

пределов, которые были получены при одинарном нагружении нормальной силой. А влияние дополнительного нагружения на неупругое сопротивление (поглощающую способность) в шине проявляется аналогично влиянию внутреннего давления воздуха, т. е. изменением коэффициента жесткости шины.

Если догружение осуществляется продольной силой (тормозным или тяговым моментом), то жесткость шины снижается, следовательно, ее поглощающая способность возрастает. Если догружение осуществляется боковой силой, то жесткость шины возрастает, следовательно, поглощающая способность снижается.

3. Эллиптическо-степенная модель вполне адекватно отражает свойство пневматической шины поглощать и рассеивать часть энергии, передаваемой через нее при вертикальных колебаниях колеса, не только от нормальной нагрузки, но и при комплексном нагружении, т. е. когда на колесо дополнительно действует продольная или боковая сила. При этом параметры модели остаются константами не только с изменением внутреннего давления воздуха, температуры покрышки и уровня статической нагрузки, но и для различных режимов нагружения колеса.

#### Литература

1. Рыков С.П. Моделирование и оценка поглощающей и сглаживающей способности пневматических шин в расчетах подвески, плавности хода и поддрессирования автомобиля: моногр. Братск: БрГТУ, 2004. 124 с.

2. Рыков С.П. Методы моделирования и оценки поглощающей и сглаживающей способности пневматических шин в расчетах подвески и колебаний колесных машин: автореф. дис. ... д-ра техн. наук. М, 2005. 44 с.

3. Рыков С.П., Тарасюк В. Н. Способ построения характеристик радиальной упругости пневматической шины при комплексном нагружении колеса и устройство для его осуществления: пат. 2245535 Рос. Федерация. Бюл. № 3. 7 с.

4. Рыков С.П. Экспериментальные исследования поглощающей и сглаживающей способности пневматических шин: Испытательный комплекс, методики проведения экспериментов и обработки результатов: моногр. Братск: БрГТУ, 2004. 322 с.

5. Рыков С.П., Тарасюк В.Н. Методика и оборудование для экспериментальных исследований поглощающих свойств пневматических шин при комплексном нагружении колеса // Тр. Брат. гос. техн. ун-та. 2001. Т.2. С. 107–110.

#### References

1. Rykov S.P. Modeling and assessment of pneumatic tyres absorptive and smoothing ability while calculating a suspension, ride control and cushioning of a car: monogr. Bratsk: BrGTU, 2004. 124 s.

2. Rykov S.P. Methods of modeling and assessment of pneumatic tyres absorptive and smoothing ability while calculating a suspension and oscillations of a wheeled vehicle: avtoref. Dis. ... d-ra tekhn. nauk. M., 2005. 44 s.

3. Patent 2245535 RU, MPK7 G01M17/02. Method for developing the pneumatic tyres radial flexibility characteristics under the wheel complex lading and the device for its implementation /S.P.Rykov, V.N.Tarasjuk (RU). - Zayav. 30.06.2003; Opubl. 27.01.2005, Byul. № 3. 7 s.

4. Rykov S.P. Experimental researches into the pneumatic tyres absorptive and smoothing ability: the test system, the experiment and results analysis techniques: monogr. Bratsk: BrGTU, 2004. 322 s.

5. Rykov S.P., Tarasyuk V.N. The technique and equipment for the experimental researches into the pneumatic tyres absorptive ability under the wheel complex lading: Trudy Brat. gos. tekhn. un-ta: v 2 t. Bratsk: BrGTU, 2001. T.2. S. 107–110.

УДК 620.17

## Использование нелинейных вязких и пластических элементов в механореологической модели ударного процесса

В.Л. Лапшин<sup>1</sup>, А.В. Рудых<sup>1</sup>, А.В. Глухов<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Иркутский государственный технический университет, ул. Лермонтова 83, Иркутск, Россия. E-mail: lapshin@istu.irk.ru  
Статья поступила 10.03.2012, принята 16.09.2012

*Рассмотрена целесообразность применения нелинейных вязких и пластических элементов в механореологической модели, описывающей процесс ударного взаимодействия сферического тела с поверхностью. Для теоретического исследования процесса ударного взаимодействия сферического тела с поверхностью была разработана упруго-вязко-пластичная механореологическая модель. На базе математической модели была разработана специальная исследовательская программа. В результате проведения комплекса исследований были выявлены основные закономерности поведения упруго-вязко-пластичной модели. Исследовалось влияние упругих, вязких и пластических параметров модели на динамические параметры ударного процесса: продолжительность ударного взаимодействия модели, силу ударного взаимодействия модели, величину пластической деформации, высоту отскока модели от поверхности. Выполненные исследования позволили ответить на вопрос о целесообразности использования упруго-вязкой и упруго-пластической аналогии при расчете вязких и пластических сопротивлений модели, т.е. о целесообразности введения нелинейности в работу данных элементов модели. Результаты расчетов показали, что переход от линейной модели к нелинейной по диссипативным сопротивлениям деформации оказывает не существенное влияние на динамику ударного взаимодействия в рассматриваемом диапазоне варьирования значений факторов. Использование нелинейного пластического элемента оказывает существенное влияние на динамические параметры ударного процесса. Таким образом, дальнейшее совершенствование модели целесообразно осуществлять в направлении пластического параметра модели, нелинейность которого в существенной мере определяет динамику ударного взаимодействия.*

**Ключевые слова:** механореологическая модель, нелинейные вязкие и пластические сопротивления, ударное взаимодействие тел, математическое моделирование.

# Employing nonlinear viscous and plastic elements in mechanorheological model of a shock process

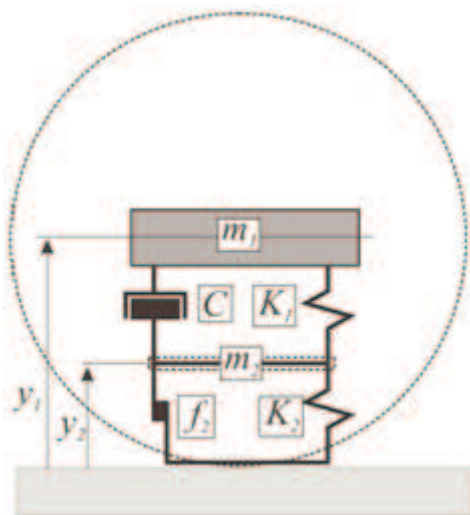
V.L. Lapshin<sup>1</sup>, A.V. Rudykh<sup>1</sup>, A.V. Glukhov<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Irkutsk State Technical University, 83 Lermontova str., Irkutsk, Russia. E-mail: lapshin@istu.irk.ru  
The article received 10.03.2012, accepted 16.09.2012

*The application expediency of nonlinear viscous and plastic elements in the mechanorheological model describing the process of a spherical body shock interaction with a surface has been considered. To theoretically investigate the process of a spherical body shock interaction with a surface, the elastic - viscous - plastic mechanorheological model was developed. On the basis of a mathematical model, the special research program was developed. As a result of implementation of the set of researches, the basic regularities of the model behaviour were revealed. The influence of elastic, viscous and plastic parameters of model on the shock process dynamic parameters was investigated: the duration of shock interaction, the model shock interaction force, the value of residual deformation and the model springback value. The performed research has allowed solving the problem of application expediency of the elastic - viscous and elastic - plastic analogy while calculating the model viscous and plastic resistance, that is the expediency of the nonlinearity introduction into the model mechanorheological elements operation. The calculation results have demonstrated that the transition from the linear model to nonlinear one as to the dissipative resistance deformation has no significant effect on the shock interaction dynamics of the factors values variation in the range under consideration. The nonlinear plastic element application has significant effect on the shock process dynamic parameters. Thus, it is advisable to implement further model development in the sphere of the model plastic parameter, its nonlinearity to a large degree determining the shock interaction dynamics.*

**Keywords:** mechanorheological model, nonlinear viscous and plastic resistance, body shock interaction, mathematical modeling.

Для теоретического исследования процесса ударного взаимодействия сферического тела с поверхностью была разработана упруго-вязко-пластичная механореологическая модель [1]. Модель состоит из двух последовательных блоков (рис. 1): упруго-вязкого блока  $K_1 - C$  и упругопластического блока  $K_2 - f_2$ . Блок  $K_1 - C$  учитывает упругость и диссипативные свойства материала, что позволяет моделировать упругие деформации системы с учетом возникающих при этом потерь энергии с помощью демпфера. Блок  $K_2 - f_2$  описывает пластические деформации и также учитывает возникающие при этом потери энергии.



**Рис. 1.** Схема упруго-вязко-пластичной модели

С момента начала ударного взаимодействия (этап нагружения) работают оба блока модели, описывающие упругие и пластические (остаточные) деформации. Когда динамическое усилие достигает максимального

значения  $N_{MAX}$ , наступает этап разгрузки модели. На данном этапе в работу вступает только упруго-вязкий блок, описывающий исчезновение только упругих деформаций.

Дифференциальные уравнения движения модели имеют вид [1]:

Таблица 1

Модификации модели

| № 1     | № 2       | № 3       | № 4       |
|---------|-----------|-----------|-----------|
| $a_1=1$ | $a_1=1,5$ | $a_1=1$   | $a_1=1$   |
| $a_2=1$ | $a_2=1$   | $a_2=1,5$ | $a_2=1$   |
| $n_3=1$ | $n_3=1$   | $n_3=1$   | $n_3=1,5$ |

$$m_1 \ddot{y}_1 + C_1 (\dot{y}_1 - \dot{y}_2)^{a_1} (y_1 - y_2)^{a_2} + K_1 (y_1 - y_2)^{n_1} = -m_1 g ;$$

$$m_2 \ddot{y}_2 + K_2 y_2^{n_2} + f_2 y_2^{n_3} + C_1 (\dot{y}_2 - \dot{y}_1)^{a_1} (y_2 - y_1)^{a_2} + K_1 (y_2 - y_1)^{n_1} = -m_2 g,$$

где  $y_1, y_2, \dot{y}_1, \dot{y}_2$  – перемещение и скорость масс  $m_1$  и  $m_2$ ;  $K_1$  – коэффициент жесткости упругого элемента упруго-вязкого блока модели;  $C$  – коэффициент вязкости вязкого элемента упруго-вязкого блока модели;  $K_2$  – коэффициент жесткости упругого элемента упругопластического блока модели;  $f_2$  – коэффициент сдвига упругопластического блока модели или коэффициент податливости материала.

На базе математической модели была разработана специальная исследовательская программа.

Решение системы уравнений осуществлялось численным методом Рунге-Кутты. В результате проведения комплекса исследований были выявлены основные закономерности поведения упруго-вязко-пластичной модели.

Таблица 2

Расчетные варианты для модификаций модели 1, 2, 3

| Факторы              | № 1            | № 2            | № 3            | № 4            |
|----------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| $K_1 (МН/м^{3/2})$   | 4000           | 4000           | 10000          | 10000          |
| $K_2 (МН/м^{3/2})$   | 400            | 400            | 10000          | 10000          |
| $f_2 (МН/м^{3/2})$   | 10             | 10             | 100            | 100            |
| $C (Н \times с/м^2)$ | $5 \cdot 10^5$ | $5 \cdot 10^6$ | $5 \cdot 10^5$ | $5 \cdot 10^6$ |

Исследовалось влияние упругих, вязких и пластических параметров модели на продолжительность ударного взаимодействия (времени удара  $T_k$ ) [2], силу ударного взаимодействия модели  $N_{max}$  [3], величину пластической деформации  $Y_{nl}$  ( $y_2$ ) [4]. Результаты исследований позволили рекомендовать к практическому

использованию более точную и достоверную модель, диссипативные сопротивления которой пропорциональны скорости и величине упругой деформации. Выполненный анализ результатов исследований позволил оценить значимость влияния упруго-вязко-пластических параметров модели на динамику ее ударного взаимодействия [5].

Таблица 3

Расчетные варианты для модификаций модели 1, 4

| Факторы              | № 1            | № 2            | № 3            | № 4            |
|----------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| $K_1 (МН/м^{3/2})$   | 4000           | 4000           | 10000          | 10000          |
| $K_2 (МН/м^{3/2})$   | 400            | 400            | 10000          | 10000          |
| $f_2 (МН/м^{3/2})$   | 10             | 100            | 10             | 100            |
| $C (Н \times с/м^2)$ | $5 \cdot 10^5$ | $5 \cdot 10^5$ | $5 \cdot 10^6$ | $5 \cdot 10^6$ |

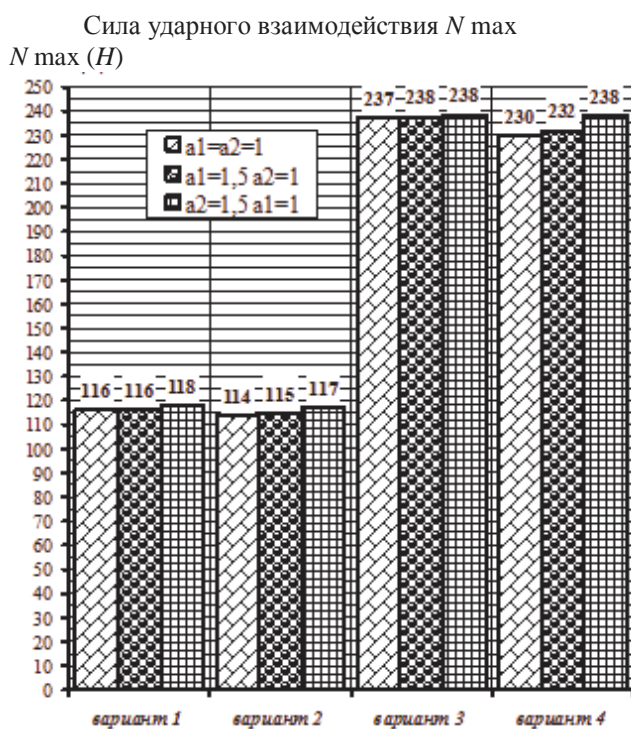


Рис. 2. Влияние нелинейности вязкого элемента модели

При выполнении исследований упругие сопротивления модели описывались нелинейными зависимостями [1], вязкие и пластические сопротивления принимались пропорциональными скорости и величине деформации:  $a_1=1; a_2=1; n_1=1,5; n_2=1,5; n_3=1$ .

Дальнейшие исследования позволили ответить на вопрос о целесообразности использования упруго-вязкой и упругопластической аналогии при расчете вязких и пластических сопротивлений модели, т. е. о

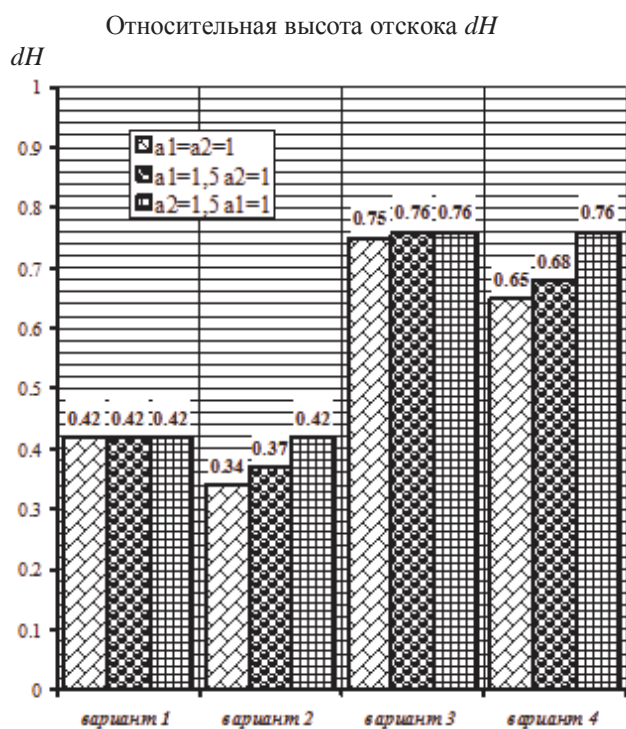


Рис. 3. Влияние нелинейности вязкого элемента модели

целесообразности введения нелинейности в работу данных элементов модели:

$$F_{пл} = f_2 y_2^{1.5}, F_{дис} = C (\dot{y}_1 - \dot{y}_2)^{1.5} (y_1 - y_2)^{1.5}.$$

В ходе исследования сопоставлялись четыре модификации модели, отличающиеся параметрами нелинейности вязкопластических элементов (таблица 1).

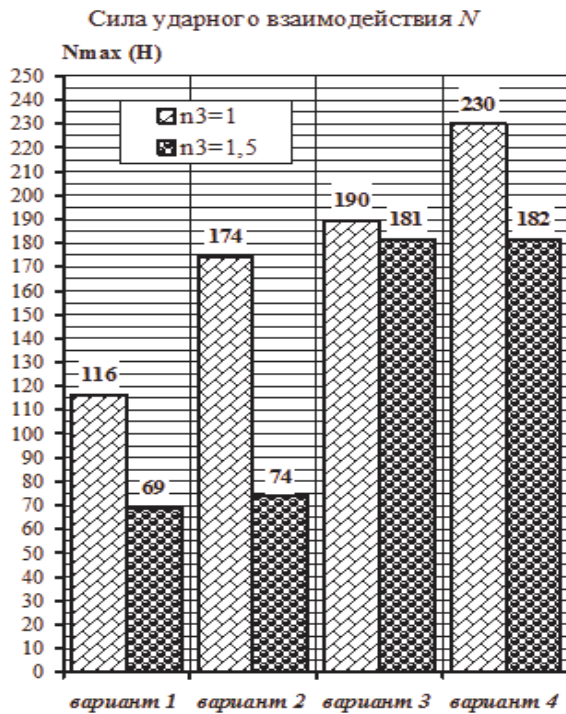


Рис. 4. Влияние нелинейности пластического элемента модели.

Для каждой модификации рассматривалось четыре расчетных варианта, в которых использовались максимальные и минимальные значения факторов  $K_1, K_2, f_2, C$  (таблицы 2, 3). За основу был взят план четырехфакторного эксперимента, реализованного на модели с линейными вязкопластическими элементами (исходная модификация 1) [5]. Диапазон изменения

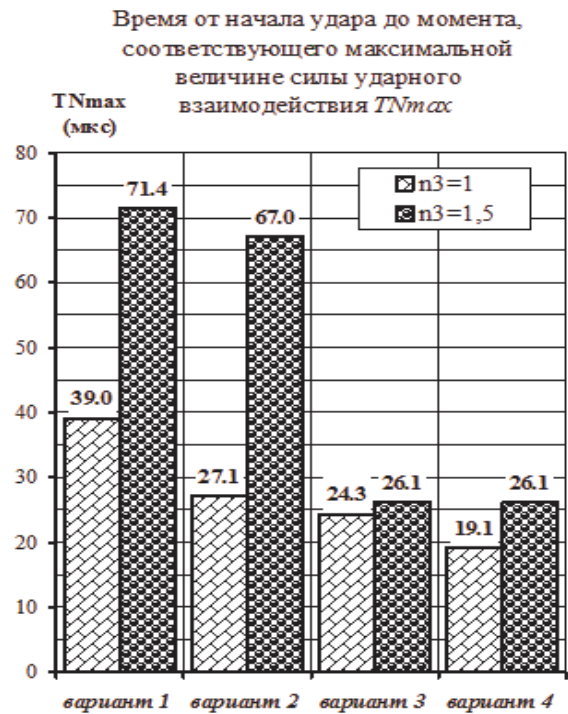


Рис. 5. Влияние нелинейности пластического элемента модели.

упругого параметра модели  $K_1$  соответствовал диапазону изменения модуля упругости материала поверхности  $E$  от 60000 МПа до 200000 МПа. В качестве сферического тела был принят стальной шарик с параметрами  $E_1=2 \times 10^5$  МПа;  $\mu_1=0,27$ ;  $R_1=4,75$  мм. Высота падения составляла 30 мм.

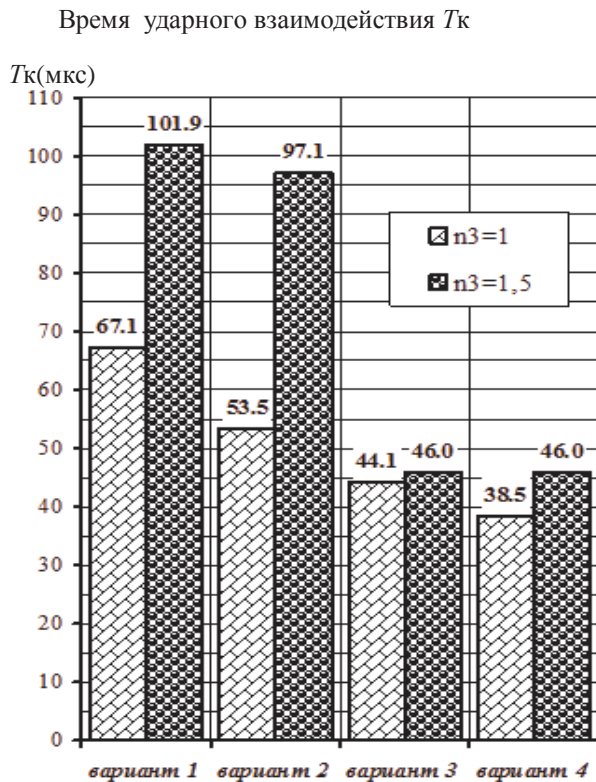


Рис. 6. Влияние нелинейности пластического элемента модели.

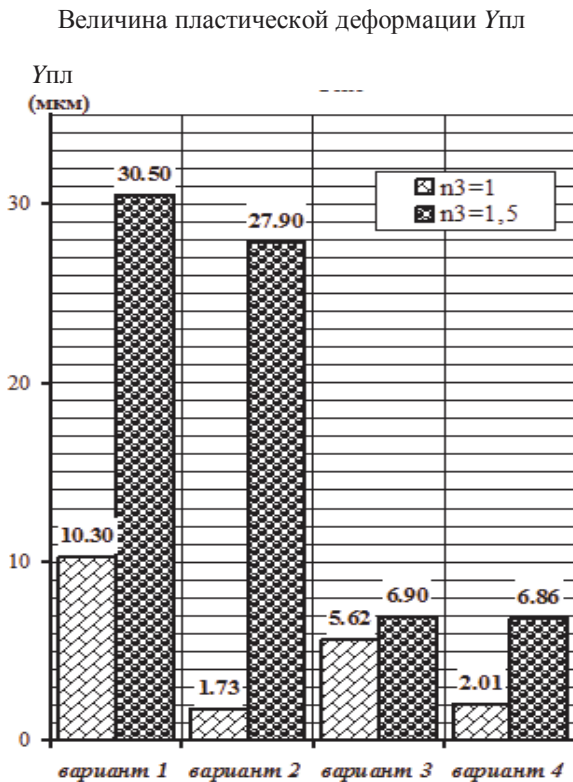


Рис. 7. Влияние нелинейности пластического элемента модели.

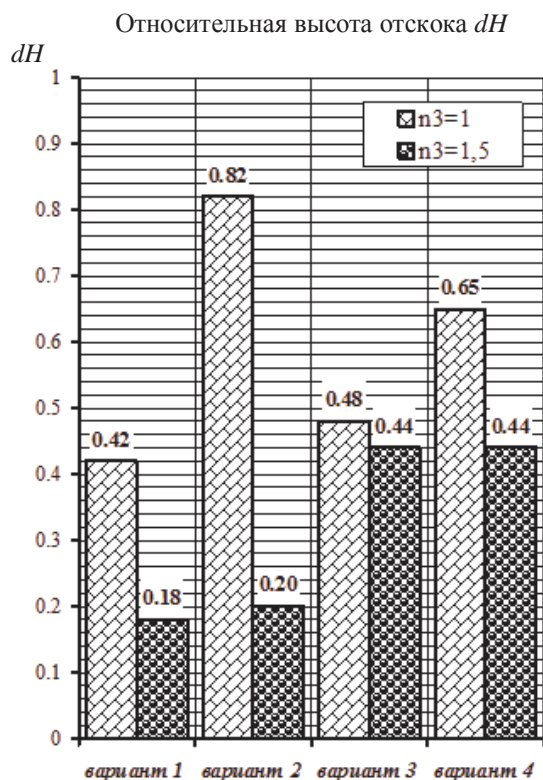


Рис. 8. Влияние нелинейности пластического элемента модели.

Анализировались основные параметры процесса ударного взаимодействия: время ударного взаимодействия  $T_K$ , время от начала удара до момента, соответствующего максимальной величине силы ударного взаимодействия  $T_{N_{\max}}$ , сила ударного взаимодействия  $N_{\max}$ , высота отскока модели от поверхности  $dH = H_0 / H_{\Pi}$  (где  $H_0$  – высота отскока,  $H_{\Pi}$  – высота падения), величина пластической деформации  $y_2$ , возникающей при ударном взаимодействии. Результаты расчетов представлены на диаграммах (рис. 2 – 8). Сравнение расчетных значений параметров ударного процесса свидетельствует о несущественном влиянии показателей степени  $a_1$ ,  $a_2$  при  $y$  и  $y$  на динамику взаимодействия модели. На рис. 2 и 3 в качестве примера приводятся диаграммы, отражающие наибольшее влияние  $a_1$ ,  $a_2$  (на высоту отскока модели  $dH$  и силу ударного взаимодействия  $N_{\max}$ ). При наиболее неблагоприятном сочетании значений факторов переход от линейной модели к нелинейной по диссипативным сопротивлениям деформации вызывает изменение  $dH$  примерно на 20 %.

На рис. 4 – 8 приводятся диаграммы, отражающие влияние нелинейности пластического элемента на динамику процесса. Из диаграмм видно, что показатель степени  $n_3$  оказывает существенное влияние на все параметры ударного процесса. Также было установлено,

что дальнейшее увеличение  $n_3$  (более 1,5) перестает оказывать существенное влияние на динамику модели.

Таким образом, дальнейшее совершенствование модели целесообразно осуществлять в направлении пластического параметра модели, нелинейность которого в существенной мере определяет динамику ударного взаимодействия модели.

### Литература

1. Лапшин В.Л., Демаков Е.И. Упруго-вязко-пластичная механореологическая модель для оценки упруго-вязких свойств минералов при моделировании процессов вибросепарации // VI Всероссийская науч.-техн. конф. с междунар. участием «Механика – XXI век»: сб. докл. Братск, 2007. С. 67–71.
2. Лапшин В.Л., Глухов А.В. Компьютерное исследование упруго-вязко-пластичной механореологической модели // Материалы междунар. науч. заочной конф. «Современная техника и технологии: исследования и разработки». Липецк, 2011. С. 20-27.
3. Лапшин В.Л., Глухов А.В. Регрессионный анализ силы ударного взаимодействия упруго-вязко-пластичной механореологической модели // Вестн. ИрГТУ. 2011. №10 (57). С.44-49.
4. Лапшин В.Л., Глухов А.В. Исследование остаточных деформаций при ударном взаимодействии упруго-вязко-пластичной механореологической модели // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2011. Вып. 4 (32). С. 39-45.
5. Лапшин В.Л., Глухов А.В. Исследование влияния упруго-вязко-пластичных элементов механореологической модели на параметры ее ударного взаимодействия // Материалы 65-ой Всерос. науч.-техн. конф. СибАДИ «Ориентированные фундаментальные и прикладные исследования – основа модернизации и инновационного развития архитектурно-строительного и дорожно-транспортного комплексов России». Омск, 2011. Кн. 1. С.54-59.

### References

1. Lapshin V.L., Demakov E.I. Elasto-viscous-plastic mechanorheological model to assess elasto-viscous properties of minerals while vibroseparation processes modeling // Mekhanika – XXI veku. VI Vserossiyskaya nauch.-tekhn. konf. s mezhdunar. uchastiem: sb. dokl. Bratsk, 2007. S. 67-71.
2. Lapshin V. L., Glukhov A. V. Computer study of the elasto-viscous-plastic mechanorheological model Kompyuternoe issledovanie uprugov-vyazko-plastichnoy mekhanoreologicheskoy modeli // Materialy mezhdunar. nauchn. zaochnoy konf. Sovremennaya tekhnika i tekhnologii: issledovaniya i razrabotki. Lipetsk, 2011. S.20-27.
3. V. L. Lapshin, A. V. Glukhov. Shock interaction regression analysis of the elasto-viscous-plastic mechanorheological model // Vestnik IrGTU. Irkutsk, 2011. №10 (57). S.44-49. (VAK)
4. V. L. Lapshin, A. V. Glukhov. Study of residual strain under shock interaction of the elasto-viscous-plastic mechanorheological model // Sovremennye tekhnologii. Sistemy analiz. Modelirovaniye. Vyp. 4 (32). 2011. S. 39-45. (VAK)
5. V. L. Lapshin, A. V. Glukhov. Study of the effect of the mechanorheological model elasto-viscous-plastic components on its shock interaction parameters // Materialy 65-oy Vseross. nauch.-tekhn. konf. SibADI «Orientirovannye fundamental'nye i prikladnye issledovaniya – osnova modernizatsii i innovatsionnogo razvitiya arkhitekturno-stroitel'nogo i dorozhno-transportnogo kompleksov Rossii». Omsk, 2011. S. 54-59.