

УДК 62.752

С.В. Белокобыльский, Ю.В. Ермошенко, В.Б. Кашуба, И.С. Ситов*, Ю.О. Абросимова

ДИНАМИЧЕСКОЕ ГАШЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ
КАК ЭФФЕКТ ВВЕДЕНИЯ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ СВЯЗЕЙ

Рассматриваются вопросы введения в виброзащитные системы дополнительных связей – в частности, имеющих передаточную функцию дифференцирующего звена второго порядка. Показаны возможности расширения представлений о режимах динамического гашения.

Ключевые слова: режимы динамического гашения, дополнительные связи, виброзащитные системы

Одной из простейших расчетных схем транспортных подвесок является система с двумя степенями свободы, в отношении которой можно привести данные о динамических свойствах, что характерно, в частности для подвижного состава железных дорог.

Динамика подвески тяговых двигателей с опорно-осевой подвеской и дополнительными связями. Введение дополнительных связей в подвеску транспортных средств может существенно увеличить возможности по расширению спектра динамических свойств систем по сравнению с традиционными подходами [1]. В частности, при силовых возмущениях при определенных условиях могут быть получены дополнительные режимы динамического гашения, в том числе совместные или новые, названные нами «корпоративными», а также ряд других эффектов. Силовые возмущения встречаются в практике так же часто, как и кинематические, однако в структурах силового взаимодействия имеются свои особенности. Они проявляются в более локальном влиянии входного воздействия.

При изучении динамических свойств подвески транспортных средств необходимо учитывать, что тяговый двигатель не только воспринимает внешние воздействия со стороны рельсового пути, но и сам является виброактивным фрагментом сложной механической колебательной системы. Динамические процессы формируются взаимодействием парциальных систем, действием нелинейностей, возникновением различных динамических эффектов, например, динамического гашения, что часто связано с соответствующими конструктивно-техническими решениями.

Выбор рациональных параметров виброзащитной системы в ряде случаев может обеспечить появление и использование дина-

мических эффектов, реализация которых возможна при определенных условиях, накладываемых на геометрические и массоинерционные характеристики. В этих случаях исходной отправной точкой становится рассмотрение базовой модели. На рис. 1 представлена расчетная схема подвески с двумя степенями свободы. Отметим, что описание движения может быть представлено в системе обобщенных линейных координат (y_1 и y_2), а также через координаты движения центра масс (y и φ).

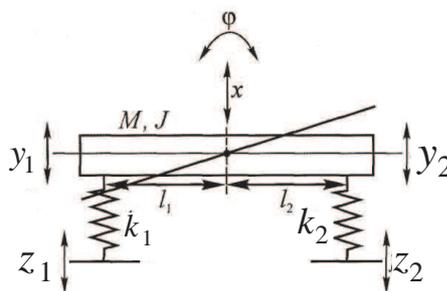


Рис. 1. Базовая расчетная двухмерная модель.

Структурная схема, эквивалентная в динамическом отношении системе автоматического регулирования, представлена на рис. 2 и отражает наличие входных (y_1, y_2), выходных (x, φ) сигналов при классическом наборе элементарных звеньев (усилительные и интегрирующие) в предположении, что диссипативные силы в системе малы и на первом этапе не рассматриваются.

Структурно система состоит из двух парциальных систем, взаимодействие между которыми носит силовой характер, определяемый оператором, позволяющим, в свою очередь, получить условие $k_1 l_1 - k_2 l_2 = 0$.

* - автор, с которым следует вести переписку.

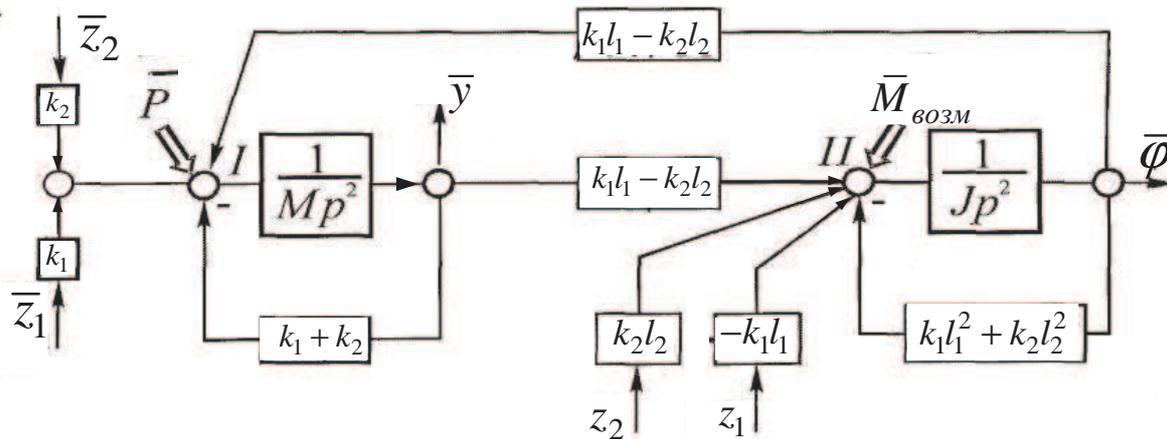


Рис. 2. Структурная схема базовой модели в системе координат y, φ .

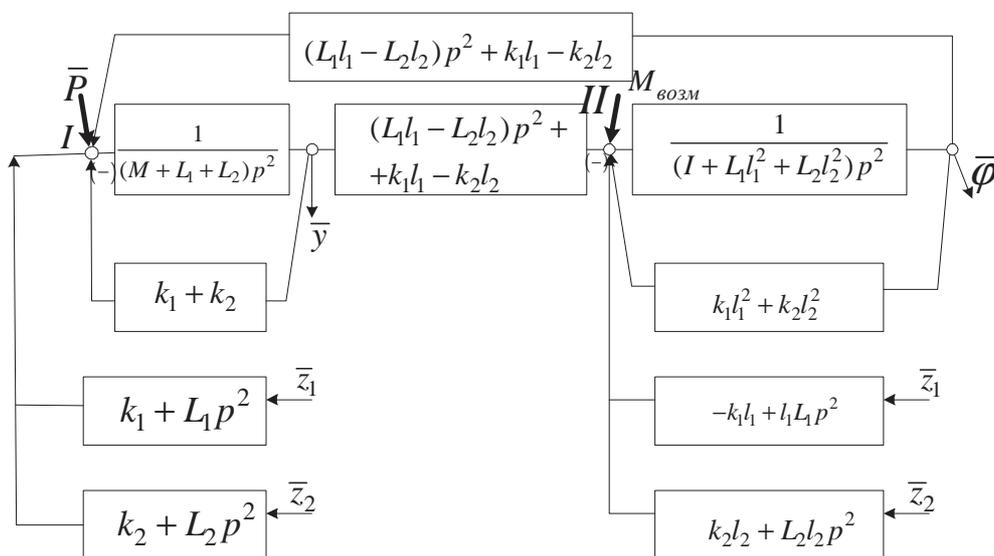


Рис. 3. Структурная схема системы в координатах y, φ с дополнительными связями $L_1 p^2, L_2 p^2$.

При введении в базовую модель дополнительных связей в виде механизмов преобразования движения на расчетной схеме появляются подсоединенные параллельно упругим элементам дополнительные элементы с приведенными массами L_1 и L_2 [2]. С учетом введения дополнительных связей структурная схема базовой модели примет вид, как показано на рис. 3.

Введение дополнительных связей $W_{\text{доп}} = L_1 p^2, W_{\text{доп}2} = L_2 p^2$, где $p = j\omega$ ($j = \sqrt{-1}$ – переменная Лапласа), изменяет параметры структурной схемы. Дополнительные связи могут быть выполнены в виде устройств для

преобразования движения или шарнирно-рычажных механизмов.

Если перейти к системе координат y_1 и y_2 , то соответствующая структурная схема примет вид, как показано на рис. 4. При этом отметим, что внешние воздействия по двум системам y и φ , y_1 и y_2 должны соответствовать условию равенства виртуальных работ обобщенных сил [3].

$$P \cdot \delta y + M_{\text{возм}} \delta \varphi = P' \delta y_1 + P'' \delta y_2. \quad (1)$$

После соответствующих преобразований найдем, что

$$P' = Pa - Mc, P'' = Pb + Mc, \quad (2)$$

где $a = \frac{l_2}{l_1 + l_2}, b = \frac{l_1}{l_1 + l_2}, c = \frac{1}{l_1 + l_2}.$ (3)

На рис. 4 принят ряд обозначений

$$A = Ma^2 + Ic^2 + L_1, B = Mb^2 + Ic^2 + L_2, \\ C = Mab - Ic^2. \quad (4)$$

В соответствии с рис. 4 найдем при $z_1 = 0, z_2 = 0$ передаточные функции системы при силовом возмущении

$$W_1(p) = \frac{\bar{y}}{P} = \frac{Ip^2 + k_1l_1^2 + k_2l_2^2}{A_0}, \quad (5)$$

$$W_2(p) = \frac{\bar{\Phi}}{P} = \frac{k_1l_1 - k_2l_2}{A_0}, \quad (6)$$

где $A_0 = (Ip^2 + k_1l_1^2 + k_2l_2^2)(Mp^2 + k_1 + k_2) - (k_1l_1 - k_2l_2)^2$ (7)

частотное уравнение системы.

Если принять, что $z_1 = z_2 = z$, а $P = 0$ и $M = 0$, то передаточные функции системы (рис. 2) примут вид:

$$W_3(p) = \frac{\bar{y}}{z} = \frac{(k_1 + k_2)(Ip^2 + k_1l_1^2 + k_2l_2^2) + (k_1l_1 - k_2l_2)^2}{A_0}, \quad (8)$$

$$W_4(p) = \frac{\bar{\Phi}}{z} = \frac{(k_1l_1 + k_2l_2)(Mp^2 + k_1 + k_2) + (k_1 + k_2)(k_1l_1 - k_2l_2)}{A_0}. \quad (9)$$

При введении дополнительных связей (рис. 3) передаточные функции изменяются:

$$W_3'(p) = \frac{\bar{y}}{P} = \frac{(I + L_1l_1^2 + L_2l_2^2)p^2 + k_1l_1^2 + k_2l_2^2}{A_0'}, \quad (10)$$

$$W_4'(p) = \frac{\bar{\Phi}}{P} = \frac{(L_1l_1 - L_2l_2)p^2 + (k_1l_1 - k_2l_2)}{A_0'}, \quad (11)$$

где

$$A_0' = [(I + L_1l_1^2 + L_2l_2^2)p^2 + k_1l_1^2 + k_2l_2^2] \times \\ \times [(M + L_1 + L_2)p^2 + k_1 + k_2] - \\ - [(L_1l_1 - L_2l_2)p^2 + k_1l_1 - k_2l_2]^2. \quad (12)$$

Аналогичным образом могут быть найдены и другие виды передаточных функций. Если перейти к системе координат y_1, y_2 , как показано на рис. 4, то при $P' = 0, P'' = 0$ и $z_1 = z_2 = z$ можно получить соответствующие передаточные функции

$$W_5(p) = \frac{\bar{y}_1}{z} = \frac{(k_1 + k_2 + L_2p^2)[(Mb^2 + Ic^2 + L_2p^2) + k_2] + \dots}{A_0'} \dots \quad (13)$$

$$W_6(p) = \frac{\bar{y}_2}{z} = \frac{(k_1l_1 + l_1L_1p^2)[(Ma^2 + Ic^2 + L_1) + k_1] + \dots}{A_0'} \dots \quad (14)$$

Отметим, что в данном случае A_0' , определяемое выражением (7), может также быть представлено как

$$A_0' = [(Mb^2 + Ic^2 + L_2)p^2 + k_2] \times \\ \times [(Ma^2 + Ic^2 + L_1) + k_1] - (Cp^2)^2. \quad (15)$$

Частоты динамического гашения для рассмотренных случаев представлены в таблице 1.

Полагая $p \rightarrow \infty$, можно определить поведение системы при высоких частотах, когда возможно появление эффектов «запирания». В определенных случаях, когда приведенные массы инерционных механизмов (L_1 и L_2) могут принимать значения, равные нулю, можно реализовать с частичной блокировкой парциальной системы, что создает основу для управления динамическим состоянием на основе идей изменения структуры. Отметим, что при определенном выборе параметров наблюдается так называемый «корпоративный» режим динамического гашения, когда в гасителе передаточной функции появляется два нуля.

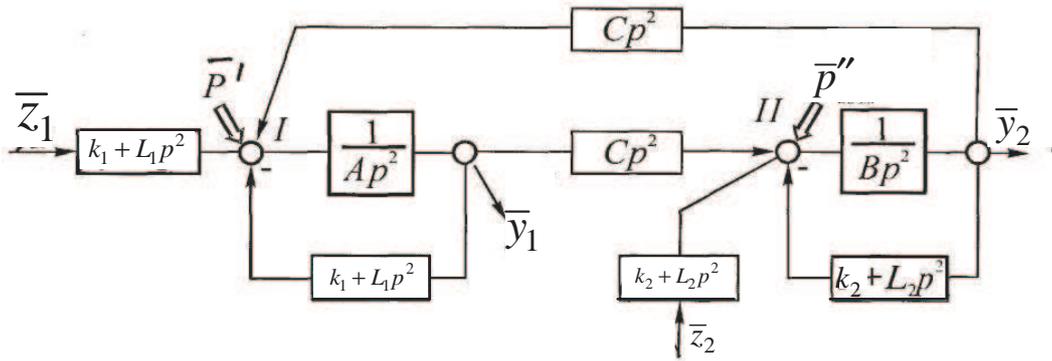


Рис. 4. Структурная схема системы с дополнительными связями.

Таблица 1

Условия динамического гашения колебаний при силовом возмущении и дополнительных связях (координаты x, φ)

№ п/п	Условия возмущения	Выражение для определения частот	Примечание
1.	$W = \frac{\bar{y}}{\bar{P}}$	$\omega_{\text{дин}}^2 = \frac{k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2}{J}$	$L_1 = 0, L_2 = 0, M_{\text{возм}} = 0.$
2.	$W = \frac{\bar{y}}{\bar{P}}$	$\omega_{\text{дин}}^2 = \frac{k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2}{I + L_1 l_1^2 + L_2 l_2^2}$	$L_1 \neq 0, L_2 \neq 0,$ $M_{\text{возм}} = 0.$
3.	$W = \frac{\bar{\varphi}}{\bar{P}}$	Не имеется	Возможная развязка $k_1 l_1 - k_2 l_2 = 0, M_{\text{возм}} = 0.$
4.	$W = \frac{\bar{\varphi}}{\bar{P}}$	$\omega_{\text{дин}}^2 = \frac{k_1 l_1 - k_2 l_2}{L_1 l_1 - L_2 l_2}$	$L_1 \neq 0, L_2 \neq 0,$ $M_{\text{возм}} = 0.$
5.	$W = \frac{\bar{\varphi}}{M_{\text{возм}}}$	$\omega_{\text{дин}}^2 = \frac{k_1 + k_2}{M}$	$L_1 = 0, L_2 = 0, P = 0.$
6.	$W = \frac{\bar{\varphi}}{M_{\text{возм}}}$	$\omega_{\text{дин}}^2 = \frac{k_1 + k_2}{M + L_1 + L_2}$	$L_1 \neq 0, L_2 \neq 0,$ $P = 0.$

Таким образом, введение дополнительных связей существенным образом расширяет возможности влияния на формирование динамического состояния колебательных систем, приводит к появлению ряда новых свойств, которые можно использовать в технологических целях, применяя полученные аналитические соотношения. Отметим также, что введение дополнительных связей в системах с несколькими степенями свободы позволяет реализовать дополнительные режимы динамического гашения по сравнению с обычными подходами; частота динамического гашения зависит от массоинерционных параметров устройства для преобразования движения, а также от геометрических характеристик механизма преобразования движения; в ряде случаев режим динамического гашения

можно реализовать в локальных местах защиты, например, в точке объекта защиты, где требуется обеспечить пониженный уровень вибрации; в системе с двумя степенями свободы и дополнительными связями возможно появление специальных режимов, когда при одном и том же наборе параметров, определяющих режим динамического гашения, динамическое гашение осуществляется одновременно по двум степеням свободы.

Интересными представляются некоторые представления о возможностях динамического гашения, которые относятся к одновременным режимам на разных координатах, например, y и φ . Отметим, что такая ситуация может возникнуть в случае действия двух внешних факторов P и $M_{\text{возм}}$, имеющих одну и ту же частоту гармонического возмущения. По-

лагая, что между внешними воздействиями P и M существует связь в виде соотношения $M_{\text{возм}} = l_0 p$, можно найти, что

$$W_1(p) = \frac{\bar{y}}{P} = \frac{Ip^2 + k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2 + l_0(k_1 l_1 - k_2 l_2)}{A_0}, \quad (16)$$

$$W_2(p) = \frac{\bar{\varphi}}{P} = \frac{k_1 l_1 - k_2 l_2 + l_0(Mp^2 + k_1 + k_2)}{A_0}, \quad (17)$$

где A_0 определяется выражением (7). Из (16), (17) найдем частоты динамического гашения по координате y_2

$$\omega_{\text{дин1}}^2 = \frac{k_1 l_1^2 + k_2 l_2 + l_0(k_1 l_1 - k_2 l_2)}{I}; \quad (18)$$

по координате φ -

$$\omega_{\text{дин2}}^2 = \frac{k_1 l_1 - k_2 l_2 + l_0(k_1 + k_2)}{M l_0}. \quad (19)$$

Приравнивая (18), (19) друг к другу, можно составить квадратное уравнение относительно l_0 :

$$l_0^2 + l_0 \frac{M(k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2) - I(k_1 + k_2)}{M(k_1 l_1 - k_2 l_2)} - \frac{I}{M} = 0, \quad (20)$$

откуда следует, что l_0 может быть действительным положительным числом. Отметим, что в случае совместного действия силовых факторов по координатам φ и y становится возможным на некоторой частоте добиться неподвижности объекта защиты. Предлагаемая методика может быть распространена на систему в координатах y_1 и y_2 . Если соотносить P и $M_{\text{возм}}$ с координатами y_1 и y_2 , то частоты динамического гашения (при тех представлениях о связи P и $M_{\text{возм}}$) определяются по координате y_1 :

$$\omega_{\text{дин}}^2 = \frac{(a - l_0 c)k_2}{B(a - l_0 c) + C(b + l_0 c)}, \quad (21)$$

по координате y_2 :

$$\omega_{\text{дин}}^2 = \frac{k_1(b + l_0 c)}{C(a - l_0 c) + A(b + l_0 c)}, \quad (22)$$

где a, b, c, A, B и C определяются по формулам (3), (4).

Значение l_0 может быть определено в этом случае из квадратного уравнения

$$l_0^2 [k_2 c^2 (A - C) + k_1 c^2 (C - B)] - l_0 \left[ack_2 (A - C) - ck_2 (Ab + Ca) - \right. \\ \left. - ck_1 (Ba + Cb) - k_1 cb (C - B) \right] + \\ + k_1 b (Ba + Cb) - ak_2 (Ab + Ca) = 0. \quad (23)$$

Расширение представлений о режимах динамического гашения, связанных не только с одной обобщенной координатой, а с несколькими, не является чем-то принципиально новым, поскольку даже в соотношениях $y = ay_1 + by_2$, где $y \rightarrow 0$, уже содержатся условия, накладываемые на сумму обобщенных координат y_1 и y_2 .

Более интересным является введение в рассмотрение представлений о том, что в создании режимов динамического гашения могут принимать участие сами внешние силы. Последнее открывает дополнительные возможности для поиска и разработки систем защиты машин и оборудования от вибраций и ударов.

Литература

1. Ермошенко Ю.В. Управление вибрационным состоянием в задачах виброзащиты и виброизоляции: дис. ... канд. техн. наук. Иркутск, 2002. 185 с.
2. Динамический синтез в обобщенных задачах виброзащиты и виброизоляции технических объектов / С.В. Елисеев, Ю.Н. Резник, А.П. Хоменко, А.А. Засядко. Иркутск.: Изд-во Иркут. гос. ун-та, 2008. 523 с.
3. Лойцянский Л.Г., Лурье А.И. Курс теоретической механики: в 2 т. Т2: Динамика. М.: Наука, 1980. 640 с.
4. Dynamics of mechanical systems with additional ties / S.V. Eliseev, A.V. Lukyanov, Yu.N., Reznik, A.P. Khomenko // Publishing Irkutsk State University. 2006. P. 198.