

References

1. Дружинский И.А. Механические цепи. М.: Машиностроение, 1977. 238 с.
2. Елисеев С.В., Резник Ю.Н., Хоменко А.П. Мехатронные подходы в динамике механических колебательных систем. Новосибирск: Наука, 2011. 394 с.
3. Елисеев С.В., Резник Ю.Н., Хоменко А.П., Засядько А.А. Динамический синтез в обобщенных задачах виброзащиты и виброизоляции технических объектов: сборник статей Иркутск: Изд-во Иркут. ун-та, 2008. 523 с.
4. Хоменко А.П., Елисеев С.В., Упырь Р.Ю. Устройство для гашения колебаний: пат. 84487 Рос. Федерация. опубл. 10.07.09, Бюл. № 19.
5. Лойцянский Л.Г., Лурье А.И. Курс теоретической механики. М.: Наука, 1980. 640 с.
6. Крайнев А.Ф. Справочник – словарь по механизмам. М.: Машиностроение, 1988. 476 с.
7. Елисеев С.В., Резник Ю.Н., Фомина И.В. Задачи управляемости и наблюдаемости в системах вибрационной защиты // Информационные технологии в науке и управлении: тр. XIV Байкальской Всерос. конф. Иркутск, 2009. Т.1. С. 81–91.
8. Белокобыльский С.В., Ситов И.С. Способы и средства изменения динамического состояния технологического комплекса для вибрационного заглаживания // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2007. № 2 (13). С. 46-52.
1. Druzhinsky I.A. Mechanical chains. M.: Mashinostroeniye, 1977. 238 p.
2. Eliseev S.V., Reznik Yu.N., Khomenko A.P. Mechatronic approaches to mechanical oscillation systems dynamics. Novosibirsk: Nauka. 2011. 394 p.
3. Eliseev S.V., Reznik Yu.N., Khomenko A.P., Zasyad'ko A.A. Dynamic synthesis in the generalized problems of technical objects vibroprotection and vibroinsulation: Irkutsk: Izd-vo Irk. gos. un-ta, 2008. – 523 p.
4. Khomenko A.P., Eliseev S.V., Upyr' R.Yu. Device to damp oscillations: pat. 84487 Russian Federation.; opubl. 10.07.09, Byul. № 19..
5. Loytsyansky L.G., Lur'ye A.I. Course in theoretical mechanics. M.: Nauka, 1980. 640 p.
6. Kraynev A.F. Reference-book on machinery. M.: Mashinostroeniye, 1988. 476 p.
7. Eliseev S.V., Reznik Yu.N., Fomina I.V. Controllability and observability in vibroprotection systems. // Informatsyonnye tekhnologii v nauke i upravlenii: Trudy XIV Baikal'skoy Vserossiyskoy konferentsii. Irkutsk. T. 1. 2009. P. 81-91.
8. Belokobyl'sky S.V., Sitov I.S. Ways and means to change the dynamic state of the technological complex for vibration smoothing // Sovremennye tekhnologii. Sistemny analiz. Modelirovaniye. IrGUPS. Vyp. №2 (13). - Irkutsk. IrGUPS. 2007. P. 46-52.

УДК 62.752

Особенности оценки устойчивости системы с электродинамической связью при внутреннем сопротивлении, стремящемся к нулю

С.В. Белокобыльский¹, С.В. Елисеев², В.Б. Кашуба¹, А.А. Савченко²

¹Братский государственный университет, Макаренко 40, Братск, Россия. E-mail: plemja@rambler.ru

²Иркутский государственный университет путей сообщения, Чернышевского 15, Иркутск, Россия.

Статья поступила 15.01.2012, принята 04.05.2012

В статье представлены результаты исследования особенностей устойчивости систем с обратной отрицательной и положительной связью. Рассмотрен метод оценки устойчивости конкретных классов передаточных функций. Определены варианты последовательности режимов работы системы при непрерывном изменении внутреннего сопротивления. Рассмотрены вопросы оценки устойчивости системы при стремлении параметра внутреннего сопротивления к нулю для определенных типов передаточных функций, где в качестве объекта исследования выступает электродинамическая опора. Определены несколько пороговых значений вязкого сопротивления, которые будут гарантировать устойчивость системы с учетом различного набора параметров, характеризующих систему. Доказано, что устойчивость системы может быть оценена без учета коэффициента приведенной жесткости. Для некоторых систем при стремлении коэффициента вязкого сопротивления к нулю происходит переход в неустойчивое состояние, либо изменение коэффициента вязкого сопротивления не может привести систему в неустойчивое состояние. При непрерывном изменении коэффициента вязкого сопротивления системы с передаточными функциями проходят различные режимы работы. Последовательность прохождения различных режимов определяется параметрами системы.

Ключевые слова: электродинамическая связь, отрицательная обратная связь, положительная обратная связь, устойчивость системы, передаточная функция системы.

Stability estimation characteristics of the system with electrodynamic link under vanishing internal resistance parameter

S.V. Belokobyl'sky¹, S.V. Eliseev², V.B. Kashuba¹, A.A. Savchenko²

¹Bratsk State University, 40, Makarenko str., Bratsk, Russia. E-mail: plemja@rambler.ru

²Irkutsk State University of Railway Engineering, 15, Chernyshevskogo str., Irkutsk, Russia.

Received 15.01.2012; Accepted 4.05.2012

The article presents the results of the study of stability of systems with backward negative and positive communication. The method of assessing the sustainability of specific classes of transfer functions. Determined variants of sequences of operation modes of the system of the continuous changes of internal resistance. Considered the issues of assessing the sustainability of the system when the aspirations of the parameter of internal resistance to zero for certain types of transfer functions where the object of the study is electrodynamic support. There are multiple thresholds viscous resistance, which will ensure the sustainability of the system taking into account different set of parameters that characterize the system. It is proved, that the stability of the system can be evaluated without the account of the present rigidity. For some systems with the coefficient of viscous resistance to zero there is a transition in unstable state, or the change of the coefficient of viscous resistance may not put the system in an unstable state. In the continuous change of the coefficient of viscous resistance system with transfer functions are various modes of operation. The sequence of the various regimes is determined by the parameters of the system.

Keywords: Electrodynamic ties, positive feedback, negative feedback, system stability, transfer function

Введение. В настоящее время многие задачи виброизоляции и виброзащиты с электродинамическими связями решаются на основе выбора соответствующих математических моделей [1]. Такие модели описываются системами линейных дифференциальных уравнений, коэффициенты которых зависят от нескольких параметров, характеризующих объект исследования. В частных случаях итоговые решения дифференциальных уравнений – это комбинация гармонических, экспоненциальных и полиномиальных функций различных степеней, в состав которых входят изначальные параметры. Основными этапами исследования систем являются построение передаточных функций дробно-рационального вида, оценка устойчивости и анализ амплитудно-частотных характеристик.

Данная статья посвящена вопросам оценки устойчивости системы по мере устремления параметра внутреннего сопротивления к нулю для определенных типов передаточных функций. В качестве объекта исследования выступает электродинамическая опора [2]. Принципиальная схема устройства представлена на рис. 1. Для защиты стойки или основания (7) от действия горизонтальных воздействий $Q(t)$, создаваемых источником (1), расположенным на подвижной платформе (2), в опоре одновременно используются средства пассивной и активной виброзащиты. Пассивная часть представлена упругим линейным элементом (3). Этот элемент отражает приведенные упругие свойства системы горизонтальной упругой подвески стенда. Исполнительным элементом активной виброзащиты является электромагнит (8), закрепленный между подвижной и неподвижной частями стенда (2) и (5). Система активной защиты включает в себя датчик силы (6), выходной сигнал которого усредняется на сумматоре, датчик Холла (4), аналого-цифровые преобразователи (11) и (12), дискретный регулятор (9) и широтно-импульсный модулятор (10).

Передаточная функция представленной системы имеет вид:

$$W_2(p) = \frac{F_{\text{дин}}}{Q} = \frac{Mp^2(T_H p + 1)}{T_H Mp^3 + (M + bT_H)p^2 + (kT_H + b)p + k + b_0} \quad (1)$$

Здесь M – общая масса объекта защиты и опоры, k – приведенная жесткость упругих элементов, b – приведенный коэффициент вязкого сопротивления, T_H –

коэффициент эквивалентной передаточной функции, $b_0 = k_F k_H$, k_F – коэффициент аппроксимации и k_H – коэффициент эквивалентной передаточной функции.

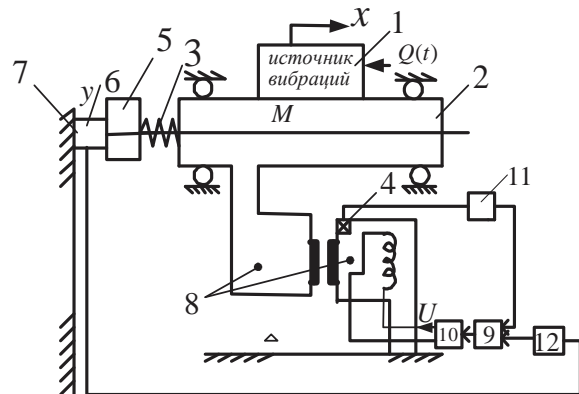


Рис. 1. Принципиальная расчетная схема опоры с электромеханическими связями.

Основные положения. Постановка задачи исследования. Предметом исследования являются особенности определения условий устойчивости динамической системы при введении демпфирующего элемента b , определение качественной структуры области устойчивости в зависимости от полного набора параметров, характеристика режимов работы системы при $b \rightarrow 0$.

Передаточная функция (1) представленной системы без внутреннего сопротивления ($b = 0$) принимает вид:

$$W_2(p) = \frac{F_{\text{дин}}}{Q} = \frac{Mp^2(T_H p + 1)}{T_H Mp^3 + Mp^2 + kT_H p + k + b_0}$$

Такая система является неустойчивой, так как не удовлетворяет критерию устойчивости Рауса-Гурвица [3], согласно которому, для устойчивости необходимо, чтобы выражение:

$$T_H b^2 + (T_H^2 k + M)b - T_H M b_0 = -T_H M b_0$$

и параметры T_H, b_0, M, k, b были строго положительными величинами.

Исследование устойчивости. При условии положительности всех параметров системы необходимые и достаточные условия устойчивости принимают вид:

$$T_H b^2 + (T_H^2 k + M)b - T_H M b_0 > 0 \quad (2)$$

Левая часть неравенства (2) как функция от b представляет собой параболу. Интересны b , которые доставляют левой части неравенства положительные значения. Условия (2) для положительных значений всех входящих переменных можно переписать в виде следующего ограничения на параметр b :

$$b > b_* = \frac{\sqrt{(M + kT_H^2)^2 + 4Mb_0 T_H^2} - (M + kT_H^2)}{2T_H}, \quad (3)$$

где правая часть неравенства представляет собой величину положительного корня квадратного уравнения, соответствующего левой части неравенства (2). Для анализа допустимых значений b введем функцию Φ :

$$\begin{aligned} \Phi(M, k, T_H, b_0) &= \frac{\sqrt{(M + kT_H^2)^2 + 4Mb_0 T_H^2} - (M + kT_H^2)}{2T_H} = \\ &= \frac{1}{2} \left(\sqrt{\left(\frac{M}{T_H} + kT_H\right)^2 + 4Mb_0} - \left(\frac{M}{T_H} + kT_H\right) \right) \end{aligned}$$

Функция Φ неотрицательна. Представим (3) в виде:

$$b > \Phi(M, k, T_H, b_0) \geq 0 \quad (4)$$

Неравенство (4) показывает, что если параметры системы фиксированы, то при стремлении b к нулю, b всегда проходит через область неустойчивости. В данном случае это отрезок, размер которого зависит от параметров системы: T_H, b_0, M, k . Оценим его размеры.

Особенности областей устойчивости. Для исследования областей устойчивости рассмотрим варианты зависимости функции Φ от каждого параметра T_H, b_0, M, k в виде отдельных функций одной переменной.

Вариант 1. Зависимость от параметра T_H . Семейство функций имеет вид:

$$\Phi_1(T_H) = \Phi(M, k, T_H, b_0)$$

Производная функции:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi_1(T_H)}{\partial T_H} &= \frac{1}{2} \left(k - \frac{M}{T_H^2} \right) \times \\ &\times \left(\frac{\frac{M}{T_H} + kT_H}{\sqrt{\left(\frac{M}{T_H} + kT_H\right)^2 + 4Mb_0}} - 1 \right) \end{aligned}$$

Получаем, что функция рассматриваемого семейства имеет единственный максимум $\sqrt{M}(\sqrt{k + b_0} - \sqrt{k})$ в

$$\text{точке } T_H^* = \sqrt{\frac{M}{k}}.$$

Общий вид функций представлен на рис. 2. Величина максимума зависит от корня M и множителя. Это означает, что по мере роста массы M максимум графика, ограничивающего область неустойчивости сверху, растет пропорционально корню массы. Наличие

максимума позволяет оценить функцию сверху величиной, зависящей только от двух параметров:

$$0 \leq \Phi_1(T_H) < \sqrt{M}(\sqrt{k + b_0} - \sqrt{k}) \leq \sqrt{Mb_0}.$$

Следующие три варианта показывают, что зависимость Φ от параметров M, k, b_0 имеет строго монотонный характер.

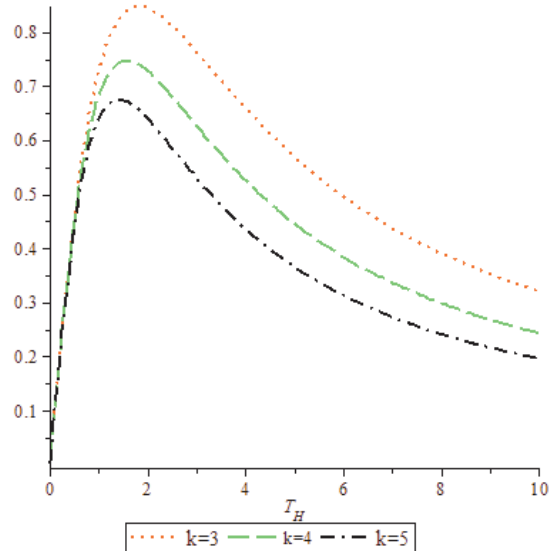


Рис. 2. Функций семейства Φ_1 , при $M = 10, b_0 = 1, k = 3, 4, 5$.

Вариант 2. Зависимость от параметра b_0 . Семейство функций имеет вид:

$$\Phi_2(b_0) = \Phi(M, k, T_H, b_0)$$

Основные свойства данной функции:

$$\frac{\partial \Phi_2(b_0)}{\partial b_0} > 0, \quad \Phi_2(0) = 0,$$

$$\lim_{b_0 \rightarrow \infty} \Phi_2(b_0) = \sqrt{Mb_0}$$

позволяют построить оценку рассматриваемой функции:

$$0 \leq \Phi_2(b_0) < \sqrt{Mb_0}.$$

Данная оценка определяется только двумя переменными и позволяет утверждать, что достаточное условие устойчивости системы можно представить в виде:

$$\sqrt{Mb_0} < b$$

Полученное условие на b позволяет сделать вывод, что при росте массы M или параметра b_0 область неустойчивости системы неограниченно возрастает.

Вариант 3. Зависимость от параметра k . В этом случае элементом данного семейства будет являться функция, представляемая в виде:

$$\Phi_3(k) = \Phi(M, k, T_H, b_0)$$

Для каждой из функций данного семейства справедливо неравенство:

$$0 \leq \Phi_3(k) < \frac{\sqrt{M^2 + 4T_H^2 Mb_0} - M}{2T_H} < \sqrt{Mb_0}$$

так как

$$\frac{\partial \Phi_3(k)}{\partial k} < 0,$$

$$\Phi_3(0) = \frac{\sqrt{M^2 + 4T_H^2 M b_0} - M}{2T_H},$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \Phi_3(k) = 0$$

Вариант 4. Зависимость от параметра M . Данный вариант описывает поведение семейства функций, в которых масса M выступает независимой переменной. Произвольная функция данного семейства представима в виде:

$$\Phi_4(M) = \Phi(M, k, T_H, b_0)$$

Данная функция возрастает на всем промежутке $M > 0$, так как

$$\frac{\partial \Phi_4(M)}{\partial M} > 0.$$

Более того:

$$\Phi_4(0) = 0,$$

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \Phi_4(M) = T_H b_0$$

Данные выражения означают справедливость неравенства:

$$0 \leq \Phi_4(M) < T_H b_0.$$

Другими словами, можно утверждать, что условие $b > T_H b_0$ влечет устойчивость системы вне зависимости от параметра M .

Совмещая полученные достаточные условия устойчивости всех четырех вариантов, можно сделать обобщение достаточных условий в виде:

$$\Phi(M, k, T_H, b_0) < \max(T_H b_0, \sqrt{M b_0})$$

В итоге достаточные условия устойчивости системы можно представить в виде:

$$b_{\max} = \max(T_H b_0, \sqrt{M b_0}) < b.$$

Данное условие означает, что при подключении в систему дополнительного звена с внутренним сопротивлением b можно гарантировать устойчивость только при превышении определенного порогового коэффициента вязкого сопротивления. Можно выделить несколько пороговых значений вязкого сопротивления b , которые будут гарантировать устойчивость системы с учетом различного набора параметров, характеризующих систему.

Влияние сил сопротивления на режимы работы системы. Изменение коэффициента b влияет на устойчивость системы. Целью дальнейшего исследования является определение очередности режимов работы системы при непрерывном изменении параметра внутреннего сопротивления.

Для определения особенностей поведения системы при изменении b рассмотрим знаменатель передаточной функции

$$W_2(p) = \frac{F_{\text{дин}}}{Q} = \frac{M p^2 (T_H p + 1)}{T_H M p^3 + (M + b T_H) p^2 + (k T_H + b) p + k + b_0}$$

и приравняем его к нулю:

$$T_H M p^3 + (M + b T_H) p^2 + (k T_H + b) p + k + b_0 = 0$$

Для определения режимов работы системы необходимо оценить расположение корней данного многочлена на комплексной плоскости. Для анализа воспользуемся методом Вышнеградского [3].

Разделим полученный многочлен на $k + b_0$ и получим:

$$\frac{T_H M}{k + b_0} p^3 + \frac{M + b T_H}{k + b_0} p^2 + \frac{k T_H + b}{k + b_0} p + 1 = 0.$$

После замены $q = \sqrt[3]{\frac{T_H M}{k + b_0}} p$ получаем многочлен:

$$q^3 + \frac{M + b T_H}{k + b_0} \sqrt[3]{\frac{(k + b_0)^2}{(T_H M)^2}} q^2 + \frac{k T_H + b}{k + b_0} \sqrt[3]{\frac{k + b_0}{T_H M}} q + 1 = 0,$$

который после введения обозначений

$$\begin{cases} X = \frac{M + b T_H}{(T_H M)^{2/3} (k + b_0)^{1/3}} \\ Y = \frac{k T_H + b}{(T_H M)^{1/3} (k + b_0)^{2/3}} \end{cases} \quad (4)$$

имеет вид:

$$q^3 + X q^2 + Y q + 1 = 0 \quad (5)$$

В такой записи необходимые и достаточные условия устойчивости системы принимают вид неравенства:

$$XY > 1 \quad (6)$$

Положительные X и Y задают точку в первом квадранте координатной плоскости, разбиение которой на специальные области представлено на рис. 3.

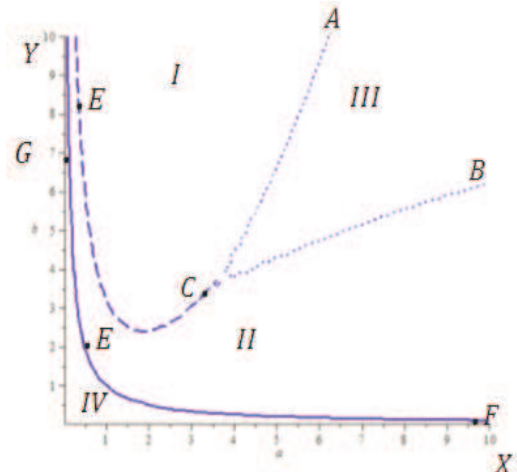


Рис. 3. Области разбиения плоскости параметров.

Представленное разбиение области параметров X, Y в общем случае носит название диаграммы Вышнеградского [3]. В данном случае область I определяет X и Y , для которых действительные части комплексных корней уравнения (5) находятся правее действительного корня. В этой области колебание определяется экспонентой и быстрым затуханием колебательной со-

ставляющей. Это область монотонных процессов. Область II определяет параметры X и Y , для которых действительные части комплексных корней уравнения (5) находятся левее действительного корня. В данной области переходный процесс определяется в основном гармонической составляющей. Это область колебательных процессов. В области III уравнение имеет три действительных отрицательных корня. Это область апериодических процессов. Область IV, которая находится под гиперболой GF , ограничивает область устойчивости снизу. На кривых CA и CB система имеет два кратных действительных корня. В точке C все три области касаются друг друга. Данная точка имеет координату $(X,Y)=(3,3)$, которой соответствует корень -1 кратности 3. Для анализа системы интерес представляет поведение системы внутри каждой из областей I, II, III и на границах GF , EC , CA и CB . Каждая их представленных областей определяет специальные режимы работы системы.

Обнаруженные особенности оценки устойчивости системы при изменении b имеют представление в плоскости параметров (X,Y) . В частности, при $b = 0$ коэффициенты системы (4) и условие (6) примут соответственно вид:

$$\begin{cases} X = \frac{M}{(T_H M)^{2/3} (k + b_0)^{1/3}} \\ Y = \frac{k T_H}{(T_H M)^{1/3} (k + b_0)^{2/3}} \end{cases}, \quad XY = \frac{k}{k + b_0} < 1 \quad (7)$$

Это означает, что при $b = 0$ для некоторых параметров k и b_0 кривая (7) в плоскости (X,Y) находится в области неустойчивости IV. По мере роста коэффициента b система становится устойчивой только после достижения параметром b критического значения (3):

$$b_* = \frac{\sqrt{(M + k T_H^2)^2 + 4 M b_0 T_H^2} - (M + k T_H^2)}{2 T_H^2}$$

Особенностью данного качественного изменения свойств системы является тот факт, что при выходе системы из неустойчивого состояния происходит переход в режим работы, соответствующий области параметров II. Дальнейшее поведение системы определяется значениями параметров передаточной функции.

В итоге возможны следующие варианты перехода системы из области II:

1. переход в область I, далее в III;
2. переход в область III;
3. переход в область I, далее в III и II.

Возможна ситуация когда система после перехода из области IV в область II, при дальнейшем росте b остается только в области II.

Представленные особенности устойчивости свойственны системам, которые представлены передаточными функциями в виде (1).

Исследование систем с положительной обратной связью. В отличие от рассмотренного класса передаточных функций (1), которые описывают системы с

отрицательной обратной связью, передаточная функция вида:

$$W_3(p) = \frac{F_{\text{днн}}}{Q} = \frac{M p^2 (T_H p + 1)}{T_H M p^3 + (M + b T_H) p^2 + (k T_H + b) p + k - b_0} \quad (8)$$

отображает свойства с положительной обратной связью. Отличие общего вида данных передаточных функций заключается в свободном члене $k - b_0$.

Если $k - b_0 < 0$, то данная система неустойчива.

Если $k - b_0 = 0$, то передаточная функция принимает вид:

$$W_3(p) = \frac{F_{\text{днн}}}{Q} = \frac{M p (T_H p + 1)}{T_H M p^2 + (M + b T_H) p + (k T_H + b)}$$

В этом случае устойчивость системы вытекает из положительности всех параметров.

Если $k - b_0 > 0$, то критерий устойчивости Рауса-Гурвица для такой системы имеет вид:

$$T_H b^2 + (T_H^2 k + M) b + T_H M b_0 > 0$$

При $b = 0$ данная система уже устойчива. Применяя преобразования Вышнеградского для знаменателя передаточной функции (8), получаем выражения коэффициентов для кубического многочлена (5):

$$\begin{cases} X = \frac{M}{(T_H M)^{2/3} (k - b_0)^{1/3}} \\ Y = \frac{k T_H}{(T_H M)^{1/3} (k - b_0)^{2/3}} \end{cases}$$

При $b = 0$ соответствующая кривая на диаграмме Вышнеградского будет иметь вид:

$$XY = \frac{k}{k - b_0} < 1$$

Данная кривая уже будет находиться строго выше границы области неустойчивости $XY = 1$.

На рис. 4 представлено разбиение области коэффициентов уравнения (5) для системы с передаточной функцией (8). Гиперболы a_n представляют собой графики функций в области (X,Y) , соответствующие различным значениям k и b_0 .

В зависимости от соотношения k и b_0 , возможны различные предельные режимы системы при $b \rightarrow 0$. В частности, при соотношении:

$$\frac{k}{b_0} \leq \frac{9}{8}$$

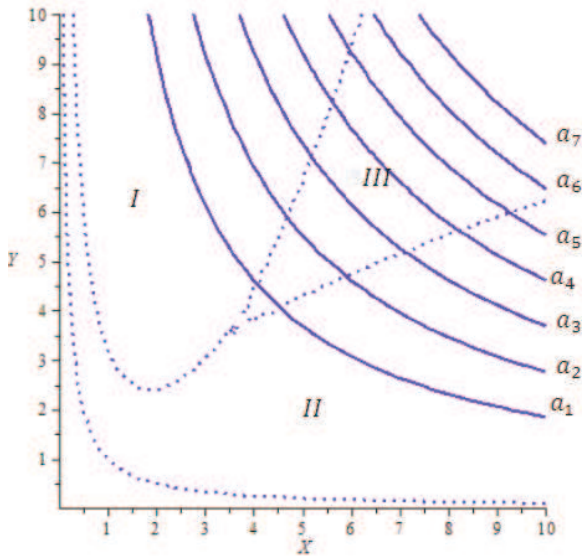


Рис. 4. Граничные области соответствующие $b=0$ для различных значений k и b_0 .

Предельные режимы работы системы при $b = 0$ находятся в областях I и II. При соотношении:

$$\frac{k}{b_0} > \frac{9}{8}$$

предельными режимами работы системы для $b = 0$ являются области I, II, III.

Полученное разбиение позволяет определить области параметров (X, Y) в которых система будет находиться последовательно при изменении параметра b . В каждой из областей система будет находиться в одном из трех режимов: аperiodическом, монотонном и колебательном.

Заключение. Проведенный анализ устойчивости двух частных классов передаточных функций для систем с положительной и отрицательной обратной связью позволяет сделать следующие выводы:

1. Устойчивость системы с передаточной функцией (1) может быть оценена без учета коэффициента приведенной жесткости.

2. Для систем вида (1) при стремлении коэффициента вязкого сопротивления к нулю происходит переход в неустойчивое состояние. Для систем вида (2) изменение коэффициента вязкого сопротивления не может перевести систему в неустойчивое состояние.

3. При непрерывном изменении коэффициента вязкого сопротивления системы с передаточными функциями вида (1) и (2) проходят различные режимы работы. Последовательность прохождения различных режимов определяется параметрами системы.

Литература

1. Челомей В.Н. Вибрации в технике: справочник. В 6 т. Т. 5. Измерения и испытания / под ред. М.Д. Генкина. М.: Машиностроение, 1981. 496 с.
2. Московских А.О., Савченко А.А., Абросимова Ю.О. Электродинамические связи в механических колебательных системах // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2011. № 3 (31). С. 73-81.
3. Бесекинский В.А. Теория систем автоматического регулирования. М.: Наука, 1972. 768 с.

References

1. Chelomey V.N. Vibrations in engineering: reference-book. In 6 vol. Vol. 5. Measurements and tests. / pod red. M.D. Genkina. M.: Mashinostroeniye, 1981. 496 p.
2. Moskovskikh A.O., Savchenko A.A., Abrosimova Yu.O. Electrodynamical relations in mechanical oscillation systems // Sovremennyye tekhnologii. Sistemyy analiz. Modelirovaniye. 2011. № 3 (31). P. 73-81.
3. Besekersky V.A. Automatic control systems theory. M.: Nauka, 1972. 768 p.