

5. Сельвинский В.В. Динамика контактного взаимодействия твердых тел: моногр. Благовещенск: Изд-во Амур. гос. ун-та, 2009. 164 с.

6. Елисеев С.В., Марков К.К. Некоторые вопросы динамики колебательного процесса при неустойчивых связях // Механика и процессы управления: сб.ст. Иркутск, 1971. С. 71-83.

7. Елисеев С.В., Лоткин О.И. Условия существования и нарушения контакта для систем с неустойчивыми связями // Труды ОМИИТа. 1966. Вып. 69. С. 93-99.

8. Ситов И.С., Белокобыльский С.В. Математическая модель вибрационного поля двумерного объекта в системе обобщенных координат (смещение - угол поворота и соответствующих координатам в обобщенных силах // Математика, ее приложение и математическое образование: материалы III Всероссийской конференции с международным участием. Улан-Уде: изд-во ВСГТУ. 2008. С. 282-288.

9. Белокобыльский С.В., Елисеев С.В., Кашуба В.Б. Математическое моделирование в механических колебательных системах. Мехатронные подходы // Проблемы машиностроения и автоматизации. 2011. № 3. С. 70-79.

2. Lurie A.I. Analytical mechanics / A.I. Lurie. - M.: Science. 1986. - 516p.

3. Artobolevsky I.I. Theory of mechanisms and machines / I.I. Artobolevsky. - M.: Science. 1978.-640 p.

4. Blehman I.I., Dzanalidze G.Y. The vibrational movement. - M.: Science. 1968. -316p.

5. Selvinsky V.V. The dynamics of the cycle of interaction of solids.- Blagoveshchensk: Amur of the state University. 2009.-164 p.

6. Eliseev S.V., Markov C.C. Some questions of the dynamics of the oscillation process with no restraint links // Mechanics and control processes. - Irkutsk: the IIP. 1971.- With. 71-83.

7. Eliseev S.V., Lotkin O.I. Conditions of existence and violations of contact for systems with non-retaining links // Proceedings of the OMIIT. - Vol. 69. - Omsk. - OMIIT. 1966. With. 93-99.

8. Ситов И.С., Белокобыльский С.В. Математическая модель вибрационного поля двумерного объекта в системе обобщенных координат (смещение - угол поворота и соответствующих координатам в обобщенных силах // Математика, ее приложение и математическое образование: материалы III Всероссийской конференции с международным участием. Улан-Уде: изд-во ВСГТУ. 2008. С. 282-288.

9. Belokobilskiy S.V., Eliseev S.V., Kashuba V.B. Mathematical fashion-model in mechanical oscillatory systems. Mechatronic approaches. Pro-problems of mechanical engineering and automation: an international journal. №3. 2011.-Moscow, Institute of mechanical engineering of them. P. 70-79.

References

1. Loyciansky L.G. Course of theoretical mechanics: in 2 vol. T 2 Speaker / L.G. Loyciansky, A.I. Lurie. - M.: Science. 1968.-638 p.

УДК 621.01.(07)

Трендовое прогнозирование и контроль систем качества

П.А. Лонщик¹, С.В. Елисеев¹

¹ Национальный исследовательский Иркутский государственный технический университет, ул. Лермонтова, 83, Иркутск, Россия. E-mail:

Статья поступила 13.09.2012, принята 16.11.2012

Рассмотрены общие вопросы научного сопровождения внедрения систем менеджмента качества и использования для управления методов прогнозирования с помощью трендов. Предложены алгоритмическая основа трендового прогнозирования и минимальная конфигурация математического аппарата. В частности, рассмотрены базовые принципы управления качеством, опирающиеся на принятии решений на основе фактов. Наиболее полно данный принцип реализуется методом моделирования процессов, как производственных, так и управленческих, инструментами математической статистики. Однако современные статистические методы довольно сложны для восприятия и широкого практического использования без углубленной математической подготовки всех участников процесса. Рассмотрены статистические методы прогнозирования, в том числе методы, основанные на анализе трендов. Прогнозирование с помощью трендов – один из методов статистического прогнозирования. Для получения адекватного прогноза необходимо выполнение следующих условий: временной интервал, для которого построен тренд, достаточен для определения тенденций; анализируемый процесс устойчив и обладает инерционностью; не ожидается сильных внешних воздействий на изучаемый процесс. Трендовое прогнозирование и контроль систем качества производственных процессов позволяют создать методологическую основу научного сопровождения и обеспечения в реализации системы мероприятий, которые выводят систему на уровень соответствия требуемым нормативам. Использование метода трендов связано с предварительным изучением особенностей технологического процесса, анализом и выявлением возможных условий появления отклонений с последующим сбором и обработкой информации.

Ключевые слова: система менеджмента качества, управление качеством, трендовое прогнозирование.

Trend prognosis and control of system of quality

P.A. Lonzich¹, S.V. Eliseev¹

¹National Research Irkutsk State Technical University, 83 Lermontova str., Irkutsk, Russia. . E-mail:
The article received 13.09.2012, accepted 16.11.2012

Discusses the General issues of scientific support of the implementation of quality management systems and the use for the management of forecasting techniques with the help of the trends. Proposed algorithmic basis of trend forecasting and minimum configuration of a mathematical apparatus. In particular, deals with the basic principles of quality management based on decision-making on the basis of the facts. The most complete this principle is solved by the method of simulation of processes, both in production and management tools of mathematical statistics. However, modern statistical methods are difficult for perception and a wide practical use without in-depth mathematical training of all participants in the process. Considered static methods of forecasting, including methods based on the analysis of trends. Forecasting with the help of trends is one of the methods of statistical forecasting. To obtain adequate forecast should perform the following conditions: the time interval for which built trend, is sufficient to determine trends; the analyzed process is stable and has the force of inertia; it is not expected strong external influences on the learning process. Trend forecasting and control systems of quality of the production processes allows you to create a methodological basis of the scientific support and ensure the implementation of a system of measures, which put the system on the level of compliance of the required standards. The use of a method of trends associated with a preliminary study of the peculiarities of the technological process, the analysis and the identification of possible conditions of the appearance of bias, with subsequent collection and processing of information.

Keywords: system of management of quality, control of quality, trend prognosis.

Введение. В последние годы одной из проблем современных предприятий является создание системы менеджмента качества, позволяющей обеспечить производство конкурентоспособной продукции. Существует прямая зависимость между системой управления качеством, основанной на внедрении стандартов ISO 9000, и системой обеспечения динамического качества как составляющей всей исходной системы прогнозирования и диагностики обеспечения систем качества. Эта зависимость, прежде всего, определяется выбором критериев качества, удовлетворение которым является необходимым условием нормального конкурентоспособного существования и эксплуатации рассматриваемого производства. Очевидными становятся необходимость разработки системного подхода, выполнение анализа технического состояния и управления динамическими параметрами системы, позволяющей обеспечить заданные показатели ее качества [1 – 3].

Разработка систем менеджмента качества, обеспечение качества продукции, включая новизну, технический уровень, технологическую культуру при изготовлении, надежность в эксплуатации являются важнейшими средствами конкурентной борьбы, завоевания и удержания позиций на рынке. Обеспечение качества является проблемой, решаемой на уровне всего предприятия и персонала, что соответственно требует системного подхода к ее решению. Организационные основы формирования такого механизма заложены в международных стандартах ISO серии 9000, определяющих требования к системам менеджмента качества. В условиях современного рыночного производства, в котором контроль качества продукции и услуг осуществляют потребители, конкуренция усиливается, а цикл продукции становится короче, меняются отношения к входному и инструментальному контролю и обоснованию внедрения систем менеджмента качества [4].

При выходе производителя на рынок необходимо обеспечить подтверждение качества производимой продукции, причем в том виде, какой наиболее устраивает покупателя. Сертификат на продукцию не дает потребителю гарантию того, что все производимое на этом предприятии будет иметь обещанное качество.

Широкое распространение получили внедрение и дальнейшая сертификация систем качества, производители уделяют особое внимание обеспечению высокого качества продукции, устанавливая контроль на всех стадиях производственного процесса, начиная с кон-

троля качества используемых сырья и материалов и заканчивая определением соответствия выпускаемого продукта техническим характеристикам и параметрам не только в ходе его испытаний, но и в эксплуатации, а для сложных видов оборудования – с предоставлением определенного гарантийного срока после установки на предприятии заказчика. Управление качеством стало основной частью производственного процесса и направлено не столько на выявление дефектов или брака в готовой продукции, сколько на проверку качества изделия в процессе его изготовления.

Внедрение систем менеджмента качества предполагает существование инструментов качества. Наряду с традиционными инструментами качества развиваются статистические инструменты качества, методы прогнозирования, в т. ч. методы, основанные на анализе трендов. Задача прогнозирования – предсказание будущих значений временного ряда на основании прошлых наблюдений.

В настоящее время в экономике наблюдается тенденция, при которой такой показатель, как качество, играет одну из ведущих ролей в управлении производством продукции и ее последующем продвижении. В развитых странах управление качеством на предприятии – предмет особого внимания всех подразделений, которые влияют на качество выпускаемой продукции или предоставляемой услуги. Для лучшего взаимодействия и, следовательно, для более эффективного результата разрабатываются различные подходы к управлению качеством. Если говорить о перспективах, то это освоение новых стандартов ISO серии 9000, соискание Европейской премии по качеству, завоевание новых высот в качестве продукции. Понимание необходимости введения систем качества сегодня быстро растет в отечественной промышленности, и наблюдается активность их внедрения.

Совершенствовать качество можно с помощью статистических методов – основных инструментов всеобщего качества (TQM). Одним из принципов TQM является то, что в основе принятия решений должны быть только факты, а не интуиция. Главные причины трудностей, возникающих при создании и обеспечении качества, – ложные представления и ошибочные действия. Чтобы различить, что ложно, а что ошибочно, нужно организовать процесс поиска фактов, то есть статистического материала. Сам по себе статистический материал, без обработки и анализа, не позволяет

решить возникшую проблему. Вопросами сбора, обработки и анализа результатов занимается математическая статистика, которая включает различные методы, подходы, принципы. В соответствии с терминологией международного стандарта ISO 9000, процесс – совокупность взаимосвязанных ресурсов и деятельности, которая преобразует входящие элементы в выходящие. Задача трендового прогнозирования как развития инструментов качества – предсказание будущих значений временного ряда на основании прошлых наблюдений.

Прогнозирование с помощью трендов – это один из методов статистического прогнозирования. При прогнозировании тренд, в основном, используют для долгосрочных прогнозов. Точность краткосрочных прогнозов, основанных только на подобранной кривой тренда, как правило, недостаточна. В случаях, когда определение коэффициентов линейного тренда по методу наименьших квадратов не дает хороших результатов, целесообразно воспользоваться ROBUST-алгоритмами. Для проверки согласования построенной линии тренда с результатами эксперимента обычно вводят следующие числовые характеристики: коэффициент корреляции (линейная зависимость), корреляционное отношение и коэффициент детерминированности [5].

Как развитие инструментов качества следует рассматривать применение методов математического программирования. В основе математического программирования лежит математический аппарат решения задач оптимизации большинства практических задач, связанных с оптимизацией качества сложных объектов и характеризующихся многими критериями. Причем, выбрать один из них как целевую функцию, а остальные рассматривать как ограничения, удастся не всегда. Трудности обусловлены противоречивостью критериев, их физическим различием, наличием случайных факторов, а также ограниченностью или отсутствием информации о структуре объекта и его функциональных внутренних взаимосвязях.

Исходя из изложенного, актуальными и необходимыми становятся решение проблем внедрения систем менеджмента качества, прогнозирование, оптимизация инструментов и диагностика обеспечения систем качества. Хотя общий закон и изменения прогнозируемого процесса могут быть известны, как правило, неизвестны характеризующие их параметры. Первый тип задач целесообразно решать при помощи трендового прогнозирования, второй – при помощи минимизации целевой функции, описывающей закон изменения процесса с использованием специальных алгоритмов. Таким образом, становятся актуальными анализ эффективности применения существующих методов, разработка новых критериев и развитие известных инструментов качества, предназначенных для задач прогнозирования и оценки состояния систем менеджмента качества.

В данной статье предлагается для обсуждения ряд вопросов по построению математической модели трендового прогнозирования, в рамках которой оцениваются возможности подхода в приложении к управлению качеством [5].

I. Управление качеством. Методы статистического анализа. Управление качеством является новым шагом в развитии предприятий. Один из базовых

принципов управления качеством состоит в принятии решений на основе фактов. Наиболее полно это достигается методом моделирования процессов, как производственных, так и управленческих, инструментами математической статистики. Однако современные статистические методы довольно сложны для восприятия и широкого практического использования без углубленной математической подготовки всех участников процесса.

Наряду с указанными выше инструментами качества, развиваются как статические инструменты качества методы прогнозирования, в том числе методы, основанные на анализе трендов. Задача прогнозирования – предсказание будущих значений временного ряда на основании прошлых наблюдений. При этом можно выделить две разновидности решаемых задач:

1. когда общий закон изменения прогнозируемого процесса недетерминирован;
2. когда общий закон изменения прогнозируемого процесса известен, однако неизвестны характеризующие его параметры.

Первый тип задач целесообразно решать при помощи трендового прогнозирования, второй – при помощи минимизации целевой функции, описывающей закон изменения процесса с использованием специальных алгоритмов.

Перечисленные инструменты контроля качества – наиболее важная составляющая комплексной системы контроля TQM. При этом решается задача прогнозирования – предсказание будущих значений временного ряда на основании прошлых наблюдений.

При статистическом анализе временной ряд разделяют на две компоненты: детерминированную и случайную (в рамках данной работы рассмотрим только аддитивную модель временного ряда):

$$x(t) = X(t) + \alpha(t),$$

где $X(t)$ – детерминированная составляющая, элементы которой вычисляются по определенному правилу, как функция времени t ; $\alpha(t)$ – случайная, или иррегулярная составляющая. В экономических и технических приложениях детерминированную составляющую разделяют на три компоненты: тренд $Tr(t)$, сезонную компоненту $S(t)$ и циклическую компоненту $C(t)$, то есть $X(t) = Tr(t) + S(t) + C(t)$.

Под трендом понимается плавно изменяющаяся, не циклическая компонента, описывающая чистое влияние долговременных факторов, эффект которых сказывается постепенно. В управлении, образовании, менеджменте, экономике к таким факторам относят рост населения, изменение структуры контингента абитуриентов и студентов; в инженерных, технических задачах – например, увеличение эффективной виброскорости на подшипниковом узле вследствие долговременного накопления повреждений (износа).

Прогнозирование с помощью трендов – один из методов статистического прогнозирования. Для получения адекватного прогноза необходимо выполненный следующих условий: временной интервал, для которого построен тренд, достаточен для определения тенденций; анализируемый процесс устойчив и обладает

инерционностью; не ожидается сильных внешних воздействий на изучаемый процесс.

Таким образом, получение прогнозных значений изучаемого процесса осуществляется путем подстановки в уравнение тренда $X(t) = Tr(t)$ значения независимой переменной t , соответствующей периоду упреждения (τ). Полученный прогноз является средней оценкой для прогнозируемого интервала времени. Отдельные фактические наблюдения, как правило, отклоняются от расчетных, следовательно, подобные отклонения будут происходить и для прогноза. Поэтому определяется область, в которой с определенной заданной вероятностью следует ожидать прогнозируемое значение, то есть, вычисляется доверительный интервал.

II. Трендовое прогнозирование параметров процессов как инструмент управления качеством. В соответствии с терминологией международного стандарта, ISO 9000, процесс – совокупность взаимосвязанных ресурсов и деятельности, которая преобразует входящие элементы в выходящие. Таким образом, в простейшем виде схематическое представление процесса имеет вид, как показано на рис. 1.

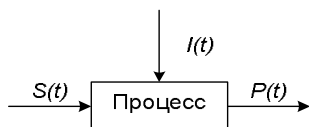


Рис. 1. Схематическое представление процесса (обозначения: $S(t)$ – входные параметры процесса в момент времени t ; $I(t)$ – воздействия на процесс в момент времени t ; $P(t)$ – выходные параметры процесса в момент времени t).

Выходные параметры процесса, замеренные в моменты времени t_1, t_2, \dots, t_n образуют временной ряд P_1, P_2, \dots, P_n . Очевидно, что в ряде задач менеджмента представляет интерес прогноз значения выходного параметра процесса P_k в момент времени t_k на базе известных значений $t_1 \dots t_n$ и $P_1 \dots P_n$.

Анализ временных рядов отличается от других задач исследования данных не только числом представляющих интерес вопросов, но и методами, применяемыми для достижения целей. Временные ряды, формирующиеся в различных предметных областях, имеют различную природу, поэтому для их исследования оказались эффективными разные методы [6].

При практическом изучении временных рядов исследователь на основании фактических наблюдений отрезка временного ряда (конечной длины) должен сделать заключение о свойствах этого ряда и о вероятностном механизме, порождающем этот ряд. Чаще всего при изучении временных рядов определяются следующие цели: краткое (сжатое) описание характерных особенностей ряда; подбор статистической модели (моделей), описывающей временной ряд; предсказание будущих значений на основе прошлых наблюдений; управление процессом, порождающим временной ряд [6].

Эти и подобные цели достижимы далеко не всегда и далеко не в полной мере. Во многом этому препятствуют недостаточный объем наблюдений (недостаточная длительность) и изменяющаяся во времени статистическая структура изучаемого ряда. Из-за таких изменений значения прошлых наблюдений обесценива-

ются, и они могут оказаться ненужными для прогнозирования.

При практическом анализе временных рядов реализуются, как правило последовательно, этапы:

- графическое представление и описание поведения временного ряда;
- выделение и удаление закономерных составляющих временного ряда, зависящих от времени: аренда, сезонные и циклические составляющие;
- выделение и удаление низко- или высокочастотных составляющих процесса (фильтрация);
- исследование случайной составляющей временного ряда, оставшейся после удаления перечисленных выше составляющих;
- построение (подбор) математической модели для описания случайной составляющей и проверка ее адекватности;
- прогнозирование будущего развития процесса, представленного временным рядом;
- исследование взаимодействий между различными временными рядами.

В этом плане возможна опора на методы, в частности:

- корреляционный анализ позволяет выявить существенные периодические зависимости и их лаги (задержки) внутри одного или между несколькими процессами;
- спектральный анализ позволяет находить периодические и квазипериодические составляющие временного ряда;
- сглаживание и фильтрация предназначены для преобразования временных рядов с целью удаления из них высокочастотных и сезонных колебаний;
- модели авторегрессии – скользящего среднего оказываются полезными для описания и прогнозирования процессов, проявляющих однородные колебания вокруг среднего значения;
- прогнозирование позволяет на основе подобранной модели поведения временного ряда предсказывать его значения в будущем.

Как было отмечено выше, при исследовании временного ряда видимую его изменчивость разделяют на закономерную и случайную компоненты. Закономерные изменения членов временного ряда ставят в соответствие какому-либо определенному правилу, и поэтому они предсказуемы. Эта компонента x_t может быть определена при каждом t как некоторая функция от текущего момента t . Эта функция может зависеть, помимо отсечки времени t , также от некоторого набора параметров.

Под детерминированной составляющей временного ряда x_1, \dots, x_n понимается числовая последовательность d_1, \dots, d_n , элементы которой d_t изменяются по определенному правилу – как функция времени t . Как правило, детерминированная составляющая характеризует влияния каких-либо определенных факторов или причин. Так, у временных рядов из различных областей техники детерминированная составляющая в ряде случаев обусловлена действием физических законов или условиями эксплуатации оборудования. При условии полного выделения закономерной составляющей в поведении временного ряда оставшаяся часть

выглядит непредсказуемо и именуется случайной компонентой временного ряда ε_t .

Способы разложения временного ряда на детерминированную и случайную составляющие могут различаться. Ниже приводятся наиболее простые из такого набора.

Аддитивной моделью временного ряда является его представление в виде суммы детерминированной и случайной составляющих:

$$x_t = dt + \varepsilon_t,$$

где $t = 1, \dots, n$.

Мультипликативной моделью временного ряда является его представление в виде произведения детерминированной и случайной составляющих:

$$x_t = dt \cdot \varepsilon_t,$$

где $t = 1, \dots, n$.

III. Прогнозирование динамики процессов по трендовым моделям. Прогнозирование с помощью трендов является одним из методов статистического прогнозирования и в основном используется для долгосрочных прогнозов. Точность краткосрочных прогнозов, основанных только на подобранной кривой тренда, как правило, недостаточна. При долгосрочном прогнозировании для получения адекватного прогноза необходимо выполнение следующих условий:

- временной интервал, для которого построен тренд, достаточен для определения тенденции;
- анализируемый процесс устойчив и обладает инерционностью;
- не ожидается сильных внешних воздействий на изучаемый процесс.

В таком случае получение прогнозных значений изучаемого процесса осуществляется путем подстановки в уравнение тренда $x_t = tr(t)$, значения независимой переменной t , соответствующей периоду упреждения τ . Получается точечная оценка прогнозируемого показателя по уравнению, описывающему тенденцию. Полученный прогноз является средней оценкой для прогнозируемого интервала времени, так как тренд характеризует некоторый средний уровень на каждый момент времени. Поэтому становится возможным определение области, в которой с определенной вероятностью следует ожидать прогнозируемое значение, т. е. вычисляется доверительный интервал

$$(x_{t+\tau}^* - t_a \sigma; x_{t+\tau}^* + t_a \sigma),$$

где $x_{t+\tau}^*$ – точечный прогноз на момент $t+\tau$; t_a – табличное значение t -критерия Стьюдента с $\nu = n-m$ степенями свободы при уровне достоверности α (здесь n – число наблюдений, m – число параметров тренда); σ – средняя квадратичная ошибка тренда:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (x_t - \bar{x}_t)}{n-m}}.$$

В основу расчета доверительного интервала прогноза положен показатель, определяющий амплитуду ко-

лебания ряда заданных значений признака. Чем больше амплитуда колебания, тем менее определено положение тренда и тем шире должен быть интервал для вариантов прогнозов при одном и том же уровне доверия. В качестве такого показателя колебательности ряда наблюдаемых значений признака обычно рассматривается среднеквадратичное отклонение фактических наблюдений от расчетных, полученных при выравнивании динамического ряда, т. е. средняя тренда [7].

Доверительный интервал учитывает неопределенность, связанную с положением тренда. Но он должен учитывать также и возможность отклонения от тренда, т. е. среднеквадратичную ошибку прогноза σ_{np} . В итоге доверительный интервал прогноза имеет вид:

$$(x_{t+\tau}^* - t_a \sigma_{np}; x_{t+\tau}^* + t_a \sigma_{np}).$$

Рассмотрим построение доверительного интервала, т. е. тех границ, в пределах которых будет находиться значение $x_{t+\tau}^*$ с заданной доверительной вероятностью для случая, когда тренд характеризуется прямой

$$\bar{x}_t = a_0 + a_1 t.$$

Для того чтобы построить интервал, необходимо прежде всего определить рассеяние уровней вокруг тренда. В качестве меры рассеяния принимается дисперсия σ^2 , характеризующая отклонение физических уровней от выровненных значений:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-2} \sum_{t=1}^n (x_t - \bar{x}_t)^2.$$

Стандартная ошибка прогноза может быть определена

$$\begin{aligned} \sigma_{np} &= \sigma \sqrt{\frac{(n+2\tau-1)^2 3}{(n^2-1)n} + \frac{n+1}{n}} = \\ &= \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (x_t)^2 - a \sum_{t=1}^n x_t - a_1 \sum_{t=1}^n t x_t}{n-2}} \sqrt{\frac{(\tau + \frac{n-1}{2})12}{(n^2-1)} + \frac{n+1}{n}} \end{aligned}$$

Доверительный интервал можно представить:

$$(x_{t+\tau} - t_a \sigma^2 K; x_{t+\tau} + t_a \sigma^2 K).$$

где σ^2 – среднее квадратичное отклонение фактических уровней динамического ряда от расчетных, называемое стандартной ошибкой тренда; K – величина, зависящая только от длины ряда и периода упреждения τ :

$$K = \sqrt{\frac{(\tau + \frac{n-1}{2})12}{(n^2-1)} + \frac{n+1}{n}};$$

t_a – табличное значение t -критерия Стьюдента

с $\nu = n - m$ степенями свободы при уровне достоверности α .

С увеличением n значения K уменьшаются, а с увеличением τ – увеличиваются, что следует из предыдущего выражения. Поэтому достаточно надежный прогноз получается при относительно большом числе наблюдений (для линейного тренда $n = 6$, для параболического тренда второй степени $n = 13$, для кубического $n = 23$), когда период упреждения не очень большой. При одном и том же n с ростом τ доверительный интервал прогноза увеличивается.

Для оценки трендов временных рядов часто используется метод наименьших квадратов. Методом наименьших квадратов является способ подбора параметров модели временного ряда, исходя из минимизации суммы квадратов остатков. Значения временного ряда x_t рассматриваются как отклик (зависимая переменная), а время t – как фактор, влияющий на отклик (независимая переменная):

$$x_t = f(t, \theta) + \varepsilon_t,$$

где f – функция тренда (обычно предполагается гладкой), θ – неизвестные параметры; ε_t – независимые параметры и одинаково распределенные случайные величины, распределение которых предполагается нормальным. Метод наименьших квадратов состоит в том, что выбирается функция тренда (8) так, чтобы

$$\sum_{t=1}^n [x_t - f(t, \theta)]^2 \rightarrow \min_{\theta}.$$

IV. Оценка достоверности трендовых моделей. Чем больше статистических данных используется при определении уравнения регрессии, тем точнее будет определена искомая зависимость. Но при этом следует иметь в виду, что количество статистических данных не может обеспечить получение достоверной зависимости, если в действительности такой зависимости между исследуемыми величинами нет. Вместе с тем, есть минимальное количество необходимых исходных данных, которое определяется методом наименьших квадратов и не может быть меньше 4, т. е. каждый исследуемый статистический ряд должен содержать набор как минимум из четырех значений. Получение достаточно надежного прогноза возможно при относительно большом числе наблюдений (для линейного тренда $n = 6$). При этом, если есть возможность детализировать статистический ряд, т. е., например, вместо годовых значений показателей использовать квартальные, то анализировать следует ряд, состоящий из квартальных значений, что будет способствовать повышению точности аппроксимации исходных данных и полученных прогнозных значений.

Для проверки согласования построенной линии тренда с результатами эксперимента обычно вводят следующие числовые характеристики: коэффициент корреляции (линейная зависимость), корреляционное отношение и коэффициент детерминированности.

Коэффициент корреляции является мерой линейной связи между зависимыми случайными величинами: он

показывает, насколько хорошо в среднем может быть представлена одна из величин в виде линейной функции от другой [8].

Коэффициент корреляции вычисляется по формуле:

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}},$$

где $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$, $\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$, \bar{x} и \bar{y} – среднее арифметическое значение соответственно по x и y .

Коэффициент корреляции (8) между случайными величинами по абсолютной величине не превосходит 1. Чем ближе $|\rho|$ к 1, тем теснее линейная связь между x и y .

В случае нелинейной корреляционной связи условные средние значения располагаются около кривой линии. В этом случае в качестве характеристики силы связи рекомендуется использовать корреляционное отношение, интерпретация которого не зависит от вида исследуемой зависимости.

Корреляционное отношение вычисляется по формуле:

$$n_{y|x}^2 = \frac{\frac{1}{n} \sum_i n_i (\bar{y}_i - \bar{y})^2}{\frac{1}{n} \sum_j n_j (\bar{y}_j - \bar{y})^2},$$

где $n_i = \sum_j n_{ij}$, $n_j = \sum_i n_{ij}$, а числитель характеризует рассеяние условных средних \bar{y} около безусловного среднего.

Всегда $0 \leq n_{y|x}^2 \leq 1$. Равенство $n_{y|x}^2 = 0$ соответствует некоррелированным случайным величинам; $n_{y|x}^2 = 1$ тогда и только тогда, когда имеется точная функциональная связь между y и x . В случае линейной зависимости y от x корреляционное отношение совпадает с квадратом коэффициента корреляции. Величина $n_{y|x}^2 - \rho^2$ используется в качестве индикатора отклонения регрессии от линейной.

Корреляционное отношение является мерой корреляционной связи у с x в какой угодно форме, но не может дать представления о степени приближенности эмпирических данных к специальной форме.

Для оценки качества подобранной линии тренда и уравнения регрессии рассчитывается коэффициент детерминированности (R -квадрат), находящийся в пределах $0 \leq R^2 \leq 1$.

Для его описания применяют следующие величины.

$S_{\text{полн}} = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$ – полная сумма квадратов, где \bar{y} – среднее значение y_i .

Выполняется следующее равенство:

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - y_i^T)^2 + \sum_{i=1}^n (y_i^T - \bar{y})^2.$$

Первое слагаемое равно $S_{\text{ост}} = \sum_{i=1}^n (y_i - y_i^T)^2$ и является остаточной суммой квадратов. Оно характеризует отклонение экспериментальных данных от теоретических.

Первое слагаемое равно $S_{\text{рег}} = \sum_{i=1}^n (y_i^T - \bar{y})^2$ и является регрессивной суммой, характеризующей разброс данных.

Очевидно, что справедливо следующее равенство:

$$S_{\text{полн}} = S_{\text{ост}} + S_{\text{рег}}.$$

Коэффициент детерминирования определяется по формуле:

$$R^2 = 1 - \frac{S_{\text{ост}}}{S_{\text{рег}}}.$$

Чем меньше остаточная сумма квадратов по сравнению с общей суммой квадратов, тем больше значение коэффициента детерминированности R^2 , который показывает, насколько хорошо уравнение, полученное с помощью регрессионного анализа, объясняет взаимосвязи между переменными. Если коэффициент равен 1, то имеет место полная корреляция с моделью, т. е. нет различия между фактическими и оценочными значениями y . В противоположном случае, если коэффициент детерминированности равен 0, то уравнение регрессии неудачно для предсказания значений y .

Коэффициент детерминированности всегда не превосходит корреляционное отношение. В случае, когда выполняется равенство $r^2 = n_{yx}^2$, можно считать, что построенная формула наиболее точно отражает эмпирические данные.

На практике считается допустимым использовать следующую шкалу оценки достоверности полученной зависимости, представленную в таблице 1.

Таблица 1

Шкала оценки достоверности регрессионной зависимости

Величина коэффициента детерминации	Уровень достоверности
до 0,2	зависимость недостоверна
0,2 – 0,4	очень низкий
0,4 – 0,6	умеренный
0,6 – 0,8	высокий
свыше 0,8	очень высокий

Заключение. Трендовое прогнозирование и контроль систем качества производственных процессов позволяют создать методологическую основу научного сопровождения и обеспечения в реализации мероприятий, которые выводят систему на уровень соответствия требуемым нормативам. Однако использование метода трендов связано с предварительным изучением особенностей технологического процесса, анализа и выявления возможных условий появления отклонений с последующим сбором и обработкой информации и учетом ее достоверности. Практика использования методов трендового прогнозирования позволяет заключить, что наибольшая эффективность методов проявляется на производствах с достаточно большим объемом выпуска продукции.

Литература

1. Аристов О.В. Управление качеством. М.: Инфра-М, 2006. 240 с.
2. Шишков Г.М., Круглов М.Г. Менеджмент качества как он есть. М.: Эксмо, 2007. 544 с.
3. Лонщик П. А. Обеспечение качества и управление динамическими процессами технологических систем. Ростов н/Д, 2.003. С. 36.
4. Мазур И.И., Шапиро В.Д. Управление качеством. М.: Высшая школа, 2003. 334 с.
5. Лонщик П.А., Вейц В.Л., Шулешко А.Н. Качество: инструменты управления, прогнозирование и диагностика. Иркутск: Изд-во ИрГТУ, 2007. 244 с.
6. Тюрин Ю.Н., Макаров А.А. Анализ данных на компьютере. М.: ИНФРА-М, 2002. 528 с.
7. Федюкин В.К., Дурнев В.Д., Лебедев В.Г. Методы оценки и управления качеством промышленной продукции. М.: Филин; Рилант, 2001. 328 с.
8. Свиткин М.З., Мацута В.Д., Рахлин К.М. Менеджмент качества и обеспечение качества продукции на основе международных стандартов ИСО. Питер, 2001. 328 с.

References

1. Aristov O.V. The quality control. M.: Infra-M, 2006. - 240 p
2. Shishkov G.M., Kruglov M.G. Quality management as it is. M.: Eksmo, 2007. 544 p.
3. Lonzich P.A. Quality assurance and management of dynamic processes of technological systems. - Rostov-on-don, 2003.- 236 with. 36.
4. I.I. Mazur, Shapiro V.D. The quality control. M.: Higher school, 2003. - 334 p.
5. Lonzich P.A., Weitz V.L., Shuleshko A.N. Quality: management tools, forecasting and diagnostics. / Irkutsk: Izd-vo ISTU, 2007. – 244p.
6. Tyurin Y.N., A.A. Makarov Analysis of the data on your computer. M.: INFRA-M, 2002. - 528 p.
7. Fedukin V.K., Durnev V.D., V.G. Lebedev Methods of quality assessment and management of industrial products. - M.: Informational-publishing house «Filin», Rilant, 2001. – 328p.
8. Svitkin M.Z. Quality management and quality assurance of the products on the basis of international standards ISO / MZ. M.Z. Svitkin, V.D. Mazuta, K.M. Rachlin. - SPb.: Saint - Petersburg, 2001. – 328p.