



## Литература

1. Андрейчук А.В., Тюрин Н.А., Громская Л.Я. Сезонное районирование транспортного освоения арендуемых лесов лесозаготовительного предприятия // Сухопутный транспорт леса: материалы науч.-техн. конф. СПб, 2009. С. 80-83.
2. Новак В., Перфильева И., Мочкорж И. Математические принципы нечеткой логики: пер. с англ. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. 252 с.
3. Леоненков А. Нечеткое моделирование в среде Matlab и fuzzyTECH. СПб.: БХВ-Петербург, 2005. 736 с.
4. Воробьев Д.В., Остапенко Б.Ф. Эдафическая сетка и пользование ею. Труды Харьковского сельскохозяйственного института. Харьков, 1975. Т. 120. С. 9-18.
5. Громская Л.Я. Методика размещения лесных магистралей и веток в арендных лесах лесозаготовительного предприятия // Изв. С.-Петерб. лесотехн. акад. 2011. Вып. 194. С. 72-77

## References

1. Andreychuk A.V., Tyurin N.A., Gromskaya L.Ya. Seasonal transportation zoning of the logging enterprise rented forests // Sukhoputny transport lesa: materialy nauch.-tekhn. konf. SPb, 2009. S. 80-83.
2. Novak V., Perfil'eva I., Mochkorzh I. Fuzzy logic mathematical principles: per. s angl. M.: FIZMATLIT, 2006. 352 s.
3. Leonenkov A. Fuzzy modeling in the MATLAB and fuzzyTECN environment. SPb.: BKhV-Peterburg, 2005. 736 s.
4. Vorob'ev D.V., Ostapenko B.F. Edaphic grid and its application. Trudy Har'kovskogo sel'skohozyaistvennogo instituta. Har'kov, 1975. T.120. S. 9-18.
5. Gromskaya L.Ya. The technique for forest roads and sidetracks layout in rental forests of a logging enterprise // Izvestiya S.-Peterb. Lesotekhn. akad. Vyp. 194. S. 72-77.

УДК 62-531.7

## Динамика пневмодемпферной подвески мотор-вентиляторов электровозов с регулируемыми параметрами

Д.А. Лукьянов<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>Иркутский государственный университет путей сообщения, Чернышевского 15, Иркутск, Россия  
Статья поступила 21.10.2011, принята 12.02.2012

*Проблема снижения виброактивности машинного оборудования в целом, и вспомогательных машин электровозов – в частности, является актуальной. В то же время, при проектировании подобных машин этой проблеме уделяется недостаточное внимание. В известных работах зачастую используются устаревшие методики, не предусматривающие широкое применение систем автоматизированного проектирования и расчета динамических характеристик машинного оборудования в сложном спектре внешних воздействий. В целях уменьшения вибрации мотор-вентиляторов (МВ) электровозов в конструкцию их подвески введены пневматические виброизоляторы с изменяемыми параметрами жесткости (резинордные элементы). Рассмотрена система виброзащиты, построенная на основе двухкамерных резинордных элементов (РКЭ), размещенных между опорной рамой мотор-вентилятора (МВ) и основанием. Подкачка воздуха в резинордных элементах осуществляется от внутренней пневматической сети электровоза только с целью компенсации утечек воздуха и поддержания их работоспособности путем обеспечения начального запаса рабочего хода. Главной особенностью РКЭ является наличие основного (деформируемого) и дополнительного (недеформируемого) объемов, соединенных между собой дросселем с регулируемой площадью проходного сечения. Это позволяет получить регулируемую нелинейную упруго-диссипативную характеристику РКЭ и создает возможность управлять динамическими характеристиками МВ при широком наборе силовых и кинематических возмущений. Используя метод гармонической линеаризации, была получена упругая реакция двухкамерного РКЭ с дросселем переменного сечения и определено сечение дросселя, обеспечивающее наилучшее энергопоглощение в резонансных режимах работы. Получено выражение, определяющее площадь оптимального сечения дросселя в зависимости от давления воздуха в РКЭ. Используя дифференциальные уравнения пространственных колебаний МВ как твердого тела при гармоническом силовом возмущении, были определены амплитудно-частотные характеристики пневматической системы виброзащиты при заданной внешней гармонической нагрузке. По результатам расчетов определены качество виброзащиты в продольном и поперечном направлении, а также оптимальная приведенная величина площади дроссельного отверстия при принятых конструктивных параметрах РКЭ и МВ.*

**Ключевые слова:** мотор-вентилятор, динамические характеристики, жесткость подвески, вибрация, пневматические виброизоляторы, резинордные элементы.

## Dynamics of pneumatic damping suspension electric fan motor with adjustable parameters

D.A. Lukyanov<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>Irkutsk State University of Railway Engineering, 15, Chernyshevskogo str., Irkutsk, Russia  
Received 21.10.2011; Accepted 12.02.2012

*The problem of reducing the vibration of machinery in general and electric auxiliary machines in particular, is important. At the same time in the design of such machines this problem is given insufficient attention. In the well-known works often use outdated me-*

\* E-mail address: loukian@live.ru

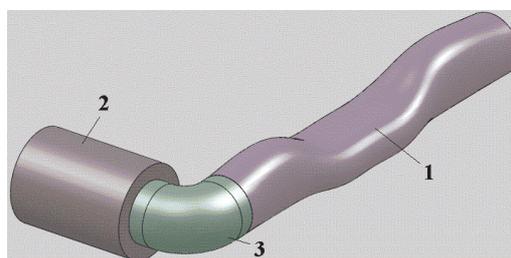
thods that do not involve extensive use of computer-aided design and calculation of dynamic characteristics of the machinery when there is a complex range of external influences. In order to reduce vibration in the design of suspension fan motors (FM) introduced pneumatic bumpers with variable stiffness parameters (rubber-cord elements). A system of vibration protection built on the basis of two-chamber rubber-cord elements, located between the support frame fans motor and the ground. Air exchange with the rubber-cord element is needed to compensate for air leaks and is derived from the internal pneumatic line of electric locomotive. The main feature of the rubber-cord element is the presence of primary (deformable) and secondary (non-deformable) volumes and throttle-controlled cross-section area between them. This allows for an adjustable non-linear elastic-dissipative characteristics of rubber-cord elements and creates the opportunity to manage the dynamic characteristics of the fan motor with a wide set of force and kinematic perturbations. Using the method of harmonic linearization was determined by the elastic response of two-chamber rubber-cord elements with variable cross-section of the throttle. Defined section of the throttle for the best energy absorption in the resonant modes. Definitely an expression that defines the area of optimal cross-section depending on the throttle the air pressure in the rubber-cord element. Using the differential equations of spatial oscillations motor fan as a rigid body under a harmonic perturbation of the force, there were certain amplitude-frequency characteristics of pneumatic vibration isolation for a given external harmonic load. The calculations were definitely the quality of vibration in the longitudinal and transverse direction, as well as the optimum value of the throttle opening area for the given design parameters of rubber-cord elements and motor fan.

**Keyword:** fan motor, dynamic characteristics, stiffness suspension, vibration, pneumatic bumpers, rubber-cord elements.

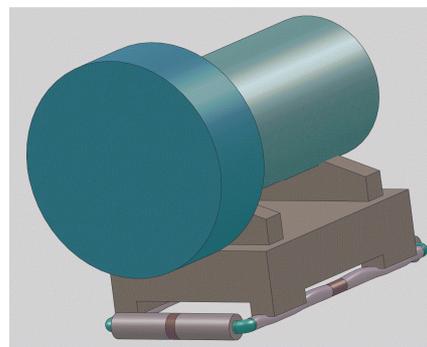
Мотор-вентиляторы (МВ) электровозов, обеспечивающие охлаждение силового электротехнического и электромашинного оборудования, работают в условиях значительных вибрационных нагрузок, что требует реализации мер по защите этих машин от динамических воздействий. Системы виброзащиты, построенные на базе пневматических упругих элементов, характеризуются большой грузоподъемностью, простотой управления параметрами, хорошей фильтрующей способностью при высокочастотных возмущениях, малым весом и приемлемыми габаритными размерами. В настоящее время широко используются пассивные пневматические виброизоляторы (ПВИ) различных моделей и типоразмеров [1]. Так как в каждой секции электровоза имеется компрессор, такими управляемыми виброизоляторами могут выступать пневматические рукава высокого давления в виде резинокордных элементов (РКЭ), размещенных между опорной рамой мотор-вентилятора (МВ) и основанием [2, 3].

Рассмотрим некоторые типы пневматических виброизоляторов, в которых возможно реализовать управляемое изменение жесткости и демпфирования. Данные устройства построены на основе двухкамерных резинокордных элементов с постоянной массой газа. Подкачка воздухом от внешней пневматической сети электровоза этих РКЭ производится только с целью компенсации утечек и поддержания их работоспособности путем обеспечения начального запаса рабочего хода. На рис. 1 приведена схема РКЭ, главной особенностью которого является наличие основного деформируемого 1 (ОО) и дополнительного недеформируемого 2 (ДО) объемов. Между объемами установлен дроссель с регулируемой площадью проходного сечения 3. Данный двухкамерный резинокордный элемент является управляемым пневматическим виброизолятором переменной опорной поверхности, позволяющим получить существенно нелинейную упругую характеристику в большом диапазоне изменения статических нагрузок [1, 2, 3]. Общий вид пневматической системы виброизоляции из 4-х двухкамерных резинокордных элементов данного типа представлен на рис. 2.

При подборе площади проходного сечения дросселя можно регулировать жесткость и демпфирующие характеристики ПВИ переменной опорной площади и всей упругой подвески в целом [1, 2, 4].



**Рис. 1.** Двухкамерный пневматический виброизолятор на основе резинокордных элементов: 1 – основной деформируемый объем; 2 – дополнительный объем; 3 – управляемый дроссель переменного сечения.



**Рис. 2.** Система виброзащиты мотор-вентилятора на основе 4-х ПВИ в виде резинокордных элементов.

Рассмотрим периодический колебательный процесс. Упругая реакция РКЭ относительно положения равновесия будет

$$R(z_s; \Delta\Theta) = S(z_s) \cdot (P_{00} - P_0),$$

где  $S$  – площадь опорной поверхности РКЭ;  $P_0, P_{00}$  – текущее давление и давление воздуха, заключенного в основном объеме в положении равновесия. В работах [2, 4] на основе уравнений состояния газа переменной массы, приведенных в [5], было получено

$$P_0 = P_{00} \left( \frac{V_{00}}{V_0} \right)^{\nu} \left( \frac{\Theta_0}{\Theta_{00}} \right)^j.$$

Здесь  $V_{00}, \Theta_{00}$  – объем и масса воздуха в основном объеме в положении равновесия;  $V_0, \Theta_0$  – текущий объем и масса газа;  $\nu = 1,3; j = 1,15$  – коэффициенты политропы,  $\Delta\Theta$  – масса циркулирующего между объемами воздуха.

Обозначим  $\bar{z}_V = z_s / d$  – безразмерная координата, отсчитываемая от недеформированного состояния РКЭ ( $\bar{z}_V = (0 \div 1)$ );  $z_s = z_0 + z$  – суммарная деформация РКЭ;  $d$  – диаметр РКЭ;  $\bar{z}_V = \bar{z}_0 + \bar{z}$ ;  $\bar{z}_0 = z_0 / d$  – статическая деформация РКЭ в положении равновесия;  $\bar{z} = z / d$  – текущая деформация РКЭ от положения равновесия.

При деформации резинокордного элемента переменной опорной поверхности его относительный объем изменяется по закону [3]

$$\bar{V}_V = \frac{V_0}{V_{00}} = 1 - \bar{z}_V^2$$

или

$$\bar{V}_V = (1 - \bar{z}_0^2) - 2\bar{z}_0\bar{z} - \bar{z}^2,$$

$$\bar{S}_V = \frac{\partial \bar{V}_V}{\partial \bar{z}} = -2(\bar{z}_0 + \bar{z}); (\bar{S}_V)_0 = -2\bar{z}_0.$$

$\bar{S}_V$  и  $(\bar{S}_V)_0$  – приведенные площади опорной поверхности РКЭ (текущее значение и значение в положении статического равновесия). Упругая реакция РКЭ при  $j = 1$  будет:

$$R_V = P_{00} \gamma \bar{S}_V \left[ 1 - \frac{1}{\bar{V}_V^\nu} \left( \frac{\Theta_{00} - \Delta\Theta}{\Theta_{00}} \right) \right]. \quad (1)$$

В уравнении (1)  $\gamma = \pi dl / 4$ ,  $\Delta\Theta$  – количество воздуха перетекающего через дроссель между основным и дополнительными объемами,  $l$  – длина деформируемой части РКЭ.

Линеаризуем выражение упругой реакции (1), разложив ее в ряд по параметрам  $z_s$  и  $\Delta\Theta$  в окрестности положения статического равновесия ( $z = 0; \Delta\Theta = 0$ ) и оставив линейные члены разложения:

$$R_V = a_{zV} z + a_{\Theta V} \Delta\Theta, \quad (2)$$

где

$$a_{zV} = \frac{4P_{00} \gamma \bar{z}_0^2}{(1 - \bar{z}_0^2)d}; \quad a_{\Theta V} = \frac{2\gamma P_{00} \bar{z}_0}{\Theta_{00}}. \quad (3)$$

Запишем выражение расхода воздуха через дроссель, приведенное в [6] и преобразованное для двухкамерных РКЭ [4], в виде

$$G = \Delta\dot{\Theta} = \mu f_d P_{00} \sqrt{\frac{2g}{RT}} |e_0| \operatorname{sign} \bar{e}, \quad \bar{e} = \frac{P_0 - P_d}{P_0 + P_d},$$

где  $e_0 = 3\bar{e}$  при  $|\bar{e}| \leq 0,33$ ,

$e_0 = 1$  при  $|\bar{e}| > 0,33$ .

Здесь  $P_d$  – текущее давление воздуха в дополнительном объеме;  $f_d$  – площадь проходного сечения дросселя;  $\mu$  – коэффициент расхода ( $0 \leq \mu \leq 1$ );  $R$  – газовая постоянная;  $T$  – температура воздуха в РКЭ;  $g$  – ускорение свободного падения. Расход, соответствующий  $|\bar{e}| \leq 0,33$ , является докритическим, а  $0,33 < |\bar{e}| < 1$  – сверхкритическим.

В работе [4] с использованием метода гармонической линеаризации определена упругая реакция двухкамерного пневмоэлемента с дросселем переменного сечения:

$$R_V = c_V z + b_V \dot{z}, \quad (4)$$

где  $c_V, b_V$  – линеаризованные коэффициенты жесткости и демпфирования РКЭ соответственно:

$$c_V = a_{zV} + a_{\Theta V} U(\omega); \quad b_V = a_{\Theta V} \frac{V(\omega)}{\omega}. \quad (5)$$

Здесь  $a_{zV}, a_{\Theta V}$  определяются по (2,3), а коэффициенты гармонической линеаризации  $U(\omega), V(\omega)$  при докритическом расходе ( $|\bar{e}| \leq 0,33$ ),

$$U(\omega) = -\frac{9G_H^2 \beta_1 \beta_2}{\omega^2 + 9G_H^2 \beta_2^2}, \quad (6)$$

$$V(\omega) = \frac{3G_H \beta_1 \omega}{\omega^2 + 9G_H^3 \beta_2^2},$$

где  $G_H = f_d' P_{00} \sqrt{2g / RT}$  – параметр расхода, соответствующий насыщению расходной характеристики при сверхкритическом истечении;  $f_d' = \mu f_d$  – приведенная площадь проходного сечения дросселя;

$$\beta_1 = \frac{\nu}{2} \left( \frac{\partial \bar{V}_V}{\partial \bar{z}} \right) = -\frac{\nu \bar{z}_0}{d}; \quad \beta_2 = \frac{(k+1)}{2\Theta_{00} k}; \quad k = \frac{V_d}{V_{00}}.$$

При сверхкритическом расходе ( $0,33 < |\bar{e}| < 1$ )

$$U(\omega) = -\frac{32G_H^2 \beta_1 \beta_2}{\Phi_1 + \Phi_2}, \quad (7)$$

$$V(\omega) = -\frac{4G_H (\Phi_2^2 - \Phi_1^2)}{\pi A_z (\Phi_1^2 + \Phi_2^2)},$$

где  $\Phi_1 = \pi \omega \beta_1 A_z$ ,  $\Phi_2 = 4G_H \beta_2$ .

Амплитуду колебаний объекта защиты  $A_z$ , при которой происходит насыщение расходной характеристики  $G = \Delta\dot{\Theta} = f(\bar{e})$ , найдем из условия  $\bar{e} = 0,33$ :

$$(A_z)_{кр} = \frac{1}{3\omega\beta_1} \sqrt{\omega^2 + 9G_H^2\beta_2^2}.$$

Отсюда следует, что амплитуда колебаний, соответствующая докритическому истечению воздуха в дросселе, будет уменьшаться с уменьшением  $G_H$  (а значит, и площади проходного сечения дросселя  $f_\partial$ ), высоты деформируемой части РКЭ  $d$  и с увеличением веса воздуха в основном объеме  $\Theta_{00}$ . При  $A_z > (A_z)_{кр}$  в выражении (4) от коэффициентов (6) нужно перейти к коэффициентам (7).

Рассмотрим изменение упруго-диссипативных характеристик РКЭ при различных величинах проходного сечения дросселя. Если дроссель закрыт:

$$f'_\partial = G_H = 0, \text{ то из (6) } U(\omega) = V(\omega) = 0.$$

Тогда

$$(c_V)_0 = a_{xV} = \frac{4P_{00}\gamma\bar{z}_0^2}{(1-\bar{z}_0^2)d}; (b_V)_0 = 0.$$

При неограниченно возрастающем сечении дросселя

$$(f'_\partial = G_H \rightarrow \infty); V(\omega) = 0; U(\omega) = -\beta_1/\beta_2;$$

$$(c_V)_\infty = \frac{4P_{00}\gamma\bar{z}_0^2}{d(k+1)(1-\bar{z}_0^2)} \text{ и } (b_V)_\infty = 0.$$

Таким образом, при закрытом и открытом большим сечением дросселе рассеяния энергии в системе нет, жесткость РКЭ при этом понижается и практически не изменяется при дальнейшем увеличении сечения дросселя. Из условия экстремума выражения (5) для коэффициента демпфирования  $\partial b/\partial G_H = 0$  определим оптимальную величину проходного сечения дросселя, обеспечивающую максимум потерь при циркуляции воздуха между основным и дополнительным объемами:

$$(f'_{\partial V})_{opt} = \frac{2k}{3} \sqrt{\frac{\gamma\Theta_{00}V_{00}[(1-P_e/P_{00}) + v(k+2)\bar{z}_0^2/(k+1)(1+\bar{z}_0^2)]}{mgd(k+1)^2}} \quad (8)$$

Так как площадь оптимального дросселя, определяемая уравнением (8), в общем случае зависит от массы воздуха в основном объеме РКЭ, части статической нагрузки  $F_{CT} = mg$ , приходящейся на РКЭ, а также от относительной величины дополнительного объема  $k$ , то при изменении давления воздуха в основном объеме ПВИ дроссель перестает эффективно работать на всех

резонансных частотах [2]. Это особенно характерно для пространственных колебаний объекта защиты (МВ).

Считая линейные и угловые колебания МВ малыми, запишем матричное дифференциальное уравнение колебаний МВ как твердого тела при гармоническом силовом возмущении [7]:

$$A\ddot{q} + B\dot{q} + Cq = Q \cdot e^{i\omega t}, \quad (9)$$

где  $A$  – диагональная матрица инерции твердого тела  $A = \text{diag}\{a_{11}, a_{22}, a_{33}, a_{44}, a_{55}, a_{66}\}$ ;  $B$  – матрица коэффициентов демпфирования  $b_{kr}(k, r = 1, 2, \dots, 6)$ ;  $C$  – матрица коэффициентов жесткости подвеса  $C_{kr}(k, v = 1, 2, \dots, 6)$ ;  $Q$  – вектор комплексных амплитуд обобщенных возмущающих сил;  $\omega$  – частота возбуждения.

Система дифференциальных уравнений движения (9) при рациональном монтаже реальной системы упругого подвеса МВ и при учете только значительных взаимовлияний движения по разным координатам приведет к виду [7]:

$$m\ddot{x} + b_{11}\dot{x} + c_{11}x + b_{15}\dot{\beta} + c_{15}\beta = Q_x;$$

$$m\ddot{y} + b_{22}\dot{y} + c_{22}y + b_{24}\dot{\alpha} + c_{24}\alpha = Q_y;$$

$$m\ddot{z} + b_{33}\dot{z} + c_{33}z = Q_z; \quad (10)$$

$$J_x\ddot{\alpha}_x + b_{44}\dot{\alpha}_x + c_{44}\alpha_x + b_{42}\dot{y} + c_{42}y = 0;$$

$$J_y\ddot{\beta}_y + b_{55}\dot{\beta}_y + c_{55}\beta_y + b_{51}\dot{x} + c_{51}x = 0;$$

$$J_z\ddot{\gamma}_z + b_{66}\dot{\gamma}_z + c_{66}\gamma_z = 0.$$

Примем, что система упругой подвески объекта защиты (мотор-вентилятора) будет состоять из четырех одинаковых РКЭ. Возьмем за продольную жесткость резинокордных элементов полученную выше линеаризованную жесткость  $c_{zs} = c_z = c_V$ ,  $s = 1 \div 4$ . Тогда поперечная жесткость упругих элементов будет  $c_{xs} = c_x = c_{ys} = c_y = \lambda c_z$ , где  $\lambda = 0 \div 1$  – коэффициент отношения поперечной и продольной жесткости. Аналогично зададим и коэффициенты демпфирования по осям координат РКЭ, взяв за продольный соответствующий линеаризованный коэффициент демпфирования:  $b_{zs} = b_V$ ;  $b_{xs} = b_{ys} = \lambda b_{zs}$ . Примем найденные в работе [7] значения коэффициентов жесткости и демпфирования системы виброизоляции, учитывая что мотор-вентилятор симметричен относительно оси X, т. е.

$$a_1 = a_2 = a \text{ (рис. 3):}$$

$$c_{11} = c_{22} = 4\lambda c_z;$$

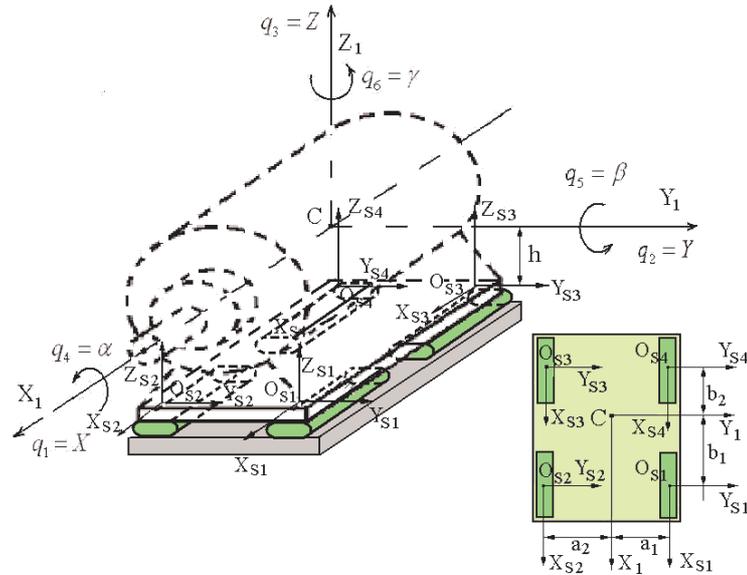


Рис. 3. Схема установки резинокордных элементов под мотор-вентилатором.

$$\begin{aligned}
 c_{33} &= 4c_z; \\
 c_{44} &= 4c_z(a^2 - \lambda h^2); \\
 c_{55} &= 2c_z(b_1^2 + b_2^2 + 2\lambda h^2); \\
 c_{66} &= 2\lambda c_z(b_1^2 + b_2^2 + 2a^2); \\
 c_{15} &= c_{51} = -4\lambda c_z h; \\
 c_{24} &= c_{42} = 4\lambda c_z h; \\
 b_{11} &= b_{22} = 4\lambda b_z; \\
 b_{33} &= 4b_z; \\
 b_{44} &= 4b_z(a^2 - \lambda h^2); \\
 b_{55} &= 2b_z(b_1^2 + b_2^2 + 2\lambda h^2); \\
 b_{66} &= 2\lambda b_z(b_1^2 + b_2^2 + 2a^2); \\
 b_{15} &= b_{51} = -4\lambda b_z h; \\
 b_{24} &= b_{42} = 4\lambda b_z h.
 \end{aligned}$$

Система 6 уравнений (10) распадается на четыре независимые группы уравнений: два уравнения движения по координатам  $z, \gamma$  и две связанные системы угловых и поступательных движений по координатам  $x, \beta$  и  $y, \alpha$ . Ввиду максимальных линейных колебаний объекта защиты в поперечном направлении по координате  $y$ , вертикальных колебаний по координате  $z$  и угловых колебаний по координате  $\alpha$  ограничимся рассмотрением уравнений поступательного движения по координате  $z$  и двумя связанными уравнениями поступательного и углового движения по координатам  $y, \alpha$ . Рассмотрим также воздействие на систему гармонического возмущения в виде:

$$Q_y = Q_{y0} \sin(\omega t + \psi_y); \quad Q_z = Q_{z0} \sin(\omega t + \psi_z).$$

Тогда второе, третье и четвертое уравнения системы (10) будут иметь вид:

$$\begin{cases}
 \ddot{y} + \frac{b_{22}}{m} \dot{y} + \frac{c_{22}}{m} y + \frac{b_{24}}{m} \dot{\alpha}_x + \\
 + \frac{c_{24}}{m} \alpha_x = q_{y0} \sin(\omega t + \psi_y); \\
 \ddot{\alpha}_x + \frac{b_{44}}{J_x} \dot{\alpha}_x + \frac{c_{44}}{J_x} \alpha_x + \frac{b_{42}}{J_x} \dot{y} + \\
 + \frac{c_{42}}{J_x} y = 0;
 \end{cases} \quad (11)$$

$$\ddot{z} + \frac{b_{33}}{m} \dot{z} + \frac{c_{33}}{m} z = q_{z0} \sin(\omega t + \psi_z); \quad (12)$$

здесь  $\omega$  – частота вынужденных колебаний;  $\psi_y; \psi_z$  – фаза вынужденных колебаний;  $q_{y0} = Q_{y0}/m$ ;  $q_{z0} = Q_{z0}/m$ .

Найдем решение в форме  $y = A_y \sin \omega t$ ;  $z = A_z \sin \omega t$ .

Запишем уравнение (12) в операторной форме.

$$p^2 + \frac{b_{33}}{m} p + \frac{c_{33}}{m} = \frac{q_{z0} \cos \psi_z}{A_z} + \frac{q_{z0} \sin \psi_z}{A_z \omega} p \quad (13)$$

Предполагая синусоидальную форму решения, необходимо потребовать наличие пары чисто мнимых корней  $p = \pm i\omega$  в уравнении (13). Сделаем подстановку  $p = i\omega$  и определим, при каких условиях она удовлетворяет данным уравнениям;

$$\begin{aligned}
 \frac{c_{33}}{m} - \omega^2 - \frac{q_{z0} \cos \psi_z}{A_z} &= 0; \\
 \frac{b_{33}}{m} - \frac{q_{z0} \sin \psi_z}{A_z \omega} &= 0;
 \end{aligned}$$

отсюда:

$$A_z = \frac{mq_{z0}}{\sqrt{(c_{33} - m\omega^2)^2 + b_{33}^2 \omega^2}}; \quad (14)$$

$$\Psi_z = \arctg \frac{b_{33}\omega}{c_{33} - m\omega^2};$$

Коэффициент передачи по ускорению:

$$\eta_z = \frac{|u_z|}{q_{zo}} = \frac{\sqrt{(q_{zo} + A_z\omega^2 \cos \Psi_z)^2 + (A_z\omega^2 \sin \Psi_z)^2}}{q_{zo}}; \quad (15)$$

здесь  $u_z$  – ускорение по оси  $z$ .

Система уравнений (11) в операторной форме имеет вид:

$$\left( p^2 + \frac{b_{22}}{m}p + \frac{c_{22}}{m} \right) y + \left( \frac{b_{24}}{m}p + \frac{c_{24}}{m} \right) \alpha = \left( \frac{q_{yo} \cos \Psi_y}{A_y} + \frac{q_{yo} \sin \Psi_y}{A_y \omega} p \right) y; \quad (16)$$

$$\left( p^2 + \frac{b_{44}}{J_x}p + \frac{c_{44}}{J_x} \right) \alpha + \left( \frac{b_{42}}{J_x}p + \frac{c_{42}}{J_x} \right) y = 0;$$

или

$$p^4 + A_1 p^3 + A_2 p^2 + A_3 p + A_4 = 0; \quad (17)$$

$$A_1 = D_1 - \frac{q_{yo} \sin \Psi_y}{A_y \omega};$$

$$A_2 = D_2 - \frac{q_{yo} \cos \Psi_y}{A_y} - \frac{q_{yo} b_{44} \sin \Psi_y}{A_y J_x \omega};$$

$$A_3 = D_3 - \frac{q_{yo} b_{44} \cos \Psi_y}{A_y J_x} - \frac{q_{yo} c_{44} \sin \Psi_y}{A_y J_x \omega};$$

$$A_4 = D_4 - \frac{q_{yo} c_{44} \cos \Psi_y}{A_y J_x};$$

$$D_1 = \frac{b_{22}}{m} + \frac{b_{44}}{J_x};$$

$$D_2 = \frac{c_{22}}{m} + \frac{c_{44}}{J_x} + \frac{1}{m J_x} (b_{22} b_{44} + b_{24}^2);$$

$$D_3 = \frac{1}{m J_x} (c_{22} b_{44} + c_{44} b_{22} - 2c_{24} b_{42});$$

$$D_4 = \frac{1}{m J_x} (c_{22} c_{44} - c_{24}^2).$$

Подставив в (17)  $p = i\omega$ , после преобразований получим

$$E_1 = \omega^4 - D_2 \omega^2 + D_4; \quad E_2 = D_3 - D_1 \omega.$$

Отсюда, найдем амплитуду и фазу колебаний по координате  $y$ :

$$A_y = q_y \sqrt{\frac{[(J_x \omega^2 - c_{44})^2 + b_{44}^2 \omega^2]}{J_x^2 (E_1^2 + E_2^2 \omega^2)}};$$

$$\Psi_y = \arctg \frac{\omega[(\omega^2 J_x - c_{44})E_2 + b_{44}E_1]}{(\omega^2 J_x - c_{44})E_1 - b_{44}E_2 \omega^2}; \quad (18)$$

$$\eta_y = \frac{|u_y|}{q_{yo}} = \sqrt{\frac{(q_{yo} + A_y \omega^2 \cos \Psi_y)^2 + (A_y \omega^2 \sin \Psi_y)^2}{q_{yo}}}, \quad (19)$$

здесь  $u_y$  – проекция ускорения на ось  $y$ . Из второго уравнения (16):

$$\alpha = W(p)y;$$

$$W(p) = - \frac{\left( \frac{b_{42}}{J_x}p + \frac{c_{42}}{J_x} \right)}{\left( p^2 + \frac{b_{44}}{J_x}p + \frac{c_{44}}{J_x} \right)}. \quad (20)$$

Подставим в (20)  $p = i\omega$  и представим передаточную функцию  $W(p)$  в виде:

$$W(i\omega) = u(\omega) + iv(\omega),$$

где  $u(\omega)$  и  $v(\omega)$  – вещественная и мнимая части передаточной функции.

$$u(\omega) = - \frac{\left[ \frac{c_{42}}{J_x} \left( \frac{c_{44} - \omega^2}{J_x} \right) + \frac{b_{42} b_{44} \omega^2}{J_x^2} \right]}{\left[ \left( \frac{c_{44} - \omega^2}{J_x} \right)^2 + \left( \frac{b_{44}}{J_x} \right)^2 \omega^2 \right]}; \quad (21)$$

$$v(\omega) = \frac{\omega \left[ \frac{c_{42} b_{44}}{J_x^2} - \frac{b_{42}}{J_x} \left( \frac{c_{44} - \omega^2}{J_x} \right) \right]}{\left[ \left( \frac{c_{44} - \omega^2}{J_x} \right)^2 + \left( \frac{b_{44}}{J_x} \right)^2 \omega^2 \right]}.$$

Принимая гармоническую форму решения  $y = A_y \sin \omega t$ ;  $\alpha = A_\alpha \sin(\omega t + \Psi_\alpha)$  получим:

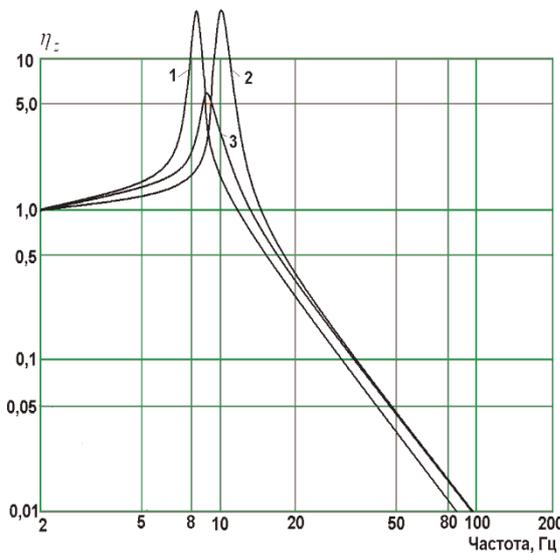
$$A_\alpha = \sqrt{\frac{c_{42}^2 + b_{42}^2 \omega^2}{(c_{44} - \omega^2 J_x)^2 + b_{44}^2 \omega^2}};$$

$$\Psi_\alpha = - \arctg \frac{[c_{42} b_{44} - b_{42} (c_{44} - \omega^2 J_x)] \omega}{[c_{42} (c_{44} - \omega^2 J_x) + b_{42} b_{44} \omega^2]}. \quad (22)$$

Расчет амплитудно-частотных характеристик пневматической системы виброизоляции при заданной внешней гармонической нагрузке

$q_{y0} = q_{z0} = 1g = 10 \text{ м/с}^2$  (статический дисбаланс ротора), различных значениях приведенной площади дросселя  $f'_d$  проведен по уравнениям (14) – (22) при заданных конструктивных параметрах:  $P_{00} = 0,6 \text{ МПа}$ ;  $m = 445 \text{ кг}$ ;  $J_x = 29,37 \text{ кгм}^2$ ;  $J_y = J_z = 41,34 \text{ кгм}^2$ ;  $\kappa = 1$ ;  $d = 25 \text{ мм}$ ;  $l = 0,25 \text{ м}$ ;  $a_1 = a_2 = 0,33 \text{ м}$ ;  $b_1 = 0,64 \text{ м}$ ;  $b_2 = 0,17 \text{ м}$ ;  $\bar{z}_0 = 0,5$ ;  $\gamma = \pi dl/4$ ;  $V_{00} = \pi d^2/4$ ;  $\theta_{00} = P_{00}V_{00}/RT$ ;  $R = 29,27 \text{ Дж/Н} \cdot \text{град}$ ;  $T = 293^0 \text{ К}$ ;  $h = 0,1 \text{ м}$ ;  $\lambda = 0,1$ .

На рис. 4 показана зависимость коэффициента передачи по ускорению в продольном направлении  $\eta_z$  от частоты возмущения  $f_\theta = \omega/2\pi$  при разной величине дроссельных отверстий  $f'_g = 20 \text{ мм}^2$  (1);  $f'_g = 1 \text{ мм}^2$  (2);  $f'_g = 5,5 \text{ мм}^2$  (3).

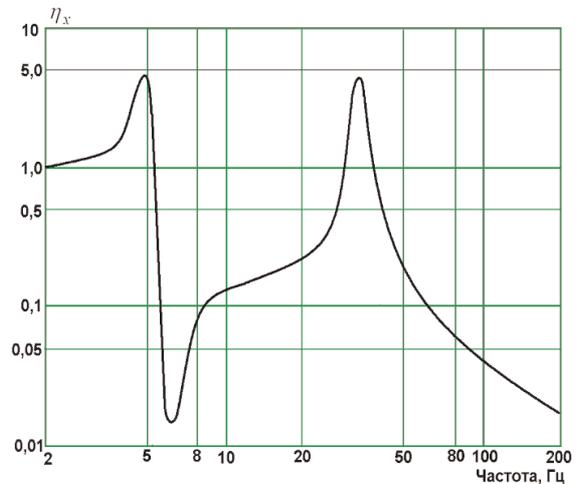


**Рис. 4.** Амплитудно-частотная характеристика пневматической виброзащитной системы в координатах  $\eta_z$  и  $f_\theta$ : 1 –  $f'_g = 20 \text{ мм}^2$ ; 2 –  $f'_g = 1 \text{ мм}^2$ ; 3 –  $f'_g = 5,5 \text{ мм}^2$ .

### Литература

1. Грибов М.М. Регулируемые амортизаторы РЭА. М.: Совет. радио, 1974. 142 с.
2. Лукьянов А.В., Самбарова А.Н. Управляемые механические системы. Иркутск: ИПИ, 1980. С. 107-114.
3. Лукьянов Д.А. Исследование динамики мотор-вентиляторов электровозов с управляемым пневматическим виброизолятором // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2010. № 4 (28). С. 45-52
4. Лукьянов А.В. Управляемые механические системы. Иркутск: ИПИ, 1984. С. 108-114.
5. Мамонтов М.А. Основы термодинамики тел переменной массы. Тула, 1970. 86 с.
6. Герц Г.В., Крейнин Г.В. Динамика пневматических приводов машин-автоматов. М.: Машиностроение, 1964. 233 с.
7. Лукьянов Д.А., Куцкий Н.Н. Исследование, моделирование и оптимизация динамических характеристик мотор-вентиляторов электровозов // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2009. № 2 (22). С. 97-108.

На рис. 5 приведена аналогичная зависимость  $\eta_x$ , но для поперечного направления при оптимальной величине дроссельного отверстия  $f'_g = 5,5 \text{ мм}^2$ .



**Рис. 5.** Амплитудно-частотная характеристика пневматической виброзащитной системы в координатах  $\eta_x$  и  $f_\theta$ , приведенная площадь дросселя  $f'_g = 5,5 \text{ мм}^2$ .

Результаты расчетов показывают, что эффективная виброзащита в продольном направлении осуществляется, начиная с частоты 12 Гц и выше, в поперечном направлении – с частот 6 Гц и выше. На частотах 3-5,5 Гц и 30-35 Гц могут наблюдаться значительные резонансные колебания по координатам  $y$  и  $x$  соответственно. Однако частоты резонансов ПВИ не совпадают с основными частотами возмущения: оборотной частотой МВ – 24,6 Гц, ее гармониками; основной частотой электрических дефектов 100 Гц, что обеспечивает достаточно хорошее качество виброизоляции. Оптимальной приведенной величиной площади дроссельного отверстия при принятых конструктивных параметрах РКЭ можно считать  $f'_g = 5,5 \text{ мм}^2$ .

### References

1. Gribov M.M. Adjustable shock absorber REA. M.: Sovet. Radio, 1974. 142 s.
2. Luk'yanov A.V., Sambarova A.N. Controllable mechanical systems. Irkutsk: IPI, 1980. S. 107-114.
3. Luk'yanov D.A. The study of electric locomotive blower motors equipped with controllable pneumatic damper // Sovremennye tekhnologii. Sistemyy analiz. Modelirovaniye. 2010. № 4 (28). S. 45-52.
4. Luk'yanov A.V. Controllable mechanical systems. Irkutsk: IPI, 1984. S. 108-114.
5. Mamontov M.A. The basics of variable-mass body thermodynamics. Tula, 1970. 86 s.
6. Gerts G.V., Kreynin G.V. The dynamics of automatic machine pneumatic drives. M.: Mashynostroeniye, 1964. 233 s.
7. Luk'yanov D.A., Kutsiy N.N. The research, modeling and optimization of dynamic characteristics of electric locomotive blower motors // Sovremennye tekhnologii. Sistemyy analiz. Modelirovaniye. 2009. № 2 (22). S. 97-108.