

## ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ И МАШИНОВЕДЕНИЯ

УДК 621:534; 883; 888.6

### Возможности динамических взаимодействий в механических колебательных системах при связанных внешних силах

С.В. Белокобыльский<sup>1</sup>, С.В. Елисеев<sup>2</sup>, В.Б. Кашуба<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Братский государственный университет, ул. Макаренко 40, Братск, Россия. E-mail: plemja@rambler.ru

<sup>2</sup> Иркутский государственный университет путей сообщения, ул. Чернышевского 15, Иркутск, Россия

Статья поступила 17.08.2012, принята.20.11.2012

*Рассмотрены возможности изменения динамических свойств механических колебательных систем при нескольких гармонических входах оборотной частоты, при связанных между собой амплитудах сил. Данное обстоятельство приводит к изменениям передаточной функции, а также ее частотных характеристик. Показано, что такая связность влияет на динамические свойства систем. Отмечено, что частота динамического гашения изменяется в соответствии со значением  $\alpha$  и может находиться в пределах трех зон: вторая зона соответствует отрицательным значениям квадрата частоты, что не представляет физического интереса; первая и третья зоны дают положительные значения частот, форм амплитудно-частотных характеристик. Таким образом, в системе с двумя степенями свободы при определении частоты динамического гашения и формирования амплитудно-частотных характеристик появляется настроечный параметр  $\alpha$ , который может изменяться в достаточно больших пределах. Приведен пример, основанный на введении дополнительных сил, управляемых таким образом, чтобы, изменяя некоторые динамические свойства системы, можно было рассматривать реализацию принципа управления состоянием системы по возмущающему воздействию. Численный эксперимент подтверждает возможности способа регулирования динамических свойств виброзащитной системы в отношении регулирования частотного интервала динамического гашения и возможностей получения падающей амплитудно-частотной характеристики (динамическое гашение до первого резонанса); при этом частоты собственного колебания не изменяются.*

**Ключевые слова:** связанные механические колебания, частотные свойства систем с дополнительными связями, динамическое гашение колебаний.

### Possibilities of dynamical interactions mechanical oscillation systems with connection external forces

S.V. Belokobilskij<sup>1</sup>, S.V. Eliseev<sup>2</sup>, V.B. Kashuba<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Bratsk State University, 40, Makarenko str., Bratsk, Russia. E-mail: plemja@rambler.ru

<sup>2</sup> Irkutsk State University of Railway Engineering, 15, Chernyshevskogo str., Irkutsk, Russia

The article received 17.08.2012, accepted 20.11.2012

*The possibility of changing the dynamic properties of mechanical oscillatory systems with several harmonic inputs reverse frequency when connected between the amplitudes, forces, this fact leads to changes in the transfer function, as well as its frequency characteristics. It is shown that the coherence of influence on the dynamic properties of the systems. It was noted that the frequency of dynamic damping is changed in accordance with the value of  $\alpha$  and may be in the range of three zones: the second zone corresponds to the negative values of the square of the frequency, which is not physical interest; the first and third zones give positive values of frequency, form of amplitude-frequency characteristics. Thus, in a system with two degrees of freedom in determining the frequency of dynamic damping and formation of amplitude-frequency characteristics appears setting item  $\alpha$ , which can vary in rather wide limits. The example based on the introduction of additional forces, managed in such a way that changing some of the dynamic properties of the system, can be viewed as the realization of the principle of management of the system in perturbation effects. The numerical experiment confirms the possibility of the method of regulation of the dynamic properties of vibration protection system in regard to the regulation of frequency interval dynamic damping and opportunities to falling amplitude-frequency characteristics (dynamic damping to the first resonance); the frequency of own fluctuations do not change. Possible forms of technical realization approaches are considered.*

**Keywords:** connection mechanical oscillations, frequency properties of systems with additional ties, dynamical absorption of oscillations.

**Введение.** Многие понятия динамики механических колебательных систем связаны с реализацией различных режимов взаимодействия звеньев, что предпола-

ет возможности интеграции свойств различных элементов в рамках одного блока: упругость – демпфирование и упругость – инерционность, преобразование

видов движения, наличие режимов динамического уравнивания или динамического суммирования инерционных сил встречных направлений, зависимость упруго-инерционных, а, следовательно, и диссипативных свойств от геометрических свойств системы или ее структуры (приведенные массы и упругости) [1, 2, 8].

Отмеченное предопределяет возможность расширения представлений элементарной базы механических колебательных систем за счет введения новых элементов, отражающих специфические свойства динамических взаимодействий. Расширение набора элементной базы связано, в свою очередь, с расширением возможностей интегрировать новые структуры, что, в принципе, и демонстрируется представлением значительного числа новых конструктивно-технических решений, разнообразных форм [3, 5]. Вместе с тем многие вопросы по-прежнему привлекают внимание специалистов [6].

**I. Общие положения. Постановка задач исследования.** Будем полагать, что механическая колебательная система имеет две степени свободы, а ее система дифференциальных уравнений движения имеет вид:

$$\begin{aligned} a_{11}y_1 + a_{12}y_2 &= Q_1 \\ a_{21}y_1 + a_{22}y_2 &= Q_2 \end{aligned} \quad (1)$$

где  $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$  – коэффициенты, зависящие от параметров механической системы, ее вида и структуры;  $y_1, y_2$  – обобщенные координаты;  $Q_1$  и  $Q_2$  – обобщенные силы. Если представить себе, что механическая колебательная система имеет вид, как показано на рис. 1, где  $k_1, k_2, k_3$  – упругие элементы,  $m_1$  и  $m_2$  являются массами твердых тел. В таблице 1 представлены коэффициенты унифицированной системы дифференциальных уравнений, соответствующие выражениям (1).

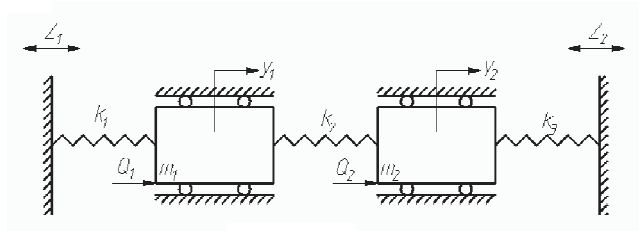


Рис. 1. Механическая колебательная система с двумя степенями свободы.

Таблица 1

Коэффициенты уравнений движения (1)

$a_{11}$	$a_{12}$
$m_1 p^2 + k_1 + k_2$	$-k_2$
$a_{21}$	$a_{22}$
$-k_2$	$m_2 p^2 + k_2 + k_3$
$Q_1$	$Q_2$
$Q_0$	$Q_0 \alpha$

ПРИМЕЧАНИЕ.  $Q_1 = Q_0$ ,  $Q_2 = \alpha Q_0$ , где  $\alpha$  – постоянный коэффициент,  $Q_0$  – максимальная амплитуда гармонической силы.

Важным для дальнейшего решения представляется существование связи между силовыми факторами в виде

$$Q_2 = \alpha Q_0, \quad (2)$$

где  $\alpha$  является постоянным коэффициентом, который может иметь, как положительные, так и отрицательные значения – в частности, он может быть равным нулю.

Для определения координат  $y_1$  и  $y_2$  могут быть использованы формулы

$$y_1 = \frac{Q_1 a_{22} - Q_2 a_{12}}{a_{11} a_{22} - a_{12}^2} \quad (3)$$

$$y_2 = \frac{-Q_1 a_{12} + Q_2 a_{11}}{a_{11} a_{22} - a_{12}^2} \quad (4)$$

Отметим, что при определении коэффициентов  $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22} - p = j\omega$  является переменной. Найдем передаточную функцию системы, используя (2) – (4), тогда

$$\begin{aligned} W_1(p) &= \frac{\bar{y}_1}{Q_0} = \frac{m_2 p^2 + k_2 + k_3 + \alpha k_2}{a_{11} a_{22} - a_{12}^2} = \\ &= \frac{m_2 p^2 + k_2(1 + \alpha) + k_3}{a_{11} a_{22} - a_{12}^2} \end{aligned} \quad (5)$$

Режим динамического гашения по координате  $y_1$  можно найти из числителя (5)

$$\omega_{\text{дин}}^2 = \frac{k_2(1 + \alpha) + k_3}{m_2}. \quad (6)$$

Найдем критическое значение  $\alpha$ , при котором  $\omega_{\text{дин}}^2 = 0$ :

$$\alpha_{\text{кр}} = -\frac{k_2 + k_3}{k_2}. \quad (7)$$

Таким образом, при значении  $\alpha_{\text{кр}}$  режим динамического гашения не реализуется. Если  $\alpha > \alpha_{\text{кр}}$ , то режим динамического гашения возможен: при  $\alpha = \alpha_{\text{кр}}$  имеем  $\omega_{\text{дин}}^2 = 0$ ; при  $\alpha > \alpha_{\text{кр}}$  числитель (5) имеет отрицательное значение. Найдем приведенную жесткость системы по координате  $y_1$ :

$$k_{\text{пр}} = \frac{(k_2 + k_3)(k_1 + k_2) - k_2^2}{k_2(1 + \alpha) + k_3} = \frac{k_2 k_1 + k_3 k_1 + k_3 k_2}{k_2(1 + \alpha) + k_3} \quad (8)$$

Если  $\alpha = \alpha_{\text{кр}}$ , то приведенная жесткость  $k_{\text{пр}}$  будет  $\rightarrow \infty$ . Физически это означает, что точка  $y_1$  при действии силы  $Q_1$  не смещается (происходит уравнивание сил  $Q_1$  и  $Q_2$ ), но относительно этого положения возможны колебания. Однако амплитудно-частотная характеристика будет иметь специфичный вид, поскольку передаточная функция (5) изменится:

$$W_1 = \frac{m_2 p^2}{a_{11} a_{22} - a_{12}^2} \quad (9)$$

Таким образом, задача исследования заключается в изучении особенностей динамических свойств механических систем, входные воздействия которых определенным образом связаны между собой. Это приводит к изменениям передаточной функции, а также и ее частотных характеристик.

**II. Особенности динамических свойств.** Амплитудно-частотные характеристики системы начинаются с нуля, а на высоких частотах также стремятся к нулю. Если  $k_{np}$  будет меньше нуля, то передаточная функция системы примет вид:

$$W_1(p) = \frac{m_2 p - b}{a_{11} a_{22} - a_{12}^2}, \quad (10)$$

где  $b$  – некоторая величина,  $b < \alpha_{кр}$ . Отрицательный знак приведенной жесткости  $k_{np}$  (10) не означает потери устойчивости, также как и бесконечно большое ее значение при  $\alpha = \alpha_{кр}$ . В данном случае происходит перераспределение направлений движения по координатам, точнее, их смещение под действием сил и формирования нового положения равновесия, относительно которого проходят колебания, вызванные периодическими силами  $Q_1$  и  $Q_2$ .

Аналогичным образом может быть рассмотрено и движение по координате  $y_2$ , для которой по формуле Крамера [7]:

$$y_2 = \frac{-Q_1 a_{12} + Q_2 a_{11}}{a_{11} a_{22} - a_{12}^2}. \quad (11)$$

Откуда передаточная функция системы при входе  $Q_1$  и выходе  $y_2$  имеет вид

$$\begin{aligned} W_2(p) &= \frac{\overline{y_2}}{Q_1} = \frac{k_2 + \alpha(m_1 p^2 + k_1 k_2)}{a_{11} a_{22} - a_{12}^2} = \\ &= \frac{\alpha m_1 p^2 + k_2(1 + \alpha) + \alpha k_1}{a_{11} a_{22} - a_{12}^2} \end{aligned} \quad (12)$$

Частота динамического гашения по координате  $y_2$  определится:

$$\omega_{дин2}^2 = \frac{k_2(1 + \alpha) + \alpha k_1}{\alpha m_1}. \quad (13)$$

Критическое значение  $\alpha$  для данного случая составит:

$$\alpha_{кр} = -\frac{k_2}{k_1 + k_2}. \quad (14)$$

В свою очередь, приведенная жесткость по координате  $y_2$  с учетом (11) – (14) принимает вид:

$$k_{np} = \frac{k_1 k_2 + k_1 k_3 + k_2 k_3}{k_2(1 + \alpha) + \alpha k_1}. \quad (15)$$

Из выражения (12) следует, что частоты собственных колебаний системы не зависят от параметра  $\alpha$ . Однако величина частоты динамического гашения колебаний зависит от  $\alpha$ . При  $\alpha = \alpha_{кр}$  частота динамического гаше-

ния будет равна нулю, при изменениях  $\alpha$  в пределах  $-\infty < \alpha < \infty$  график изменения  $\omega_{дин}^2$  показан на рис. 2.

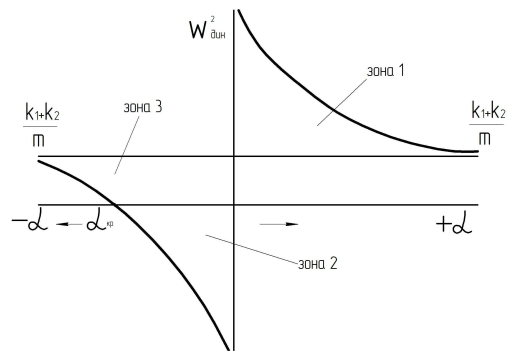


Рис. 2. График зависимости частоты динамического гашения ( $\omega_{дин}^2$ ) от величины  $\alpha$ .

Отметим, что частота динамического гашения изменяется в соответствии со значением  $\alpha$  и может находиться в пределах трех зон: вторая зона соответствует отрицательным значениям квадрата частоты, что не представляет физического интереса; первая и третья зоны дают положительные значения частот, форм амплитудно-частотных характеристик  $A(\omega)$ , определяемых общим путем [1].

Наличие взаимной связи между силами возмущения и управляющей силой, фаза которой может быть настраиваемой, создает эффекты изменения приведенной жесткости системы или приведенной массы. Такой способ настройки системы для защиты объекта соответствует, в рамках структурной теории виброзащитных систем [1], способу управления по возмущающей силе. В этом случае настроечный параметр затрагивает только числитель передаточной функции и не влияет на величину частот собственных колебаний.

Таким образом, в системе с двумя степенями свободы при определении частоты динамического гашения и формирования амплитудно-частотных характеристик появляется настроечный параметр  $\alpha$ , который может изменяться в достаточно больших пределах.

Приведенная жесткость при наличии системы внешних сил дает представление о смещении по координате в предположении, что в этой точке приложена обобщенная сила. Такая сила заменяет собой действие исходной системы возмущения, но при такой силе имеется соответствующий коэффициент, который учитывает характер распределения сил. Если  $k_{np} \rightarrow \infty$ , а податливость в данной точке  $\rightarrow 0$ , то это свидетельствует о формировании положения равновесия, относительно которого могут формироваться колебания объекта рассмотрения. Знак (-) или (+) в значении  $k_{np}$  характеризует движение в том или ином направлении от состояния равновесия.

**III. Учет особенностей кинематического возмущения.** Пусть  $Q_1 = k_1 z_1$ ,  $Q_2 = k_3 z_2$ , если  $z_1 = z_2 = z$ , то

$$W_1'(p) = \frac{\overline{y_1}}{z} = k_1 z_1 \frac{(m_2 p^2 + k_2 + k_3) + k_3 z_2}{k_2(1 + \alpha) + \alpha k_1}; \quad (16)$$

если  $z_2 = \alpha z_1$ :

$$W_1''(p) = \frac{\bar{y}_1}{z} = \frac{k_1 m_2 p^2 + k_1(k_2 + k_3) + k_3 \alpha k_2}{k_2(1 + \alpha) + \alpha k_1} \quad (17)$$

$$\omega_{\text{дин}}^2 = \frac{k_1(k_2 + k_3) + k_3 \alpha k_2}{k_1 m_2} \quad (18)$$

$$\left| W_1''(p) \right|_{p=0} = \frac{k_1(k_2 + k_3) + k_3 \alpha}{k_1 k_2 + k_1 k_3 + k_2 k_3} \quad (19)$$

С учетом (16) и (17) запишем

$$\bar{y}_2 = \frac{-Q_1 a_{12} + Q_2 a_{11}}{k_1 k_2 + k_1 k_3 + k_2 k_3} = \frac{k_2 k_1 z_1 + k_3 z_2 (m_1 p^2 + k_1 + k_2)}{k_1 k_2 + k_1 k_3 + k_2 k_3}, \quad (20)$$

тогда

$$W_2''(p) = \frac{\bar{y}_2}{z_1} = \frac{k_3 \alpha m_1 p^2 + \alpha k_3 (k_1 + k_2) + k_1 k_2}{k_1 k_2 + k_1 k_3 + k_2 k_3} \quad (21)$$

$$\omega_{\text{дин}}^2 = \frac{\alpha k_3 (k_1 + k_2) + k_1 k_2}{k_3 \alpha m_1} \quad (22)$$

То есть, режимы динамического гашения зависят от системы внешних сил; режимы эти могут быть или не быть по сравнению с (18). Если один из силовых факторов считать внешним возмущением, то второй силовой фактор можно рассматривать как управляемую силу, вводимую для изменения динамического состояния. Контроль за характером изменения состояния можно вести по аналогии с (15) по значению  $k_{\text{пр}}$ . Знак и величина  $k_{\text{пр}}$  определяют вид амплитудно-частотной характеристики с (15). При  $k_{\text{пр}} \rightarrow \infty$ , что может определяться  $\alpha_{\text{кр}}$ , амплитудно-частотная характеристика начинается с нуля. Если  $\alpha = \alpha_{\text{кр}}$ , то режима динамического гашения по рассматриваемой координате нет.

**IV. Случай совместного силового и кинематического возмущений.** Пусть  $z_2 = \alpha z_1$ , что вполне допустимо. Запишем

$$\begin{aligned} Q_1' &= Q_1 + k_1 z_1, \\ Q_2' &= Q_2 + k_3 \alpha z_1, \end{aligned}$$

а также

$$Q_2 = \beta Q_1,$$

или можно также записать

$$\begin{aligned} Q_1' &= z_1 \left( \frac{Q_1}{z_1} + k_1 \right), \\ Q_2' &= z_1 \left( \frac{\beta Q_1}{z_1} + k_3 \alpha \right), \end{aligned}$$

то есть систему внешних воздействий  $Q_1, Q_2, z$  можно привести к одному кинематическому возмущению  $z_1$ ,

но надо ввести параметры  $\alpha = \frac{z_1}{z_2}, \beta = \frac{Q_1}{Q_2}$ . Найдем еще

один параметр – условную пружину, жесткость которой будет равна  $k_0 = \frac{Q_1}{z_1}$ , тогда

$$Q_1' = z_1 (k_0 + k_1),$$

$$Q_2' = z_1 (\beta k_0 + k_3 \alpha).$$

Если сила  $Q_1$  прикладывается к телу массой  $m_1$  и одновременно с этим появляется сила  $Q_2$  той же частоты и начинает действовать по координате  $y_2$ , будучи приложена к массе  $m_2$ , то можно говорить о групповом эффекте. Сила  $Q_1$  подчиняет себе или ставит в управление себе силу  $Q_2$ . При этом  $Q_2 = \alpha Q_1$ .

В системе происходят изменения; амплитудно-частотная характеристика ведет себя таким образом, как будто бы изменяется жесткость пружины  $k_2$ . Это изменение жесткости определяется параметром  $\alpha$ , который может иметь отрицательное и положительное значения, проходя через нуль. То есть, если  $\alpha < 0$ , то групповое взаимодействие системы внешних сил проявляется себя как введение в систему пружины с соответствующей жесткостью. Вопрос заключается в том, может ли быть такая ситуация реализована. Можно положительно ответить на такой вопрос. Если  $Q_1$  приложено к массе  $m_1$  как одна из сторон взаимодействия, вызванного помещением электродинамического вибратора между  $m_1$  и  $m_2$ , то  $\alpha = -1$  в соответствии с законами механики (действие равно противодействию). Однако ситуация более универсальная может быть предложена на основе использования двух пар инерционных возбудителей. В принципе, подход может быть распространен и на систему с несколькими степенями свободы. Но суть остается одинаковой – связи между силами эквивалентны по физическому эффекту.

Таким образом,

$$Q_1 = Q_1 + k_1 z_1 = Q_1 \left( 1 + \frac{k_1}{k_0} \right).$$

$$\text{Если } k_0 = \frac{Q_1}{z_1}, \text{ то } Q_2 = Q_1 \left( \beta + \frac{k_3 \alpha z_1}{Q_1} \right) = Q_1 \left( \beta + \frac{k_3 \alpha}{k_0} \right).$$

Тогда передаточные функции определяются:

$$W_1(p) = \frac{\bar{y}_1}{Q_1} = \left( 1 + \frac{k_1}{k_0} \right) \cdot \frac{(m_2 p^2 + k_2 + k_3) + k_2 \left( \beta + \frac{k_3 \alpha}{k_0} \right)}{a_{11} a_{22} - a_{12}^2} \quad (23)$$

$$W_2(p) = \frac{\bar{y}_2}{Q_1} = \left( 1 + \frac{k_1}{k_0} \right) k_2 + \left( \beta + \frac{k_3 \alpha}{k_0} \right) (m_2 p^2 + k_2 + k_3) \quad (24)$$

откуда

$$\omega_{\text{дин1}}^2 = \frac{(k_2 + k_3)(k_0 + k_1)}{(k_1 + k_0)m_2} + \frac{k_2(\beta k_0 + \alpha k_3)}{(k_1 + k_0)m_2} \quad (25)$$



$$\omega_{\text{дин}2}^2 = \frac{(k_0 + k_1)}{(\beta k_0 + \alpha k_3)m_1} + \frac{k_2(\beta k_0 + \alpha k_3)(k_1 + k_2)}{(\beta k_0 + \alpha k_3)m_1} \quad (26)$$

То есть, при возмущении  $Q_1$ , (23), (24) и установлении связей с остальными силовыми факторами возможны режимы динамического гашения. Отметим, что в выражение для определения частот динамического гашения входят и параметры дополнительно вводимых управляющих сил (25), (26). В физическом смысле эти силы реализуются как дополнительные упругие элементы, то есть вводимые силы изменяют упругие свойства системы. Подходы, основанные на введении дополнительных сил, управляемых таким образом, чтобы изменять некоторые динамические свойства системы, можно рассматривать как реализацию принципа управления состоянием системы по возмущающему действию [7]. Характерным признаком такого управления является возможность изменять только числитель передаточной функции.

#### V. Возможности конструктивной реализации.

Физическая реализация предлагаемых подходов вполне доступна, что можно показать на основе следующей технической разработки, которая привлекается для обоснования нового способа регулирования параметров состояния системы.

Задача решается тем, что в способ регулирования жесткости виброзащитной системы включает две ступени гашения вибрации, осуществляемые основным и дополнительными упругими элементами. Отличие в том, что на дополнительную промежуточную платформу прикладывают две инерционные силы, направленные в противоположном направлении, обеспечивающие взаимное гашение горизонтальных колебаний. Гашение вертикальных сил от внешнего возмущения осуществляют тем, что накладывают на вибраторы дополнительные силы в виде двух дисбалансов с меняющимися величинами в зависимости от внешнего возмущения путем совместного изменения радиусов двух дисбалансов, тем самым обеспечивая соответствующее регулирование приведенной жесткости системы.

Устройство для осуществления регулирования жесткости виброзащитной системы состоит из основного и дополнительного упругого элементов. Причем на дополнительную промежуточную платформу устанавливают два регулируемых инерционных вращательных вибратора, которые обеспечивают взаимную компенсацию возникающих горизонтальных динамических сил. Гашение вертикальных сил, возникающих от внешнего воздействия, достигается путем установки на инерционных вращающихся вибраторах двух дисбалансов с изменяющимся динамическим воздействием за счет настройки радиуса дисбаланса. На рис. 3 представлена принципиальная схема виброзащитной системы, где объект защиты 9 массой  $M_1$ , движение которого определяется координатой  $y_1$ , включает опорные упругие элементы 2 с общей жесткостью  $k_1$ , дополнительные упругие элементы 8 с общей жесткостью  $k_2$ , на которые подвешена дополнительная промежуточная платформа 3 с массой  $M_2$ , совершающая движение по координате  $y_2$ .

На платформе 3 установлены вибраторы 4, на них установлены дисбалансы 5 массой  $m$  6, которые могут перемещаться из одного крайнего положения в другое по рычагу.

Перемещение дисбалансов 5 обеспечивает изменение фазы между внешней силой и инерционной силой на  $180^\circ$ . Для управления процессом установки фазы и дисбалансов 5 на расстоянии  $r$ , т. е. расстоянии массы  $m$  6 от оси вращения вибратора 4, используется блок управления 7.

Под воздействием внешней силы происходит колебание основания 1, объект защиты 9 с массой  $M_1$  приходит в состояние движения по координате  $y_1$ , что требует со стороны виброзащитной системы соответствующей реакции.

Блок управления 7 определяет частоту внешнего воздействия, скорость вращения вибраторов 4 с дисбалансами 5 массой  $m$  6. Массы 6 вращаются в разные стороны и находятся либо в фазе, либо в противофазе к внешнему воздействию, что обеспечивает компенсацию горизонтальных составляющих, возбуждаемых за счет возмущения инерционных сил. Вертикальная составляющая инерционных сил от вращающихся масс 6 изменяется по гармоническому закону с частотой  $\omega$ , но амплитуда суммарной инерционной силы будет различной и зависит от радиуса вращения  $r$ , угловой скорости  $\omega$  и от веса массы 6, дисбаланса 5, и определяется выражением

$$F = 2mr\omega^2 \sin \alpha t .$$

Блок управления 7 регулирует отношение амплитуды колебаний внешней силы к амплитуде управляемой инерционной силы, возбуждаемой приводами. Фаза этой силы может иметь две позиции: быть синхронной с внешней силой или быть в противофазе. Такое соотношение обозначается через  $\alpha$ .

Параметр  $\alpha$  может принимать положительные и отрицательные значения; при  $\omega = 0$  он может иметь нулевое значение. Параметр  $\alpha$ , который можно назвать коэффициентом настройки, отражает в физическом смысле степень влияния дополнительно возбуждаемой инерционной силы, работающей в синфазном или противофазном взаимодействии с внешней силой, обеспечивая необходимое изменение динамических свойств. Изменяя  $\alpha$ , можно обеспечить работу виброзащитной системы таким образом, чтобы были реализованы режимы динамического гашения колебаний объекта защиты 9; при этом виброзащитная система может реализовать различные виды движения, отражаемые амплитудно-частотными характеристиками. Новизна предлагаемого способа заключается в том, что управляемая через параметр  $\alpha$  связь между амплитудами внешней силы и возбуждаемой дополнительной инерционной силой реализует эффект изменения приведенной жесткости системы, от которой зависят параметры режима динамического гашения и форма амплитудно-частотной характеристики:

$$\omega_{\text{дин}}^2 = k_1(1 + \alpha) + k_2 ,$$

где передаточная функция системы представлена формулой:

$$W(p) = \frac{\bar{y}_1}{Q_1} = \frac{M_2 p^2 + k_2(1 + \alpha)}{m_1 m_2 p^4 + p^2 [m_2(k_1 + k_2) + m_1 k_2] + k_1 k_2}.$$

При этом выражение для определения частоты динамического гашения в конечном итоге принимает вид:

$$\omega_{\text{дин}}^2 = \frac{k_2(1 + \alpha)}{M_2},$$

где  $\alpha = \frac{2m\omega_r^2 r}{Q_0}$ .

Здесь  $m$  – масса инерционного элемента для возбуждения инерционной силы,  $r$  – расстояние до оси вращения груза,  $m$  – до оси вращения электродвигателя,  $\omega_r$  – угловая скорость вращения электродвигателя ( $\omega_r$  соответствует частоте гармонического внешнего силового воздействия).

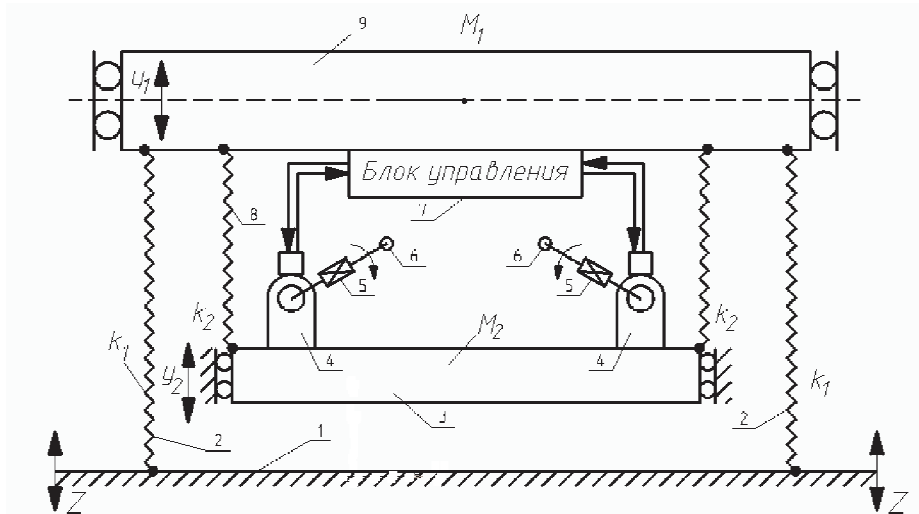


Рис. 3. Принципиальная схема устройства для регулирования параметров динамического состояния при внешних кинематических возмущениях.

Коэффициент настройки может принимать положительное и отрицательное значения, что зависит от фазового сдвига между управляемой инерционной силой и внешним силовым воздействием. Коэффициент настройки  $\alpha$  может принимать также и нулевое значение. Так как  $\alpha$  не входит в знаменатель передаточной функции, то изменение жесткости системы не влияет на собственные частоты колебания системы. В данном случае реализуется так называемый в теории автоматического управления принцип регулирования по возмущению. Введение дополнительных связей, привносимых действием устройств с дисбалансом, затрагивает лишь числитель передаточной функции. Таким образом, предлагаемый способ изменения жесткости системы позволяет, не затрагивая частот собственных колебаний, изменять в широком диапазоне частоту динамического гашения колебаний. В частности, при  $\alpha = 0$  система имеет вид исходной, однако, при  $\alpha < 0$  или  $\alpha > 0$  изменение положения частоты динамического гашения существенным образом изменяет вид амплитудно-частотных характеристик, позволяя выбирать необходимые рекомендации по выбору параметров виброзащитной системы.

Учитывая особенности работы виброзащитной системы и ее структуру, можно записать систему дифференциальных уравнений движения:

$$\begin{cases} M_1 \ddot{y}_1 + (k_1 + k_2)y_1 - k_2 y_2 = Q_1 \\ M_2 \ddot{y}_2 + k_2 y_2 - k_2 y_1 = Q_2 \end{cases},$$

где  $\ddot{y}_1, \ddot{y}_2$  – ускорение, откуда, с учетом того, что  $Q_2 = Q_1 \alpha$ , найдем передаточную функцию виброзащитной системы:

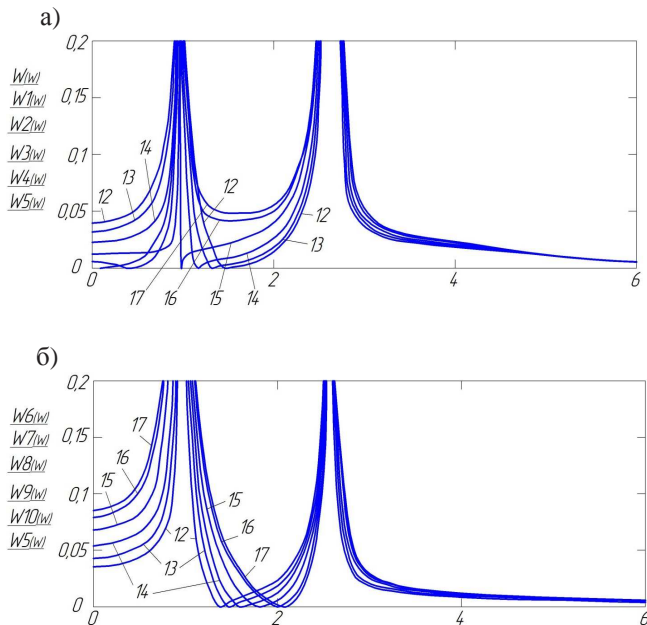
$$W(p) = \frac{\bar{y}_1}{Q_1} = \frac{(m_2 p^2 + k_2) + \alpha k_2}{(m_1 p^2 + k_1 + k_2)(m_2 p^2 + k_2) - k_2^2} = \frac{M_2 p^2 + k_2(1 + \alpha)}{M_1 M_2 p^4 + p^2 [M_2(k_1 + k_2) + M_1 k_2] + k_1 k_2},$$

где  $\alpha = \frac{2m\omega_r^2 r}{Q_0}$ .

Изменение настроенного параметра  $\alpha$  приводит к эффектам изменения динамического состояния системы на тех же принципах, что и автоматическое управление состоянием по принципу компенсации внешнего воздействия. При этом создают, в результате динамических воздействий, условия для уменьшения колебаний объекта 9 и изменения частотных характеристик системы из-за эффектов локальных изменений жесткостей упругих элементов 8, соединяющих объект защиты 9 и промежуточную массу 3.

В результате численного эксперимента с использованием ППП Matlab показано, что изменение настроенного параметра  $\alpha$  существенным образом изменяет вид амплитудно-частотных характеристик. При этом параметры динамического гашения определяются изменениями настроенного параметра  $\alpha$ , который может изменяться в пределах от 0 до бесконечно большого

положительного значения (рис. 4 а), а кроме того  $\alpha$  может изменяться в пределах от 0 до  $-1$ , реализуя амплитудно-частотные характеристики соответствующей формы. Выбор частотных характеристик зависит от специфики и условий задачи виброзащиты и виброизоляции и рассматриваемого диапазона частот внешних воздействий.



**Рис. 4.** Амплитудно-частотные характеристики системы при различных параметрах.

На рис. 4 изображены зависимости (кривые 12:17) при изменении  $\alpha$  от 0 до 1 с шагом 0,2. При этом частоты динамического гашения смещаются в область низких частот, и наблюдается при  $\alpha = 0,8$  эффект возникновения режима динамического гашения до частоты первого резонанса, что представляет собой интересное свойство, которое может быть использовано для защиты сидения оператора. На рис. 4 б  $\alpha$  изменяется в пределах от 0 до  $-1$ . При этом семейство кривых (12:17) смещается вправо, то есть в область более высоких значений частот динамического гашения.

Численный эксперимент подтверждает возможности способа регулирования динамических свойств виброзащитной системы в отношении регулирования частотного интервала динамического гашения и возможностей получения падающей амплитудно-частотной характеристики (динамическое гашение до первого резонанса); при этом частоты собственного колебания не изменяются.

**Заключение.** При установлении определенных соотношений между силами, действующими на объект защиты, будь то балансировка, виброизоляция приборов или оборудования, возможна реализация принципа управления процессами по возмущению. При этом одна или несколько сил в системе внешних воздействий

должны быть управляемыми и допускать возможности настройки по амплитуде возмущения или сдвигу по фазе. При этом частоты собственных колебаний могут оставаться неизменными

### Литература

1. Елисеев С.В., Резник Ю.Н., Хоменко А.П., Засядко А.А. Динамический синтез в обобщенных задачах виброзащиты и виброизоляции технических объектов. Иркутск: Изд-во Иркут. гос. ун-та, 2008. 523 с.
2. Елисеев С.В., Резник Ю.Н., Хоменко А.П. Мехатронные подходы в динамике механических колебательных систем. Новосибирск: Наука. 2010. 430 с.
3. Артюнин А.И., Алхунсаев А.Г., Серебренников К.В. Применение метода разделения движений для исследования динамики роторной системы с гибким ротором и маятниковым автобалансином // Изв. вузов. Машиностроение. 2005. N 9. С. 8-14.
4. Артюнин А.И., Алхунсаев А.Г., Серебренников К.В. Об особом режиме движения жесткого ротора с упругими опорами и маятниковыми автобалансирами // Там же. N 10. С. 8-14.
5. Елисеев С.В., Волков Л.Н., Кухаренко В.П. Динамика механических систем с дополнительными связями. Новосибирск: Наука. 1990. 386 с.
6. Хоменко А.П., Елисеев С.В. О связи режимов динамического гашения колебаний со структурой системы внешних воздействий // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2011. N 1. С. 8-14.
7. Дружинский И.А. Механические цепи. Л.: Машиностроение, 1977. 247 с.
8. Белокобыльский С.В., Елисеев С.В., Кашуба В.Б., Ситов И.С. Динамические гасители колебаний, представляющие собой цепь с двумя массонерционными элементами // Материалы XI Международной научно – практической конференции «Вибрации в технике и технологиях». Полтава, 2012. С. 253.

### References

1. Eliseev S.V., Reznik YU.N., Khomenko A.P., Zasyadko A.A. Dynamic synthesis of the generic problems of protection against vibration and vibration insulation of technical objects. - Irkutsk: Publishing house of Irkutsk State University, 2008. – 523p.
2. Eliseev S.V., Reznik YU.N., Khomenko A.P. Mechatronic approaches in the dynamics of mechanical oscillatory systems. - Novosibirsk: Nauka. 2010. – 430p.
3. A.I. Artyunin Application of the method of separation of motions for research of dynamics of rotor systems of topics with flexible rotor and the pendulum auto outrigger / A.I. Artyunin A.G. AlhunsaeV, K.V. Serebrennikov // Izvestiya Vuzov. Mechanical engineering. - 2005. - N 9. - with. 8-14.
4. A.I. Artyunin The special regime of motion of the rigid rotor with elastic bearings and pendulum auto outrigger / A.I. Artyunin, A.G. AlhunsaeV, K.V. Serebrennikov// Izvestiya Vuzov. Machinebuilding. - 2005. - N 10. - with. 8-14.
5. Eliseev S.V., Volkov, L.N. Kukhareno V.P. Dynamics of mechanical systems with additional links. - Novosibirsk: Nauka. 1990. - 386 with.
6. Khomenko A.P., Eliseev S.V. About the connection mode of dynamic damping of the oscillations with the structure of the system of external influences / Modern technologies. System analysis. Simulation - Irkutsk: IrGUPS 2011. no 1. p. 8-14
7. Druzinsky I.A. Mechanical chain. - Leningrad: Machinery. - 1977. – 247p.
8. S.V. Belokobylskiy, Eliseev S.V., Kashuba, Sitov I.S. Dynamic oscillation dampers of representing a chain with a two-mass inertia of the elements. / Vibration in engineering and technology. XI international scientific - practical conference. Poltava: PolSTU. 2012.-253p.