

УДК 628.646

## Определение энергии диссипации контактного взаимодействия неоднородных твердых тел в условиях нестационарного нагружения\*

В.А. Меновщиков<sup>1</sup>, С.П. Ереско<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Сибирский государственный аэрокосмический университет им. М.Ф. Решетнева, пр-т им. газеты «Красноярский рабочий» 31, г. Красноярск, Россия. E-mail: eresko07@mail.ru  
Статья поступила 05.03.2012, принята 17.09.2012

*Сложность экспериментальной оценки поведения материала твердого тела в силовом поле при контактном взаимодействии предопределяет необходимость разработки теоретических основ создания методики определения закономерностей распределения энергии в зоне силового контакта. Применяя известные закономерности можно теоретически оценить распределение энергии в среде твердого тела и на этой основе разработать основы определения энергии волн в неоднородной среде. Энергия волн в неоднородной среде расходуется на поглощение и рассеяние. В парах трения при эксплуатации возникают вынужденные гармонические колебания с частотами до 100 кГц и выше. Значения частот колебаний определяются скоростью относительного перемещения и степенью шероховатости контактирующих поверхностей. Амплитуды колебаний зависят от физико-механических свойств контактирующих пар и условий внешнего нагружения. Вынужденные колебания являются причиной возникновения и развития усталостных трещин, приводящих в конечном итоге к разрушению. В данной статье рассматриваются вопросы поведения контактирующих поверхностей с точки зрения волновой энергетической теории распространения энергии диссипации. Показан подход к совершенствованию методов определения составляющих энергии контактного взаимодействия неоднородных твердых тел в условиях нестационарного нагружения с учетом усталостных напряжений, приводящих к образованию трещин. Предложена математическая модель изменения энергии контактного взаимодействия на основе термодинамической аналогии. Показано как нестационарный режим и амплитуда энергии контактного взаимодействия влияет на образование трещин в глубине материала контактных поверхностей.*

**Ключевые слова:** твердое тело, подповерхностный слой, волна напряжения, микропластичность, эволюция силового поля, энергия, диссипация.

## Determination of energy dissipation for heterogeneous solids under nonstationary loading conditions

V.A. Menovshchikov<sup>1</sup>, S.P. Eresko<sup>1</sup>

Siberian State Aerospace University, 31 Krasnoyarsky rabochoy av., Krasnoyarsk, Russia. E-mail: eresko07@mail.ru  
The article received 05.03.2012, accepted 17.09.2012

*The complexity of the experimental evaluation of the solid body material behavior in a force field under the contact interaction pre-determines the need for developing the theoretical foundations of the methodology to determine energy distribution patterns at the power contact area. Applying the known laws, it is possible to theoretically estimate energy distribution in a solid medium, and on this basis to develop a framework for determining the wave energy in an inhomogeneous medium. The wave energy is used up for absorption and dissipation in an inhomogeneous medium. When in operation, the forced harmonic oscillations occur in the friction pairs, their frequency being up to 100 kHz and above. The values of oscillation frequencies are determined by the relative movement velocity and the contacting surfaces roughness degree. The amplitudes of oscillations depend on the contacting pairs physical-mechanical properties and the external loading conditions. The forced oscillations are the cause of emergence and development of fatigue cracks eventually leading to destruction. This article deals with the behavior of contacting surfaces in terms of the wave energy theory of dissipation energy propagation. The approach to improve methods for determining the components of contact interaction energy of heterogeneous solids under nonstationary loading has been demonstrated taking into account the fatigue stress causing cracks. A mathematical model for the contact interaction energy change on the basis of thermodynamic analogy has been proposed. It has been shown how the nonstationary mode and contact interaction energy amplitude effect on cracks formation in the depth of the contact surfaces material.*

**Keywords:** solid, subsurface layer, stress wave, microplasticity, force field evolution, energy, dissipation.

Рассмотрим феноменологический подход к проблеме затухания (рассеяния) волны напряжений в нели-

нейных средах, вводя допущение, что при малых амплитудах максимальный уровень мало отличается от начального и по отношению к металлическим материалам это допущение справедливо вследствие малого рассеяния последними энергии падающей волны.

\* Работа выполнена при финансовой поддержке Красноярского краевого фонда поддержки науки и научной деятельности.

Энергия волны в неоднородной среде расходуется на поглощение и рассеяние (увод энергии из когерентной части волны).

Рассмотрим подробнее оба понятия. Чтобы среда обладала поглощением, не обязательно, чтобы этим свойствам обладали отдельные рассеивающие центры. Даже если последние только рассеивают излучение, тем самым отводя энергию в сторону от выбранного направления движения волны.

**Определение энергии волн в неоднородной среде.** Энергия волн в неоднородной среде расходуется на поглощение и рассеяние. Рассмотрим процесс прохождения волны через среду.

Источником звуковой волны может служить развивающаяся трещина. Согласно [1], поток энергии  $\Phi_{(T)}$  в вершине трещины с учетом только нормальных напряжений определяется:

$$\Phi_{(T)} = BD^{-1} \left(1 - \frac{v^2}{c_1^2}\right)^{\frac{1}{2}} v^3 \sigma^2, \quad (1)$$

где  $B$  – const,  $c_1$  – скорость продольной волны в материале,  $v$  – скорость роста трещины;  $\sigma$  – растягивающее напряжение.

Вызванные таким образом колебания распространяются в среду. Энергия волны при этом затрачивается на поглощение средой и рассеяние.

Рассмотрим движение плоской волны в среде. Плоскую волну можно параметризовать по следующей схеме:

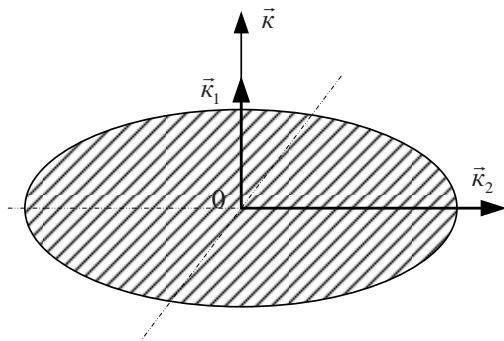


Рис. 1.

Выберем произвольную плоскость отсчета, проходящую через направление волнового вектора  $\vec{k}$ . Направление взаимно перпендикулярно двум векторам  $\vec{k}_1$  и  $\vec{k}_2$ . Вектор  $\vec{k}_1$  является поляризованным и отвечает за распространение энергии волны в выбранном направлении. Вектор  $\vec{k}_2$  выражает направление рассеяния энергии волны.

Вектор  $\vec{k}$  можно выразить через  $\vec{k}_1$  и  $\vec{k}_2$ .

$$\vec{k} = \vec{k}_1 \times \vec{k}_2, \quad (2)$$

где  $\vec{k}_1 = \frac{\omega}{c_1}$  и  $\vec{k}_2 = \frac{\omega}{c_2}$ .

Вектор силового поля на выбранной площадке определяется в комплексной форме:

$$\vec{P}_{(t)} = \vec{P} e^{-i\omega t} + \vec{P}^* e^{i\omega t}. \quad (3)$$

Плоскую волну можно параметризовать по следующей схеме. Выберем произвольную плоскость отсчета, проходящую через направление волнового вектора  $\vec{k}$ .

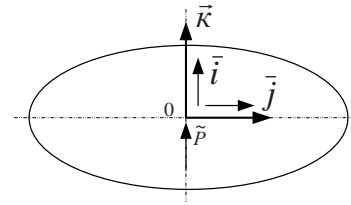


Рис. 2.

Векторы  $\vec{i}$  и  $\vec{j}$  направлены взаимно перпендикулярно, тогда  $\vec{k} = \vec{i} \times \vec{j}$ .

Разложим вектор напряженности силового поля по параметрам:

$$\vec{P} = p\vec{i} + p\vec{j}. \quad (4)$$

Используя выражение (4), можно определить параметры Стокса:

$$\left. \begin{aligned} u &= -2 \operatorname{Re}[(ij)p] \\ v &= -2 \operatorname{Im}[(ij)p] \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Или, учитывая поляризацию:

$$\left. \begin{aligned} u &= 2 \operatorname{Im}(pi \cdot pj) \\ v &= (pi)^2 - (pj)^2 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Интенсивность волны ( $I$ ) связана со средней плотностью волны соотношением:

$$\bar{u} = \frac{1}{2\pi} I, \quad (7)$$

а  $s$  со средним потоком энергии:

$$S = \frac{c}{2\pi} \bar{k} I. \quad (8)$$

Используя оптическую теорему, силовое поле можно выразить уравнением:

$$R = [1 - r^{-1} e^{ik(r-z)} \Phi_0] R_{\text{над}}. \quad (9)$$

Из закона сохранения полной энергии силового поля величина энергии равна:

$$T = T_{\text{расс}} + T_{\text{полг}} = 4\pi k^{-1} \operatorname{Im} Aii, \quad (10)$$

где  $Aii$  – величина полной энергии силового поля.

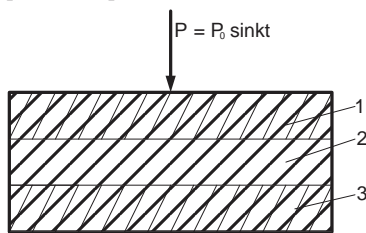
**Энергетическая теория возникновения и развития усталостных трещин.** Исследованиями [1 – 5] установлено, что в парах трения при эксплуатации возникают вынужденные гармонические колебания с частотами до 100 кГц и выше. Значения частот колебаний

определяются скоростью относительного перемещения и степенью шероховатости контактирующих поверхностей. Амплитуды колебаний зависят от физико-механических свойств контактирующих пар и условий внешнего нагружения.

Вынужденные колебания являются причиной возникновения и развития усталостных трещин, приводящих в конечном итоге к разрушению. Существуют различные взгляды на возникновение и развитие трещин [6 – 9], анализ которых приведен в [6]. Определение критических значений энергии, вызывающих возникновение и развитие трещин, связано с теоретическими и экспериментальными трудностями. Однако знание критических значений энергии в микрообъемах металла необходимо при расчетах долговечности металла в определенных условиях нагружения.

Рассмотрим элементарный объем металла, подвергающийся воздействию выступов контртела, твердость которого значительно превышает твердость исследуемого металла. Заменим действие выступов контртела периодически изменяющейся силой  $F$  и будем рассматривать реакцию металла на действие силы  $F$ . В число зон не включаем поверхностный слой металла, в котором действуют наибольшие касательные напряжения. Влияние касательных напряжений убывает по мере удаления от поверхности. Скорость скольжения трущихся пар принимаем постоянной из условия отсутствия значительных тепловых явлений при трении. В объеме металла, охваченном деформацией, возникают три зоны (рис. 3).

Металл в первой зоне после критического для данного металла числа циклов нагружения имеет предельное упрочнение и представляет собой «жесткое тело». Следует отметить, что если на начальных стадиях деформирования в первой зоне имели место наилучшие условия пластического течения, то на конечных этапах вследствие максимального упрочнения этот слой становится барьером для выхода полос скольжения на поверхность [9, 14, 15].



**Рис. 3.** Схема формирования зон деформирования металла: 1 – зона упрочненного слоя металла; 2 – зона упругопластических деформаций; 3 – зона не деформированного металла.

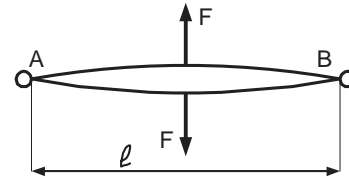
Вторая зона – зона упругопластических деформаций, в которой в процессе деформирования происходит также упрочнение, но более медленно по сравнению с первой. Эта зона является наиболее энергоемкой.

В третьей зоне происходят микропластические деформации в локальных объемах.

Под действием периодически изменяющейся силы объем металла первой зоны (рис. 3) совершает колебательные движения на упругопластической «подложке» второй зоны. Учитывая релаксационные процессы второй зоны, наличие знакопеременных напряжений и

наибольшую плотность дислокаций в переходном слое, можно отметить, что переходный слой является наиболее вероятным местом возникновения усталостных трещин. Применительно к режущему клину, аналогичная модель, учитывающая поверхностные возбужденные слои, рассмотрена в работе [10].

Предположим, что в переходном слое под воздействием внешнего нормального напряжения образовалась усталостная трещина длиной  $\ell$  (рис. 4).



**Рис. 4.** Схема перемещения трещины под действием переменной нагрузки. А и В – зоны упругопластических деформаций.

Кинетика движения и остановка трещины определяются следующим соотношением [11]:

$$\frac{dU_{\text{вн}}}{dt} + \frac{dU_{\text{к}}}{dt} = \frac{dA}{dt} + \frac{dQ}{dt}, \quad (11)$$

где  $U_{\text{вн}}$  – внутренняя энергия,  $U_{\text{к}}$  – кинетическая энергия,  $A$  – работа внешних сил,  $Q$  – тепловая энергия, подведенная к телу.

Полная внутренняя энергия  $U_{\text{вн}}$  равна

$$U_{\text{вн}} = U_{\text{у}} + U_{\text{д}} + U_{\text{к}}, \quad (12)$$

где  $U_{\text{у}}$  – энергия упругих деформаций,  $U_{\text{д}}$  – энергия диссипации.

Кинетическая энергия расходуется на смещение металла «берегов» в направлении действующих напряжений и переходит в потенциальную энергию упругой волны, распространяющейся вглубь металла.

Скорость изменения удельной внутренней энергии  $U(t)$  определяется уравнением:

$$\frac{dU(t)}{dt} = \sigma_{ij} \frac{dU^y(t)}{dt} + C \frac{d\Theta(t)}{dt}, \quad (13)$$

где  $\sigma_{ij}$  – напряжения на контуре трещины,  $C$  – удельная теплоемкость,  $\Theta(t)$  – температура.

Уравнение энергии в локальном объеме:

$$\sigma_{ij} \frac{dU_{ij}}{dt} + \frac{dq_{ij}(t)}{dt} = C \frac{d\Theta(t)}{dt}, \quad (14)$$

где  $q_{ij}$  – компоненты вектора теплового потока  $q_{ij} = k\Theta$ ,  $k$  – коэффициент теплопроводности.

Поскольку металлы обладают высокой теплопроводностью, то энергия диссипации будет эквивалентна тепловой энергии. Потеря полной внутренней энергии находится из выражения:

$$\Delta U_{\text{вн}}(t) = U(t) - U_{\text{к}} - U_{\text{д}}. \quad (15)$$

Вследствие потерь энергии  $\Delta U_{\text{вн}}(t)$  длина трещины после ее возникновения уменьшается на величину

$$\Delta \ell = \ell_1 - \ell, \quad (16)$$

где  $\Delta \ell$  – длина участка конца трещины с расстоянием между поверхностями, немного больше атомного.

При уменьшении внешней нагрузки и внутренней энергии, в силу наличия причин, указанных выше, границы трещины на участке  $\Delta \ell$  смыкаются за счет сил атомного притяжения [12]. Повторное увеличение нагрузки приводит к восстановлению первоначальной длины трещины.

Частичное смыкание границ трещины способствует появлению напряжений сжатия, а восстановление длины трещины приводит к растягивающим напряжениям. Вследствие изменения знака напряжений на конце трещины в упругопластической области, прилегающей к вершине трещины, упрочнение достигает предела, и происходит резкое увеличение размера трещины. Такие представления о динамике развития трещины подтверждаются экспериментальными работами [8].

Мощность тепловыделения  $\dot{P}(\Theta)$  в пластической области определяется выражением [11]:

$$\dot{P}(\Theta) = \iint_{S_p} \sigma_{ij} \frac{dU_p(t)}{dt} dV, \quad (17)$$

где  $U_p(t)$  – энергия пластической деформации,  $V$  – скорость распространения волны, м/с,  $S_p$  – размер области пластической деформации.

Тогда поток энергии в вершину трещин равен [13]:

$$\Phi = \left[ \frac{(1-\nu)}{2G} \right] K_{IC}^2 - \frac{d\dot{P}(\Theta)}{dt}, \quad (18)$$

где  $K_{IC}$  – коэффициент интенсивности напряжений,  $\nu$  – коэффициент Пуассона,  $G$  – модуль сдвига.

Значение  $\dot{P}(\Theta)$  можно получить экспериментально или расчетным путем. Экспериментально  $\dot{P}(\Theta)$  определяется, исходя из потерь энергии, по величине внутреннего трения. Тогда:

$$K_{IS}^2 = \frac{2G}{(1-\nu) \left[ \frac{K_{IC}^2}{G(t)} + \frac{d\dot{P}(\Theta)}{d\ell} \right]}, \quad (19)$$

где  $K_{IS}$  – коэффициент вязкости разрушения, связанный функционально с долговечностью.

Кинетическая энергия определяется, исходя из следующих соображений. Вследствие диссипативных потерь и потерь кинетической энергии за счет образования упругой волны за ее фронтом появляется область напряжений растяжения. Перемещение границ трещины происходит в обратном направлении. Движущийся объем металла обладает кинетической энергией  $U_{1K}$ , причем  $U_{1K} < U_K$ . При прохождении первой волны происходит увеличение внутренней энергии трещины и вновь образуется упругая волна, но уже меньшей ин-

тенсивности. Таким образом, движение границ трещины является колебательным, а колебания – затухающими. Собственную частоту колебаний можно определить, исходя из уравнений [14]:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - a \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad \text{и} \quad (20)$$

$$\omega = (\sqrt{a}) \left( \frac{\pi n}{2l} \right). \quad (21)$$

Как следует из [11], частота зависит от длины трещины: чем больше длина трещины, тем меньше частота колебаний. Закон сохранения энергии на фронте волны согласно [10]:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial \Phi_x}{\partial t} = -D, \quad (22)$$

где  $W$  – плотность энергии,  $\Phi_x$  – поток энергии,  $x$  – компонента потока энергии,  $D$  – плотность функции диссипации в момент времени в плоскости.

При этом  $D > 0$ , т. е., имеет место поглощение. Значения  $\Phi_x$  и  $D$  являются функциями скорости движения фронта волны:

$$v_{(x,t)} = v_0 \exp[-i(\omega t - \kappa x)]. \quad (23)$$

Вследствие потерь энергии при прохождении через среду плотность энергии  $W_1$  и поток энергии  $\Phi_1$  на плоскости, находящейся на расстоянии  $x_1$ , будут меньше на величину потерь:

$$W_1 = W - \Delta W; \quad \Phi_1 = \Phi_x - \Delta \Phi. \quad (24)$$

Экспериментально значения  $W$  могут быть определены методом акустической эмиссии. Поскольку колебания являются затухающими, то

$$W_1 = W \exp[-i(\omega t - \kappa x)] \quad (25)$$

Уравнение (15) позволяет рассчитать значение  $W(v)$ , т. е. вычислить значение кинетической энергии в момент возникновения упругой волны.

Измерение сигнала производится с помощью пьезопреобразователей.

По величине сигнала с помощью переводных формул определяется энергия волны при выходе из металла. Она может быть представлена как потенциальная энергия:

$$W \approx \frac{P_{\max} Z^2}{2} = \frac{E d_n Z^2}{2S^E}, \quad (26)$$

где  $d_n$  – пьезомодуль,  $S^E$  – упругая постоянная кристалла,  $E$  напряженность электрического поля.

Подставляя значения (16) в уравнение (15), определяем  $W$ .

Таким образом, энергия упругой деформации может быть определена из уравнения энергетического баланса при известных значениях  $U_K$  и  $U_D$ .

По величине энергии упругой деформации можно определять критические напряжения хрупкого разру-

шения в результате динамического нагружения при трении, а также число циклов нагружения до возникновения трещины.

Представленная в работе методика может быть применена для оценки эксплуатационных параметров контактирующих элементов машин уже на этапе их проектирования, что в конечном итоге позволит повысить качество принимаемых проектных решений.

### Литература

1. Крагельский И. В. Добычин М.Н., Комбалов В.С. Основы расчетов на трение и износ. М.: Машиностроение, 1977. 576 с.
2. Кузнецов Е. А., Гороховский Г.А. Колебательные процессы сопровождающее внешнее трение шероховатых тел // Проблема трения и изнашивания: сб. ст. Киев:Техника, 1979. Вып. 15. С. 8 – 13.
3. Гороховский Г. А., Кузнецов Е.А. Распределение напряжений в поверхностном полимерном слое при давлении на него шероховатого индентора. Рига, 1977. Рукопись деп. ВИНТИ № 1101-77.
4. Подураев В.Н., Суворова А.А., Барзов А.А. Исследование процессов резания методом акустической эмиссии // Изв. ВУЗов. Машиностроение 1976. № 12. С. 160 – 163.
5. Борисенко А.В., Терикова Л.Г. Акустическая динамика процесса резания и диагностика износа режущего инструмента // Прочность пластичных материалов в ультразвуковом поле: сб. ст. Минск, 1973. Ч.1. С.143 – 147.
6. Иванова В.С., Терентьев В.Ф. Природа усталости металлов. М.: Металлургия, 1975. 455 с.
7. Эрдоган Ф. Разрушение. М.: Мир, 1975. Т.2. С. 521 – 616.
8. Куранов В.Н., Иванов В.И., Рябов А.Н. К вопросу о кинетике распространения трещин // Проблемы прочности: сб.ст. 1980. № 6. С. 15 – 19.
9. Алехин В.П., Гусев О.В., Шоршоров М.Х. О причинах появления аномальной пластичности в поверхностном слоях кристаллов на начальной стадии деформации // Физика и химия обработки материалов: сб. ст. 1969. № 6. С. 96.
10. Kramer I. R. Surface Lauer Effects on the Plastic Deformation of Iron and Molibdenum. Trans AIME, 1967. 640 p.
11. Летуновский В.В. Износостойкость и обрабатываемость металлических материалов // Физико – механические и эксплуатационные свойства инструментальных и конструкционных материалов: сб.ст. Красноярск, 1976. Вып. 5. С. 63 – 77.
12. Черепанов Г. П. Механика хрупкого разрушения. М.: Наука, 1974. 640 с.
13. Ландау Л. Д., Лившиц Е.М. Теория упругости. М.: Наука, 1965. 202 с.
14. Зильбергейт А. С., Копилевич Ю.И. О скорости переноса энергии волнами // Журнал технической физики. 1980. Т. 50. Вып. 2. С. 241 – 251.

15. Меновщиков В.А., Ереско С.П. Исследование и совершенствование игольчатых подшипников карданных передач транспортно-технологических машин: моногр. Красноярск: Изд-во КрасГАУ, 2006. 283 с.

### References

1. Kragelsky, I.V. Basis of calculations on friction and wear / I. V. Kragelsky, M. N. Dobichin, V. S. Komalov. M: Mechanical engineering, 1977. 576 p.
2. Kuznetsov E.A. Oscillatory processes accompanying the external friction of rough bodies / E. A. Kuznetsov, G. A. Gorohovskiy – In book: The problem of friction and wear. Kiev, Technics, edition, 15, 1979, p. 8-13.
3. Gorohovskiy G. A. The stress distribution in the surface layer of the polymer at a pressure on it by rough indenter / G. A. Gorohovskiy, E. A. Kuznetsov. Riga, 1977.- manuscript dep. VINITI №1101-77.
4. Poduraev V. N. Investigation of the processes of cutting by acoustic emission method / V. N. Poduraev, A. A. Suvorovs, A. A. Barzov and others.- Изв. Вузov. Mechanical engineering, №12, 1976, p. 160-163.
5. Borisenko A.V., Terikova L. G. Acoustic dynamics of the cutting process and cutting tool wear diagnosis / A. V. Borisenko in book: Plastic material strength in an ultrasonic field, part 1, Minsk, 1973, p. 143-147.
6. Ivanova V. S. The nature of metal fatigue / V. S. Ivanova, V. F. Terentyev.- M.: Metallurgy, 1975.- 455 p.
7. Erdogan F. Cracks propagation theory. In book: Destruction. M.: World, 1975, tome 2, p. 521-616.
8. Kuranov V. N., The problem of kinetics of crack propagation / V. N. Kuranov, V. I. Ivanov, A. N. Ryabov. - problems of strength, 1980, № 6, p. 15-19.
9. Alehin V. P. The reasons for the appearance of abnormal plasticity in the surface layers of the crystal at the initial stage of deformation / O. V. Gusev, M. H. Shorshorov. Physics and Chemistry of Materials Processing, 1969, № 6, p. 96.
10. Kramer I. R. Surface Lauer Effects on the Plastic Deformation of Iron and Molibdenum. – Trans AIME. 1967. – 640 p.
11. Letunovskiy V. V. Durability and workability of metallic materials. In book: Physical - mechanical and performance properties of instrumental and structural materials. Edition 5, Krasnoyarsk, 1976, p. 63-77.
12. Cherepanov G.P. Mechanics of brittle fracture. M.: Science, 1974. -640 p.
13. Landau L. D. Theory of elasticity / L. D. Landau, E. M. Livshits. – M.: Science, 1965. -202 p.
14. Zilberglate A. S. The rate of energy transfer by waves / A. S. Zilberglate, U. I. Kopilevich. - Technical Physics. 1980, tome 50, edition 2. P. 241 – 251.
15. Menovshikov V.A. Investigating and improvement of needle bearings of cardan gears of transport and technological machines: Monograph / V.A. Menovshikov, S.P. Eresko.- Krasnoyarsk: publishing house KrasSAU, 2006.-283 p.

УДК 621.878

## Влияние режима согласования частот на энергетические показатели разрушения грунта

Ю.А. Геллер<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Забайкальский Государственный университет, ул. Александрo-Заводская 30, Чита, Россия. E-mail: YanchukNA@yandex.ru  
Статья поступила 12.01.2012, принята 10.09.2012

*Представлена математическая модель, описывающая условия взаимодействия рыхлительного оборудования с аккумулятором энергии. Проведен анализ влияния упругой связи, геометрических параметров и массы на частоту колебаний рабочего органа. Составлена аналитическая зависимость, устанавливающая взаимосвязь между энергией, рассеиваемой в грунте, параметрами механической системы и режимами движения. Совместный анализ ограничительных условий и уравнений колебаний.*