilon}_\varphi = u_r / r$  можно определить из выражения (15).

Для точек нагруженной области:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\bar{\sigma}_{ri}}{p_m} &= \frac{\nu}{1-\nu} \frac{\bar{\sigma}_z}{p_m} + \frac{1}{\theta p_m a} \left( \frac{\partial \bar{u}_r(\rho)}{\partial \rho} + \nu \frac{\bar{u}_r(\rho)}{\rho} \right) \\ \frac{\bar{\sigma}_\varphi}{p_m} &= \frac{\nu}{1-\nu} \frac{\bar{\sigma}_z}{p_m} + \frac{1}{\theta p_m a} \left( \frac{\bar{u}_r(\rho)}{\rho} + \nu \frac{\partial \bar{u}_r(\rho)}{\partial \rho} \right) \\ \frac{\bar{\sigma}_z}{p_m} &= -(\beta+1) (1-\rho^2)^\beta, \quad \rho = \frac{r}{a} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Используя критерий максимального касательного напряжения Треска, можно рассчитать эквивалентные напряжения на поверхности:

$$\sigma_Y = \max(|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_3 - \sigma_1|). \quad (17)$$

В работе [2] компоненты напряжений  $\sigma_i$  не определялись по отношению к  $p_m$ , а по отношению к первому слагаемому выражения (5), которое можно представить в виде:

$$p_{ri}(\eta_i, 0) = p_{h0} \left(1 + \frac{F_{qi}}{4\eta_i^{0.5}} \arccos(1 - \eta_i)\right),$$

где  $p_{h0} = \frac{4\eta_i^{0.5} \omega R_{\max}}{\pi \theta d_c}$ .

Таким образом, при определении значений относительных компонент напряжений в правой части выражений оказался множитель большой единицы, что привело к некорректной оценке реального напряженного состояния и выводу, что эквивалентные напряжения на поверхности превышают эквивалентные напряжения на оси z.

Напряжения на оси z можно вычислить, рассмотрев элементарные кольца с радиусами  $r_1$  и  $r_2$ , и площадями  $2\pi r_1 dr_1$  и  $2\pi r_2 dr_2$ . Нагрузки на кольца соответственно равны  $2\pi r_1 p_r(r_1) dr_1$  и  $2\pi r_2 q_c dr_2$ .

Подставляя эти значения в выражения для напряжений на оси от сосредоточенных сил (13) и интегрируя по областям  $W_1$  и  $W_2$ , находим:

$$\frac{\sigma_{z1}}{p_m} = \begin{cases} \left[ \begin{aligned} &{}_2F_1\left(-\beta, 1; -\frac{1}{2}; -\frac{z^2}{a_r^2}\right) + \\ &-(1+\beta) + 2\sqrt{\pi} \frac{r(\beta+1)}{r(\beta+1.5)} \times \\ &\times (0.25 - \beta^2) \frac{z^3}{a_r^3} \left(1 + \frac{z^2}{a_r^2}\right)^{\beta+1} \end{aligned} \right], \quad \frac{z}{a_r} \leq 1; \\ -\frac{3}{2} \cdot \frac{a^2}{z^2} {}_2F_1\left(1, \frac{5}{2}; \beta+2; \frac{a_r^2}{z^2}\right), \quad \frac{z}{a} \geq 1. \end{cases} \quad (18)$$

$$\frac{\sigma_{\Sigma 1}}{P_m} = \begin{cases} -2(1+\nu)(1+\beta) \left[ {}_2F_1\left(-\beta, 1; -\frac{1}{2}; -\frac{z^2}{a_r^2}\right) - \frac{\sqrt{\pi r(\beta+1)} z}{r(\beta+0,5) a_r} \times \left(1 + \frac{z^2}{a_r^2}\right)^{\beta-0,5} \right], \frac{z}{a_r} \leq 1 \\ -(1+\nu) \frac{a^2}{z^2} {}_2F_1\left(1, \frac{3}{2}; \beta+2; -\frac{a_r^2}{z^2}\right), \frac{z}{a} \geq 1. \end{cases} \quad (19)$$

На оси  $z$   $\sigma_r = \sigma_u$ , следовательно:

$$\sigma_{r1} = \sigma_{\phi 1} = 0,5(\sigma_{\Sigma 1} - \sigma_{z1}). \quad (20)$$

Аналогично находим:

$$\frac{\sigma_{z2}}{P_m} = \frac{\eta_i \frac{z^3}{a_r^3} \left[ \left(\bar{a}^2 + \eta_i \frac{z^2}{a_r^2}\right)^{\frac{3}{2}} - \left(1 + \eta_i \frac{z^2}{a_r^2}\right)^{\frac{3}{2}} \right]}{\frac{8\eta_i}{3\pi F_q} + \psi_\eta(\eta_i)}; \quad (21)$$

$$\frac{\sigma_{\Sigma 2}}{P_m} = \frac{2(1+\nu)\eta_i^{0,5} \frac{z}{a_r} \left[ \left(\bar{a}^2 + \eta_i \frac{z^2}{a_r^2}\right)^{\frac{3}{2}} - \left(1 + \eta_i \frac{z^2}{a_r^2}\right)^{\frac{3}{2}} \right]}{\frac{8\eta_i}{3\pi F_q} + \psi_\eta(\eta_i)}; \quad (22)$$

где  $\bar{a} = a_L/a_c$ ;

$$\frac{\sigma_{r2}}{P_m} = \frac{\sigma_{\phi 2}}{P_m} = 0,5 \left( \frac{\sigma_{\Sigma 2}}{P_m} - \frac{\sigma_{z2}}{P_m} \right). \quad (23)$$

Используя выражения (18) – (23), можно рассчитать относительные эквивалентные напряжения на оси  $z$ , используя следующий алгоритм:

– задаемся величиной  $\epsilon$ , характеризующей нагруженность жесткой шероховатой поверхности при внедрении ее в упругое полупространство, и определяем величину  $F_q$  из уравнения (б);

– задаемся уровнем  $u$  расположения неровности от уровня вершин шероховатой поверхности и по выражению (9) определяем величину  $\eta_i$ ;

– используя выражение (5), определяем  $\beta$ , входящее в выражение (12);

– определяем компоненты напряжений на оси  $z$  от нагрузки  $p_r(\eta_i, r)$ ;

– определяем компоненты напряжений на оси  $z$  от нагрузки  $q_c$ ;

– определяем суммарные компоненты напряжений на оси  $z$  от нагрузок  $p_r(\eta_i, r)$  и  $q_c$ :

$$\sigma_r = \sigma_{r1} + \sigma_{r2}, \quad \sigma_\phi = \sigma_{\phi 1} + \sigma_{\phi 2}, \quad \sigma_z = \sigma_{z1} + \sigma_{z2}. \quad (24)$$

В области нагружения и на оси  $z$  напряжения  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\phi$  и  $\sigma_z$  – главные, причем  $\sigma_1 = \sigma_z$ ,  $\sigma_2 = \sigma_\phi$ ,  $\sigma_3 = \sigma_r$ . На рис. 2 представлены типичные зависимости эквивалентных напряжений на поверхности (а), на оси  $z$  (б) и на оси  $z$  при отсутствии нагрузки  $q_c$  (в). Как следует из рис. 2, максимальные значения эквивалентных напряжений имеют место на оси  $z$ . Согласно критерию максимального касательного напряжения Треска пластическая деформация на оси  $z$  соответствует эквивалентному напряжению:

$$\sigma_y = |\sigma_3 - \sigma_1| = \sigma_y.$$

Результаты примеров расчетов приведены в таблице 1.

Таблица 1

*Характеристики контакта единичных неровностей*

$\epsilon$	$u$	$F_q$	$\eta_i$	$\beta$	$\frac{z}{a_r} \Big _{\max \sigma_y}$	$\frac{z}{a_r} \Big _{q_c=0, \max \sigma_y}$	$\frac{\sigma_y}{P_m}$	$\frac{\sigma_y}{P_m} \Big _{q_c=0}$	$\frac{q_m}{q_c}$	$\frac{P_0}{\sigma_y}$
0,05	0	2,86·10 <sup>-5</sup>	0,05	0,5	0,477	0,48	0,909	0,909	6,64·10 <sup>3</sup>	1,65
0,5	0	0,108	0,471	0,493	0,495	0,503	0,848	0,903	5,76	1,76
1,0	0	0,488	0,754	0,442	0,446	0,520	0,698	0,879	2,035	2,066
	0,5	0,488	0,392	0,48	0,412	0,523	0,690	0,898	1,396	2,146
1,5	0	0,948	0,88	0,37	0,464	0,539	0,58	0,841	1,63	2,354
	0,5	0,948	0,629	0,436	0,392	0,542	0,579	0,874	1,149	2,48
	1,0	0,948	0,320	0,474	0,344	0,537	0,571	0,893	0,786	2,581

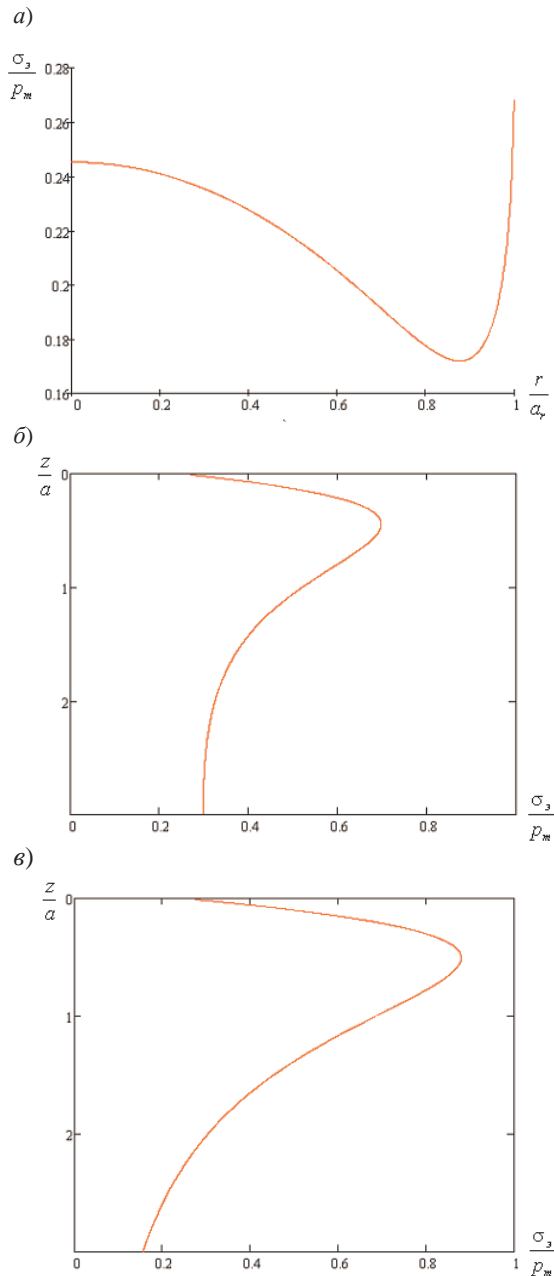


Рис. 2. Эквивалентные напряжения: а) – на площадке контакта; б) – на оси z; в) – на оси z при  $q_c = 0$

Следует отметить, что параметр  $\epsilon$  не является относительным сближением (отношением контактной деформации наивысшей неровности к максимальной высоте неровности  $R_{\max}$ ) при контактировании жесткой поверхности с упругим полупространством, как это принято в работах И.В. Крагельского и Н.Б. Демкина с учениками. Согласно теории контактирования шероховатой поверхности с полупространством с учетом взаимного влияния неровностей [3, 4, 5]  $i$ -я неровность контактирует с уже деформированным полупространством. Поэтому параметр  $\epsilon$ , который определяет уровень неровности, контактирующей в точке, может быть больше единицы, что невозможно, когда исходный уровень полупространства для каждой неровности не меняется.

Данные таблицы 1 получены в предположении, что контакт является упругим. Условием начала пластической деформации является выполнение равенства  $\max \sigma_3 = \sigma_y$ . Поэтому практический интерес представляет вопрос определения начала пластической деформации для неровности, величина которой находится на расстоянии  $u$  от уровня вершин (при каком значении  $\epsilon_c$  это произойдет и какое значение  $K_y = p(\eta_i, 0)/\sigma_y$  этому будет соответствовать). Так как  $\eta_i = \eta_i(\epsilon)$ , то  $p(\eta_i, 0) = p(\epsilon, 0)$ . Из выражений (4) и (5):

$$\frac{p_m}{q_c} = \frac{8}{3\pi} \cdot \frac{\eta_i(\epsilon)}{F_q(\epsilon)} + \frac{\Psi_\eta(\epsilon)}{\eta_i(\epsilon)}, \quad (25)$$

$$q_c = \frac{(1 + \beta(\epsilon))p_m}{\frac{4}{\pi} \cdot \frac{\eta_i^{0.5}(\epsilon)}{F_q(\epsilon)} + \frac{2}{\pi} \arccos \sqrt{1 - \eta_i(\epsilon)}}. \quad (26)$$

С другой стороны, учитывая (8):

$$q_c = \frac{F_q \omega R_{\max}}{a_c \epsilon_y} \cdot \sigma_y. \quad (27)$$

Из выражений (26) и (27) следует:

$$\frac{\sigma_y}{p_m} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{a_c \epsilon_y}{\omega R_{\max}} \cdot \frac{1 + \beta}{2\eta_i^{0.5}(\epsilon) + F_q(\epsilon) \arccos \sqrt{1 - \eta_i(\epsilon)}}. \quad (28)$$

Условие начала пластической деформации представим в виде:

$$\max \left( \frac{\sigma_3}{p_m} \left( \epsilon, \frac{z}{a} \right) \right) = \frac{\pi}{2} \cdot C_p \times \frac{1 + \beta(\epsilon)}{2\eta_i^{0.5}(\epsilon) + F_q(\epsilon) \arccos \sqrt{1 - \eta_i(\epsilon)}}, \quad (29)$$

где  $C_p = \frac{a_c \epsilon_y}{\omega R_{\max}}$  – комплексный параметр, характери-

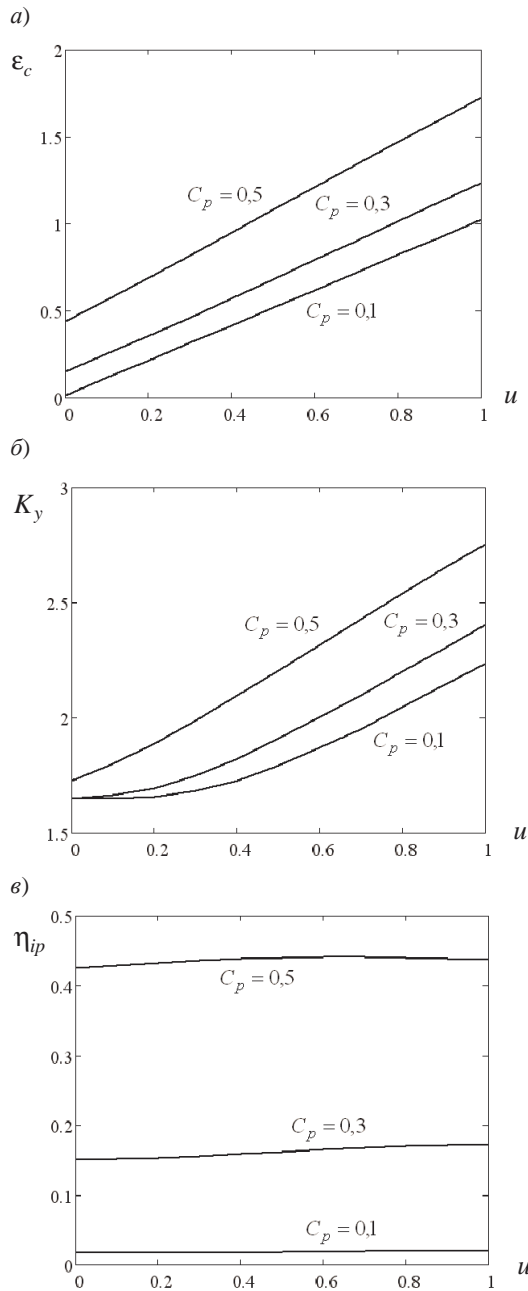
зующий микрогеометрию неровности и механические свойства материала.

Для нахождения максимального эквивалентного напряжения на оси  $z$  находим значение  $z/a$ , при котором:

$$\frac{d \left( \frac{\sigma_3}{p_m} \left( \epsilon, \frac{z}{a} \right) \right)}{d \left( \frac{z}{a} \right)} = 0. \quad (30)$$

Полученное значение  $z/a$  подставляем в выражение (29), решая которое относительно  $\epsilon$ , находим  $\epsilon_c = \epsilon$ , соответствующее началу пластической деформации для неровности, вершина которой находится на расстоянии  $u$  от уровня вершин. Имея значение  $\epsilon_c$  и  $u$ , можно найти значение относительной площади контакта  $\eta_{ip}(u)$ , при котором начинается пластическая деформация. Затем находим соответствующее значение

$K_y$ . Зависимости  $\epsilon_c(u)$  и  $K_y(u)$  для разных значений  $C_p$  представлены на рис. 3 а и рис.3 б, а на рис.3 в представлены зависимости  $\eta_{ip}(u)$ .



**Рис. 3.** Характеристики начала пластической деформации для неровности, расположенной на расстоянии  $u$  от уровня вершин: а) –  $\epsilon_c(u)$ ; б) –  $K_y(u)$ ; в) –  $\eta_{ip}$

### Выводы

1. Взаимное влияние неровностей снижает величину эквивалентных напряжений на оси  $z$ . При этом ве-

личина  $z/a$ , соответствующая максимальному эквивалентному напряжению, уменьшается.

2. С ростом расстояния  $u$  от уровня вершин значения параметров  $\epsilon_c$  и  $K_y = p_{0p}/\sigma_y$  увеличиваются, причем, в зависимости от значений  $C_p = 0,1 \dots 0,5$  диапазоны составляют:  $\epsilon_c = 0,0168 \dots 1,7$ ,  $K_y = 1,65 \dots 2,4$ .

3. Более стабильным является значение  $\eta_{ip}$ , которое определяется параметром  $C_p$  и практически не зависит от уровня  $u$ .

4. Таким образом, начало пластических деформаций для отдельных неровностей зависит от общего напряженно-деформированного состояния в области контакта.

### Литература

1. Огар П.М., Дайнеко А.А., Клюсс С.С. Критерий пластичности при контактировании шероховатых поверхностей // Механика XXI века: сб. докл. VI всерос. науч.-техн. конф. Братск: БрГУ, 2007. С. 281-285.
2. Огар П.М., Дайнеко А.А., Клюсс С.С. Критерий пластичности при моделировании контакта тяжело нагруженных шероховатых поверхностей // Системы. Методы. Технологии. 2009. №1. С. 14-18.
3. Огар П.М. Контактные характеристики и герметичность неподвижных стыков пневмогидропливных систем двигателей летательных аппаратов: дис. ... д-ра. техн. наук. Братск, 1997. 345 с.
4. Долотов А.М., Огар П.М., Чегодаев Д.Е. Основы теории и проектирование уплотнений пневмогидроаппаратуры летательных аппаратов. М.: Изд-во МАИ, 2000. 296 с.
5. Огар П.М., Шеремета Р.Н., Лханаг Д. Герметичность металл-полимерных стыков шероховатых поверхностей. Братск: Изд-во БрГУ, 2006. 159 с.
6. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. М.: Мир, 1989. 510 с.
7. Огар П.М., Тарасов В.А. Влияние формы осесимметричной нагрузки на напряженно-деформированное состояние упругопластического полупространства // Системы. Методы. Технологии. 2010. №1(5). С. 14-20.

### References

1. Ogar P.M., Dayneko A.A., Klyuss S.S. Plasticity criterion when contacting of rigid rough surfaces // Mekhaniki XXI veku. Tr. VI Vseros. nauch.-tekhn. konf. Bratsk: BrGU. 2007. S. 281-285.
2. Ogar P.M., Dayneko A.A., Klyuss S.S. Plasticity criterion when modeling contact of heavy loaded rough surfaces // Sistemy. Metody. Tekhnologii. 2009. № 1. S. 14-18.
3. Ogar P.M. Contact characteristics and fixed joints seal of flight-type engine hydropneumatic fuel delivery systems: dis. ... d-ra tekhn. nauk. Bratsk, 1997. 345 s.
4. Dolotov A.M., Ogar P.M., Chegodaev D.E. Theory basics and design of aircraft hydropneumatic valve sealings. M.: Izd-vo MAI, 2000. 296 s.
5. Ogar P.M., Sheremeta R.N., Lkhanag D. Sealing of rough surfaces metal-polymeric joints. Bratsk: BrGU, 2006. 158 s.
6. Johnson K. Contact mechanics. M.: Mir, 1989. 510 s.
7. Ogar P.M., Tarasov V.A. Effect of the axisymmetrical load shape on the loaded-strained state of elasticoplastic half-space // Sistemy. Metody. Tekhnologii. 2010. № 1(5). S. 14-20.